

초등학교 수학과 교육과정에 근거한 도형영역 교수단위 추출 연구

김 현 미(서울조원초등학교 교사)

사회가 변화함에 따라 수학교육과정도 변화를 거듭하고 있으며, 이러한 변화에 잘 대처하기 위해서 교사는 수학교육의 방향에 대한 깊이 있는 성찰과 함께 수학, 교육학, 심리학 등 수학교육과 관련된 학문에 대한 이해가 필요하다. 이러한 교사에 대한 시대적인 요구에 능동적으로 대처하는 방안으로 Wittmann(1984)은 수학교과와 특성상 변하지 않는 요소들을 교수단위(Teaching Units)라 하고, 수학교육을 통합시키는 개념으로 교수단위이론으로 제시하였다. 교수단위는 수학에서 가르쳐야 할 내용들을 목적, 자료, 활동, 배경 등의 4요소에 따라 작은 단위로 조직화한 것으로, 이를 통해 수학연구자나 교사는 가르쳐야 할 내용에 대한 구조적인 이해와 체계적인 조직화를 도모할 수 있게 되어 나아가 사회의 변화에 대응할 수 있게 된다.

본 연구에서는 2007년 개정 수학과 교육과정 도형영역의 교수단위를 학년별로 추출하고, 추출된 교수단위의 특징과 제목을 분석하였다. 이를 통해 교수단위가 수학교육과정연구에 어떻게 활용될 수 있는지 그 방안을 모색해 보았다.

도형영역의 교수단위(TU)는 특징과 제목에 따라 ‘개념알기형’, ‘개념적용형’, ‘관계알기형’의 세 유형으로 분류할 수 있다. 현재의 도형영역 교육과정은 대체로 개념알기형, 개념적용형, 관계알기형의 순으로 구성되어 있으며, 개념적용형이 개념알기형보다 조금 더 많다. 이는 도형영역 교육과정이 학습한 개념을 다양한 방법을 통해 여러 활동에 적용시켜 봄으로써 도형의 개념을 좀 더 명확하게 알게 되는 초등학생의 발달단계를 고려하여 구성되었음을 알 수 있다. 이러한 교수단위(TU)는 수업자가 도형학습주제에 맞게 수업을 재구성하거나 학생들의 수준에 맞는 수준별 맞춤자료를 제작할 때 유용하게 활용될 수 있으며, 더 나아가 수학연구자들이 새로운 교육과정을 수립하고자 할 때 기초자료로 활용될 수도 있을 것이다. 교수단위는 고정불변의 것이 아니고 계속 보완되고 진화될 수 있는 모델이다. 따라서 앞으로 많은 수학연구자나 현장교사의 참여로 교수단위가 보다 더 체계적이고 조직적으로 연구되어야 한다. 또한 추출된 교수단위를 교사나 학생들이 보다 편리하게 활용할 수 있도록 컴퓨터용 소프트웨어로 개발하려는 후속 연구가 필요하다.

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

강완, 김남준(2010, p46)은 ‘교사는 교과서에 제시된 내용이나 문제를 학생들에게 단순히 전달하고 반복·숙달시키는 단계에서 벗어나야 하며, 교사 역시 수학교육의 방향에 대한 깊

이 있는 성찰과 함께 수학, 교육학, 심리학 등 수학교육과 관련된 학문에 대한 이해가 필요하다고 하였다. 또한 수학을 가르치는 교사는 수학 교육의 연구자가 되어 학생들에게 가르칠 내용에 대한 충분한 수학적 지식을 바탕으로 교과서에 제시된 학습내용을 재구성하여 학생들에게 유의미하게 전달할 수 있는 능력을 길러야 한다.'고 하였고, 이러한 교사에 대한 요구 사항을 능동적으로 대처하는 방안으로 E. Wittmann의 교수단위(teaching units)이론을 제안하고 2007년 개정수학교육과정의 교수단위를 분석하여 초등수학 교육과정의 교수단위(TU)이론을 도입하여 활용한 바 있다.

본 연구는 강완, 김남준(2010)이 Wittmann의 이론을 근거로 하여 2007년 개정수학교육과정에 근거한 교수단위를 추출한 것과 동일한 과정과 방법을 통해 도형영역의 교수단위(TU)를 주제별로 추출하여 분석하고자 한다. 또한, 도형영역에서 추출된 교수단위가 도형영역의 교육과정 연구에 어떻게 활용될 수 있는지 그 방안을 모색하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 도형학습 지도의 기초 이론

가. 도형 지도의 의의

초등학교에서 도형 영역은 다른 영역과의 연결성이 강한 분야이다. 도형 개념과 표현은 학생이 수와 측정(길이, 면적, 부피)에 관한 사고를 학습하는데 효과적으로 도움을 준다. 예를 들어, 수직선은 자연수, 분수, 정수, 확률을 표현하는 방법을 제공하며, 곱하기, 분수, 백분율, 넓이에 관한 모델을 제공한다. 또한 함수 개념, 좌표 평면, 그래프를 개발하는데 있어서 밀접한 관련을 맺으며, 닳은 삼각형은 비율과 비 개념 발달에 활용될 수 있다.

나. 도형 영역 지도의 방향

초등학교에서 도형 영역을 지도할 때는 구체물, 그림 등을 활용한 구체적 조작 활동을 통하여 도형의 기본 개념과 성질을 발견하는 것뿐만 아니라 공간 감각을 발달시키는 것이 필요하다. 또한 필요한 경우에는 탐구형 기하 소프트웨어 등을 활용할 수도 있다. 그리고 실생활의 현상이나 상황을 이용하거나 직접 구상해 보는 활동을 통해 구체적이고 직관적인 도형의 개념과 성질을 인식하는 과정에서 먼저 머릿속에서 추측하고 그 후에 정당화하는 과정으로 점진적으로 전이하는 것이 필요하다(교육과학기술부, 2008, p58).

2. 교수단위의 개념

Wittmann(1984)은 그동안의 수학교육은 심리학이나 교육학 등과의 통합을 통해 구체적인 이론을 얻기 위해 노력해 왔다고 주장하고, 수학교육을 통합시키는 개념으로 '교수단위(Teaching Units)'를 설명하고 있다. 잘 조직된 교수단위는 수학, 교육학, 수학교수학, 심리학, 수학교수의 실제에 자연스럽게 통합될 수 있다고 보았다.

또한 적절한 교수단위는 교수·학습과정을 연구하거나 실제적인 교수를 계획하고 실행·분석하고 평가하기 위한 기회를 제공하며, 교수법 연구에 탁월한 방법을 제공한다고 보았다. 교수단위의 외형적인 구조를 살펴볼 때, Wittmann이 제시한 교수단위는 다음과 같은 형태로 나타난다.

- 1) 가르쳐야 할 교수 목적(O)
- 2) 교수 목적을 달성하기 위해 필요한 자료(M)
- 3) Unit의 내용에서 생기는 수학적 문제들(P)
- 4) 이러한 목표를 수행하기 위한 수학적, 심리학적 배경(B)

본 연구에서는 강완, 김남준(2010)의 연구의 후속연구로서 교수단위의 외형적 구조를 교수단위(TU), 목적(O), 자료(M), 활동(A), 배경(B)의 순으로 하고자 한다.

III. 도형영역 교수단위 추출의 실제

1. 교수단위의 구성과 추출 과정

가. 교수단위의 구성

본 연구에서는 강완, 김남준(2010)의 연구에서와 같은 방법으로 2007년 개정 수학 교육과정의 도형영역의 내용 체계와 학년별 내용에 따라 교수단위를 추출하여 분류하였다. 이에 따라 각 교수단위에는 [그림 1]과 같이 체계적인 분류번호가 부여된다.

교수 단위 (TU): 4(나)Ⅰ① - (1) 이등변삼각형의 의미 알기

[그림 1] 교수단위의 체계적인 분류번호의 예

[그림 1]과 같이 교수단위에 부여된 일련번호는 다음의 의미를 갖는다.

- 맨 앞의 4는 학년(1~6학년)을 의미한다.
- 다음의 (나)는 교육과정상의 내용 영역 중 도형영역을 의미한다.
(가-수와 연산, 나-도형, 다-측정, 라-확률과 통계, 마-규칙성과 함수)
- 다음의 Ⅰ①은 학습내용(교육과정에 제시된 학습내용 일련번호)를 의미한다.
- 맨 마지막의 (1) 이후의 번호와 제목은 학습내용에서 추출한 교수단위 일련번호와 학습주제를 의미한다.

나. 교수단위의 추출 과정

교수단위는 교육과정에 제시된 내용체계를 바탕으로 하여 각각의 내용에서 유의미한 소재를 찾고 이를 일반화하여 교수단위로 발전시킨다. 다음의 예를 통해 본 연구에서 교수단

위를 추출한 과정을 설명하고자 한다.

[그림 8]은 ‘각과 여러 가지 삼각형’의 ‘① 이등변삼각형과 정삼각형을 이해한다.’와 관련하여 수학과 교육과정 해설서에 제시된 내용이다.

1 각과 여러 가지 삼각형
① 이등변삼각형과 정삼각형을 이해한다.
◦ 이등변삼각형과 정삼각형을 이해하고, 이들 사이의 관계를 이해하게 한다.
삼각형을 변의 길이에 따라 분류해 보거나 삼각형의 변의 길이를 재어 보는 활동을 통하여 세 변 중 두 변의 길이가 같은 삼각형이 이등변삼각형, 세 변의 길이가 모두 같은 삼각형이 정삼각형임을 알게 한다. 예를 들면 점판에 다양한 삼각형을 만들어 변의 특성에 따라 분류하게 한 다음, ‘이 삼각형들은 세 변의 길이가 같다’, ‘이 삼각형들은 두 변의 길이가 같다’, ‘이 삼각형들은 어떤 변의 길이도 서로 같지 않다’ 등과 같이 분류의 기준을 설명하게 하고, 이를 이용하여 정삼각형, 이등변삼각형의 의미를 파악하게 한다. 또한 정삼각형은 이등변삼각형의 특수한 경우임을 이해하게 한다.

[그림 8] 개정초등학교 교육과정 해설(4), p.104


위의 교육과정과 교육과정 해설서의 내용을 분석하여 학생들에게 가르쳐야 할 수학적 소재를 8 가지로 추출하여 [그림 9]와 같이 8개의 교수단위로 개발하였다.

<4학년> (나)도형
1 각과 여러 가지 삼각형
① 이등변삼각형과 정삼각형을 이해한다.
4(나)11① - (1) 이등변삼각형의 의미 알기
4(나)11① - (2) 이등변삼각형 만들기
4(나)11① - (3) 이등변삼각형의 성질 발견하기
4(나)11① - (4) 정삼각형의 의미 알기
4(나)11① - (5) 정삼각형 만들기
4(나)11① - (6) 정삼각형의 성질 발견하기
4(나)11① - (7) 이등변삼각형과 정삼각형 찾기
4(나)11① - (8) 이등변삼각형과 정삼각형의 관계 알기

[그림 9] 4(나)11①의 대주제에서 추출된 교수단위의 소주제

본 연구에서는 ‘① 이등변삼각형과 정삼각형을 이해한다.’에 관한 1개의 주제를 8개의 교수단위로 개발하였지만 수업자나 수학연구자에 의해 작게 다루어질 수도 있고, 더 크게 다루어질 수도 있다. 추출된 각각의 소재는 목적(O), 자료(M), 활동(A), 배경(B)를 포함하는 하나의 교수단위로 발전하게 된다. [그림 10]은 ‘4(나)11① - (1) 이등변삼각형의 의미 알기’를 실제로 교수단위로 개발한 것이다.

교수 단위 (TU): 4(나)Ⅱ① - (1) 이등변삼각형의 의미 알기
 학습 목표 (O) : 이등변삼각형의 의미를 알 수 있다.
 자료 (M): 여러 가지 삼각형 조각(뾰뾰한 두꺼운 종이)
 활동 (A): (1) 여러 가지 삼각형을 분류하기
 다양한 모양의 삼각형 조각을 보여주고 이 조각들을 나름의 기준으로 분류해 보도록 한다. 학생들의 다양한 분류 기준을 적극적으로 수용하는 것도 중요하지만 목적에 맞추어 이등변삼각형과 이등변삼각형이 아닌 것으로 분류할 수 있도록 지도가 필요하다.



(2) 분류된 삼각형의 공통점 말하기
 자신이 삼각형을 분류한 기준을 말해보게 하고 그 기준에 따라 분류한 삼각형들 간에는 어떠한 공통점이 있는지를 말해보게 한다. 색깔, 크기 등으로 분류하지 않도록 한다.

(3) 이등변삼각형 이름 붙이기
 여러 가지 분류에 의해 나누어진 삼각형 중에서 두 변의 길이가 같은 삼각형에는 어떠한 이름을 붙이는 것이 좋을지 생각해 보게 한다. 가장 효과적인 이름을 정하고 이것을 약속한다. 왜 이등각이 아니라 이등변이어야 하는지를 지도할 필요가 있다.

배경 (B): 삼각형의 각, 꼭짓점, 변을 학습한 뒤에 각, 직각, 직각삼각형을 학습하고 이것을 바탕으로 삼각형의 속성을 파악하는 활동을 통해 이등변삼각형, 정삼각형, 둔각삼각형, 예각삼각형을 학습하게 된다. 여러 가지 삼각형을 분류해 보는 활동을 통해 두 변의 길이가 같은 삼각형을 이등변삼각형이라고 함을 알게 하고, 여러 가지 삼각형 중에서 이등변삼각형을 잘 찾을 수 있도록 지도한다. 왜 만들어야 하는지 지도할 필요가 있다.

[그림 10] 교수단위-이등변삼각형의 의미 알기

2. 도형영역의 주제별 교수단위 추출

가. 학년별 도형영역 교수단위 추출

아래의 [표 4]에서 [표 9]까지는 위의 [표 3]에서 제시한 157개 도형영역의 교수단위(TU)를 학년 별로 모두 나타낸 것이다.

[표 4] 1학년 도형영역의 주제별 교수단위

학년-(영역)-대주제	소주제(학습내용)	주제별 교수단위(TU)
1-(나) -① 입체도형의 모양	①여러 가지 물건을 관찰하여 직육면체, 원기둥, 구의 모양을 찾을 수 있다.	(1)상자모양, 둥근 기둥 모양, 공 모양 알기 (2)상자모양, 둥근 기둥 모양, 공 모양 찾기 (3)상자모양, 둥근 기둥 모양, 공 모양의 특징 알기
	②여러 가지 모양을 만드는 활동을 통하여 기본적인 입체도형에 대한 감각을 익힌다.	(1)여러 가지 입체도형 만들기
1-(나) -② 평면도형의 모양	①여러 가지 물건을 관찰하여 사각형, 삼각형, 원의 모양을 찾을 수 있다.	(1)네모 모양, 세모 모양, 동그라미 모양 알기 (2)네모 모양, 세모 모양, 동그라미 모양 찾기
	②구체물을 이용하여 기본적인 평면도형을 만들고, 여러 가지 모양을 꾸밀 수 있다.	(1)네모 모양, 세모 모양, 동그라미 모양 만들기 (2)여러 가지 모양 만들기

[표 5] 2학년 도형영역의 주제별 교수단위

학년-(영역) -대주제	소주제(학습내용)	주제별 교수단위(TU)
2-(나) -① 기본적인 평면도형	①선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원을 이해하고, 그 모양을 그리거나 만들 수 있다.	(1)곧은 선과 굽은 선 알기
		(2)선분과 직선의 의미 알기
		(3)사각형의 의미 알기
		(4)삼각형의 의미 알기
		(5)원의 의미 알기
		(6)사각형, 삼각형, 원 찾기
		(7)여러 가지 평면도형 만들기
		(8)모양조각 놀이
	②기본적인 평면도형의 구성요소를 알고 찾을 수 있다.	(1)도형의 꼭짓점과 변 알기
		(2)사각형과 삼각형의 구성요소의 특징 발견하기
2-(나) -② 입체도형의 구성	①쌓기나무로 만들어진 입체도형을 똑같이 만들 수 있다.	(1)쌓기나무를 보고 똑같이 만들기-1
		(2)쌓기나무를 보고 똑같이 만들기-2
	②주어진 쌓기나무로 여러 가지 입체도형을 만들 수 있다.	(1)여러 가지 입체도형 만들기(쌓기나무)

[표 6] 3학년 도형영역의 주제별 교수단위

학년-(영역)-대주제	소주제(학습내용)	주제별 교수단위(TU)		
3-(나) -① 각과 평면도형	①각과 직각을 이해한다.	(1)각의 의미 알기		
		(2)각의 꼭짓점과 변 알기		
		(3)여러 가지 각 만들기		
		(4)직각의 의미 알기		
		(5)직각 만들기		
		(1)직각삼각형의 의미 알기		
		(2)직각삼각형 만들기		
		(3)직사각형 의미 알기		
	②직각삼각형, 직사각형, 정사각형을 이해한다.	(4)직사각형 만들기		
		(5)정사각형의 의미 알기		
		(6)정사각형 만들기		
		(7)직사각형과 정사각형 찾기		
		(8)직사각형과 정사각형의 관계 알기		
		3-(나) -② 평면도형의 이동	①간단한 평면도형의 밀기, 뒤집기, 돌리기 활동을 통하여 그 변화를 이해한다.	(1)평면도형 밀기
				(2)평면도형 뒤집기
				(3)평면도형 돌리기
(4)움직이기 전과 움직인 후의 도형을 보고 어떻게 움직였는지 말하기				
3-(나) -③ 원의 구성요소	①원의 중심, 반지름, 지름을 알고, 그들 사이의 관계를 이해한다.	(1)원 만들기		
		(2)원의 중심, 반지름, 지름을 알고 관계 이해하기		
		(3)주어진 원에서 반지름과 지름의 길이 구하기		
	②컴퍼스를 이용하여 여러 가지 모양을 그릴 수 있다.	(1)원 그리기		
		(2)컴퍼스를 이용하여 여러 가지 모양 그리기		
		(3)정사각형과 원으로 여러 가지 무늬 만들기		

[표 7] 4학년 도형영역의 주제별 교수단위

학년-(영역)-대주제	소주제(학습내용)	주제별 교수단위(TU)	
4-(나) -① 각과 여러 가지 삼각형	①이등변삼각형과 정삼각형을 이해한다.	(1)이등변삼각형의 의미알기	
		(2)이등변삼각형 만들기	
		(3)이등변삼각형의 성질 발견하기	
		(4)정삼각형의 의미알기	
		(5)정삼각형 만들기	
		(6)정삼각형의 성질 발견하기	
		(7)이등변삼각형과 정삼각형 찾기	
		(8)이등변삼각형과 정삼각형의 관계알기	
	②예각과 둔각의 뜻을 알고, 예각삼각형과 둔각삼각형을 이해한다.	(1)예각과 둔각의 의미 알기	
		(2)예각과 둔각 그리기	
		(3)예각과 둔각 만들기	
		(4)예각, 둔각, 직각 찾기	
		(5)예각삼각형과 둔각삼각형의 의미 알기	
		(6)예각삼각형과 둔각삼각형 그리기	
		(7)예각삼각형과 둔각삼각형 만들기	
		(8)예각삼각형, 둔각삼각형, 직각삼각형 찾기	
	4-(나) -② 다각형의 이해	①수직과 평행의 관계를 이해한다.	(1)수직과 수선 알기
			(2)수직인 두 직선 그리기
(3)평행 알기			
(4)평행인 두 직선 그리기			
(5)평행선 사이의 거리 알기			
(6)평행선과 각의 관계 이해하기			
②사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형의 개념을 알고, 그 성질을 이용한다.		(1)사다리꼴의 의미 알기	
		(2)사다리꼴 만들기	
		(3)평행사변형의 의미 알기	
		(4)평행사변형 만들기	
		(5)평행사변형의 성질 발견하기	
		(6)사다리꼴과 평행사변형의 관계알기	
		(7)마름모의 의미 알기	
		(8)마름모 만들기	
		(9)마름모 찾기	
		(10)사다리꼴, 평행사변형, 마름모의 관계 알기	
		(11)여러 가지 사각형 찾기	
		(12)여러 가지 사각형 사이의 관계 알기	
③간단한 다각형과 정다각형을 이해한다.		(1)다각형의 의미 알기	
		(2)정다각형의 의미 알기	
		(3)정다각형 찾고 이름 말하기	
		(4)대각선의 의미 알기	
		(5)대각선의 성질 이해하기	
④주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들고 덮어 보기		(1)주어진 도형으로 여러 가지 모양 만들기	
		(2)주어진 도형을 여러 가지 모양으로 덮어보기	

[표 8] 5학년 도형영역의 주제별 교수단위

학년-(영역) -대주제	소주제(학습내용)	주제별 교수단위(TU)
5-(나) -① 직육면체와 정육면체의 성질	① 직육면체와 정육면체의 구성요소를 알고, 여러 가지 성질을 찾을 수 있다.	(1) 직육면체의 의미알기
		(2) 직육면체의 면, 모서리, 꼭짓점 찾고, 개수 알기
		(3) 직육면체의 성질 알기(1)-평행인 두 면이 밀면임을 이해하기
		(4) 직육면체의 성질 알기(2)-수직인 두 면을 찾아내어 알맞은 이름 붙이기(옆면)
		(5) 정육면체의 의미 알기
		(6) 직육면체와 정육면체의 관계 설명하기
	② 직육면체와 정육면체의 전개도와 겨냥도를 그릴 수 있다.	(1) 직육면체의 전개도 알기
		(2) 직육면체의 전개도 그리기
		(3) 직육면체의 겨냥도 그리기
		(4) 정육면체의 전개도 알기
		(5) 정육면체의 전개도 그리기
		(6) 정육면체의 겨냥도 그리기
5-(나) -② 합동	① 도형의 합동의 의미를 알고, 합동인 도형을 식별할 수 있다.	(1) 완전히 포개어지는 것 만들기
		(2) 합동의 의미 알기
		(3) 합동인 도형 만들기
		(4) 합동인 도형에서 대응점, 대응변, 대응각의 의미를 알고, 대응변의 길이, 대응각의 크기 이해하기
	② 자, 컴퍼스, 각도기를 이용하여 조건에 맞는 삼각형을 그릴 수 있다.	(1) 세 변의 길이가 주어진 삼각형 그리기
		(2) 두 변과 그 사이의 각의 크기가 주어진 삼각형 그리기
		(3) 한 변과 양 끝 각의 크기가 주어진 삼각형 그리기
		(4) 세 변의 길이가 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 그리기
		(5) 두 변과 그 사이의 각의 크기가 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 그리기
		(6) 한 변과 양 끝 각의 크기가 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 그리기
		(7) 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 그리기 위해 필요한 조건 말하기
		(8) 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 그리기 위해 필요한 조건 말하기
5-(나) -③ 대칭	① 선대칭도형과 점대칭도형의 의미를 알고 그릴 수 있다.	(1) 여러 가지 모양을 완전히 겹쳐지도록 접어 보기
		(2) 선대칭도형, 대칭축의 의미 알기
		(3) 선대칭도형 만들기
		(4) 선대칭도형의 성질 발견하기
		(5) 선대칭도형 그리기
		(6) 점대칭도형, 대칭의 중심의 의미 알기
		(7) 점대칭도형 만들기
		(8) 점대칭도형의 성질 발견하기
		(9) 점대칭도형 그리기
	② 선대칭의 위치에 있는 도형과 점대칭의 위치에 있는 도형을 그릴 수 있다.	(1) 선대칭의 위치에 있는 도형, 대칭축 의미 알기
		(2) 선대칭의 위치에 있는 도형 만들고 그리기
		(3) 선대칭의 위치에 있는 도형의 성질 발견하기
		(4) 선대칭의 위치에 있는 도형 찾기
		(5) 점대칭의 위치에 있는 도형, 대칭의 중심의 의미 알기
		(6) 점대칭의 위치에 있는 도형의 성질 발견하기
		(7) 점대칭의 위치에 있는 도형 그리기
(8) 점대칭의 위치에 있는 도형 찾기		

[표 9] 6학년 도형영역의 주제별 교수단위

학년-(영역) -대주제	소주제(학습내용)	주제별 교수단위(TU)
6-(나) -① 각기둥과 각뿔의 성질	①각기둥과 각뿔을 이해하 고, 구성 요소와 성질을 안 다.	(1)각기둥의 의미 알기
		(2)각기둥의 구성요소와 성질 발견하기
		(3)각기둥에서 밑면, 옆면, 모서리, 꼭짓점, 높이 알기
		(4)삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥 알기
		(5)각뿔의 의미 알기
		(6)각뿔의 구성요소와 성질 발견하기
		(7)각뿔에서 밑면, 옆면, 모서리, 꼭짓점, 높이 알기
		(8)삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔 알기
	②각기둥의 전개도를 그릴 수 있다.	(1)각기둥의 전개도 알기
		(2)전개도를 가지고 삼각기둥 만들기
(3)삼각기둥의 전개도 그리기		
6-(나) -② 원기둥과 원뿔의 성질	①원기둥과 원뿔을 이해하 고, 구성요소와 성질을 안 다.	(1)원기둥의 의미 알기
		(2)원기둥의 구성요소와 성질 발견하기
		(3)원뿔의 의미 알기
		(4)원뿔의 구성요소와 성질 발견하기
		(5)원뿔에서 높이 모선 알기
	②원기둥의 전개도를 이해 한다.	(1)원기둥의 전개도 알기
		(2)원기둥의 전개도를 가지고 원기둥 만들기
		(3)원기둥의 전개도 찾기
	③회전체를 이해한다.	(1)회전체와 회전축 알기
		(2)회전체 만들기
		(3)회전체 찾기
		(4)구, 구의 중심, 구의 반지름 알기
		(5)주어진 회전체와 관계있는 평면도형 찾기
		(6)회전체의 단면 이해하기
		6-(나) -③ 여러 가지 입체도형
(2)쌓기나무로 여러 가지 모양을 만들고 규칙을 찾 을 수 있다.		
②쌓기나무로 여러 가지 모양을 만들고 규칙을 찾 을 수 있다.	(1)쌓기나무로 여러 가지 모양을 만들고 규칙 찾기	
	(2)규칙을 정하여 쌓기나무로 여러 가지 모양 만들기	
③쌓기나무로 만든 입체도 형의 위, 앞, 옆에서 본 모 양을 표현할 수 있다.	(1)입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양 그리기	
	(2)쌓기나무로 입체도형 만들기	
④여러 가지 물체의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 표현 할 수 있다.	(1)물체의 위, 앞, 옆에서 본 모양 그리기	
	(2)위, 앞, 옆에서 본 모양을 보고, 물체 확인하기	

나. 도형영역 교수단위의 분석

1) 도형영역 교수단위의 유형별 분석

본 연구에서는 도형영역 교수단위의 제목과 특성을 분석하여 다음과 같은 세 가지 유형으로 분류하여 나타내었다.

첫째, 학습자가 학습 내용요소의 의미를 이해하고, 특징을 알거나 발견하는 것이 목적이 되는 교수단위들은 ‘개념알기형’으로 분류하였다. 이러한 교수단위의 제목은 대체로 ~의미

알기, ~알기, ~발견하기, ~특징 찾기 등으로 되어 있다. 다만, 3(나)②①(1),(2),(3)의 평면도형 밀기, 뒤집기, 돌리기의 경우는 간단한 평면도형의 밀기, 뒤집기, 돌리기 활동을 통해 그 변화를 이해는 것이기 때문에 ‘개념알기형’으로 분류하였다. 또, ‘5(나)②①(1)완전히 포개어지는 것 만들기’는 합동에 의미를 알기 위한 선수학습이고, ‘5(나)③①(1)여러 가지 모양을 완전히 겹쳐지도록 접어 보기’는 선대칭도형의 의미를 알아보기 위한 선수학습이므로 교수단위의 특성상 ‘개념알기형’으로 분류하였다.

둘째, 학습자가 도형의 개념을 이해한 후 그 개념을 적용해보는 활동이 목적이 되는 교수단위들은 ‘개념적용형’으로 분류하였다. 이러한 교수단위의 제목들은 대체로 ~만들기, ~놀이하기, ~그리기, ~확인하기, ~(도형)찾기 등으로 되어 있다. 다만, ‘4(나)②④(2)주어진 도형을 여러 가지 모양으로 덮어보기’는 이미 배운 다각형을 이용하여 적용하여 모양을 덮어보는 활동이므로 ‘개념적용형’으로 분류하였다. 또, ‘5(나)②②(7)주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 그리기 위해 필요한 조건 말하기’인 삼각형의 합동의 조건을 배운 후 적용해 보는 활동이고, ‘6(나)③①(1)쌓기나무의 개수 구하기’와 ‘6(나)③④(2)위, 앞, 옆에서 본 모양을 보고, 물체 확인하기’는 공간감각을 익히기 위한 활동이므로 교수단위의 특성상 ‘개념적용형’으로 분류하였다.

셋째, 학습자가 각 도형의 개념을 의미를 도형들 간의 관계를 알아보는 활동이 목적이 되는 교수단위들은 ‘관계알기형’으로 분류하였다. ‘관계알기형’ 교수단위는 각 도형의 개념들을 비교해보고, 그 관계를 파악해보는 활동으로서 개념적용형 교수단위보다 도형의 개념을 더 명확하게 하는데 도움을 주는 활동의 성격을 지니고 있다. 이러한 교수단위의 제목들은 대체로 ~관계알기, ~관계 이해하기, ~관계 설명하기 등으로 되어 있다. 다만, ‘3(나)②①(3)주어진 원에서 반지름과 지름의 길이 구하기’는 반지름과 지름을 구하는 활동이 아니라 $2 \times$ 반지름=지름의 관계를 알아보는 활동이기 때문에 교수단위의 특성상 ‘관계알기형’으로 분류하였다.

이와 같이 도형영역의 주제별로 추출된 교수단위의 제목과 특성의 분석을 통해 도형영역 교수단위를 ‘개념알기형’, ‘개념적용형’, ‘관계알기형’으로 분류할 수 있다.

다음 [표 11]은 [표 4]에서 [표 9]에 나타난 도형영역 주제별 교수단위(TU)를 교수단위의 특징과 제목을 분석하여 ‘개념알기형’, ‘개념적용형’, ‘관계알기형’의 세 유형으로 분류하여 나타낸 분포표이다.

[표 11] 도형영역 교수단위의 유형별 분포

학년 \ 유형	개념알기형	개념적용형	관계알기형
1	3	5	0
2	7	6	0
3	9	11	3
4	17	19	5
5	19	20	1
6	18	14	0
계	73	75	9

2) 도형영역 교수단위 유형사이의 관계 분석

교수단위 유형사이의 관계에서 다음과 같이 크게 두 가지를 생각해 볼 수 있다.

첫째, [표 4]에서 [표 9]까지의 교수단위의 순서를 살펴보면, 도형영역의 교수단위 순서는 대체로 개념알기형, 개념적용형의 순으로 되어 있고, 관계알기형은 각 소주제의 가장 끝부분이 제시되어 있는 것을 알 수 있다. 이는 학습자에게 도형의 개념을 먼저 이해시킨 후, 배운 개념들을 다양한 활동에 적용해봄으로써 개념을 좀 더 명확하게 알 수 있도록 교육과정을 구성되어 있다는 것을 의미한다. 이러한 교수단위의 유형별 순서가 갖는 교육적 의미를 생각해 볼 필요가 있다. 예를 들어, 현재의 교육과정에는 ‘4(나)㉒㉓(1)사다리꼴의 의미알기’ 다음에 ‘4(나)㉒㉓(2)사다리꼴 만들기’의 순으로 되어있다. 그러나 교수단위의 순서를 바꾸어서 사다리꼴의 개념을 배우기 전에 교사의 지시대로 사다리꼴을 만들어 본 후(4(나)㉒㉓(2)사다리꼴 만들기), 자신이 만든 사다리꼴을 살펴보면서 그 성질과 특징을 파악(4(나)㉒㉓(1)사다리꼴의 의미알기)하는 순으로 교수단위를 재배치하여 지도할 수도 있다. 이렇게 되면 개념적용형이었던 ‘4(나)㉒㉓(2)사다리꼴 만들기’가 ‘4(나)㉒㉓(1)사다리꼴의 의미알기’의 전 단계의 활동이 되므로 ‘개념알기형’으로 재분류된다는 것이다. 이러한 관점에서 살펴보면, 교수단위의 유형은 고정된 것이 아니라 배열 순서에 따라 얼마든지 바뀔 수 있다는 것을 의미한다.

둘째, [표 10]에서 도형영역 교수단위의 유형별 분포를 살펴보면, 개념알기형과 개념적용형이 각각 1학년에는 3개, 5개, 2학년에는 7개, 6개, 3학년에는 9개, 11개, 4학년에는 17개, 19개, 5학년에는 19개, 20개, 6학년에는 18개, 14개로 분포되어 있다는 것을 알 수 있다. 2학년에서는 평면도형의 기본구성요소인 선분, 변과 같은 기본개념을 주제로 하는 교수단위들이 많아 개념알기형이 개념적용형보다 1개 더 많다. 그러나 1,3,4,5학년에서는 개념적용형이 개념알기형의 개수보다 조금 더 많다. 이는 초등학생들이 도형에 대한 개념을 제대로 이해하기 위해서는 학습한 개념을 여러 가지 활동에 적용을 통해 더욱 구체화시키기 때문이다. 같은 이유로 6학년에서는 개념알기형이 개념적용형보다 많은 것은 기초적인 연역적 사고가 가능해지는 6학년에서는 학습한 도형의 개념을 많은 활동에 적용해 보지 않더라도 개념을 잘 이해할 수 있기 때문이다.

또, 관계알기형 교수단위가 모든 학년의 도형영역에 있는 것이 아니라 3, 4, 5학년에만 있는 것을 알 수 있다. 이는 3학년에서 직각삼각형과 직사각형의 관계, 원에서 반지름과 지름의 관계, 4학년에서는 이등변삼각형과 정삼각형의 관계, 평행선과 각의 관계, 다각형들의 관계, 5학년에서는 직육면체와 정육면체의 관계를 알아봄으로써 비슷한 개념들의 관계 알기를 통해 각각의 개념을 명확하게 하는 활동이 필요하기 때문이다.

다. 도형영역 교수단위의 활용 방안

앞에서 2007년 개정수학교육과정의 도형영역의 교수단위를 추출하여 유형별로 분석하여 보았다. 이러한 도형영역 교수단위는 다음과 같이 활용될 수 있다.

첫째, 학습주제에 맞는 교육과정의 재구성을 위한 자료로 활용될 수 있다.

대개의 현장교사들은 수학수업을 할 때, 교육과정 혹은 교과서에 제시되어 있는 순서대로 가르치고 있다. 그러나 경우에 따라서는 교육과정을 재구성하여 가르치는 것이 보다 효과적 수도 있다. 예를 들어, [그림 11]과 [그림 12]와 같이 ‘3(나)㉠①(4)직각의 의미알기’의 교수단위 다음에 ‘4(나)㉠②(1)예각과 둔각의 의미알기’로 교수단위를 재구성하여 수업을 진행하는 것이 ‘3(나)㉠②직각삼각형과 직사각형, 정사각형을 이해한다.’로 구성하는 것보다 더 효과적이다. 왜냐하면 직각을 지도한 다음 직각이 있는 평면도형을 지도하는 것보다는 직각보다 작은 각인 ‘예각’과 직각보다 큰 각인 ‘둔각’의 개념을 바로 지도하는 것이 ‘각’이라는 한 가지 주제를 더 효과적이라는 시각도 있기 때문이다. 교사나 수학연구자들이 도형영역의 교수단위를 잘 알고 이를 학습주제에 맞게 재구성할 수 있다면 현재의 교육과정이나 교과서보다 더 효과적인 학습 자료를 만들 수 있을 것이다.

둘째, 학생들의 수준에 맞는 수준별 맞춤자료 제작의 기초자료로 활용될 수 있다.

도형영역 교육과정에서 추출된 교수단위들의 제목들만 살펴보더라도 각 단원의 내용이 무엇이고, 어떠한 체계로 구성되어 있는지 보다 쉽게 알 수 있다. 예를 들어, ‘6(나)㉢여러 가지 입체도형’ 단원의 내용은 입체도형 중에서도 쌓기나무의 개수 찾기, 규칙찾아 쌓기 등의 내용으로 구성되어 있고, 쌓기나무는 2(나)㉡의 단원에서 다루었던 것임을 쉽게 발견할 수 있다. 최근 들어 학교현장에서 수학 영재아나 수학학습 부진아 교육이 강조되고 있는데, 이러한 특수한 아동들의 경우가 아니더라도 수학을 공부하는 모든 학생들은 개인차가 존재하기 마련이다. 훌륭한 의사의 역할은 환자의 병을 정확히 진단하여 적절한 약을 처방함으로써 병을 낫게 하는 것이다. 훌륭한 교사도 마찬가지이다. 먼저 학생의 학습 수준을 정확히 파악하여 부족하거나 더 필요한 부분을 알아낸 후, 관련된 교수단위를 선택하여 재구성하면 각 학생에게 맞는 수준별 맞춤자료를 만들 수 있게 된다. 잘 제작된 맞춤자료는 잘 처방된 약처럼 학생들의 도형학습능력을 향상시키는데 많은 도움을 줄 것이다.

셋째, 새로운 교육과정 수립 시 기초자료로 활용될 수 있다.

교육과정은 교과, 학생, 사회 등의 여러 요인들에 의해 끊임없이 바뀌는 것이다. 우리나라 교육과정도 여덟 차례에 걸쳐 개정되었으며, 앞으로도 사회가 변화되는 속도가 빨라질수록 교육과정의 개정 속도도 더 빨라질 것이다. 그러나 수학교과 특성상 타 교과에 비해 초등학교 교육과정 에 들어가야 할 중요한 수학적 내용요소는 변하지 않는 것이 많다. 이러한 수학적 불변적 요소들을 교수단위로 추출하여 데이터베이스를 체계적으로 구축한다면 학부모, 교육기관, 연구기관, 정부 등의 사회적 요구에 교수단위의 기본 개념을 적용하여 유연하고 체계적으로 대처할 수 있다. 잘 조직된 교수단위는 사회의 요구에 따라 체계적으로 재조립하고, 재결합하는 과정을 거쳐 새로운 시대에 맞는 새로운 교육과정을 만드는데 중요한 기초자료로 활용될 수 있다.

IV. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구에서는 2007년 개정교육과정 수학과 도형영역의 내용을 교수단위별로 추출하는 과정과 방법을 제시하고, 추출된 교수단위(TU)를 세 가지 유형으로 나누어 분석하고 그 활용 방안을 생각해 보았다.

이상의 연구 결과를 바탕으로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 도형영역의 교수단위(TU)는 제목과 특성에 따라 ‘개념알기형’, ‘개념적용형’, ‘관계알기형’의 세 유형으로 분류할 수 있다. 도형의 의미알기, 성질 발견하기, 특징 찾기 등과 같이 개념을 이해하는 활동과 관련된 교수단위는 ‘개념알기형’, 도형 찾기, 만들기, 그리기 등과 같이 개념을 적용하는 활동과 관련된 교수단위는 ‘개념적용형’, 둘 이상의 도형 개념 사이의 관계를 알아보는 것과 관련된 교수단위는 ‘관계알기형’으로 교수단위를 분류하였다.

둘째, 현재의 도형영역 교육과정은 대체로 개념알기형→개념적용형→관계알기형의 순으로 구성되어 있으며, 대체로 개념적용형이 개념알기형보다 조금 많고, 관계알기형은 주체의 끝부분에 제시되어 있다는 것을 알 수 있다. 이는 초등학생들이 다소 추상적인 도형의 개념을 다양한 방법으로 여러 가지 상황에 적용하고 관계 지어 봄으로써 도형 개념을 구체적이고 명확하게 이해할 수 있기 때문이다.

셋째, 교수단위(TU)는 도형학습주제에 맞게 수업을 재구성하거나 학생들의 수준에 맞는 수준별 맞춤자료를 제작할 때 기초자료로 활용될 수 있다. 수업자가 도형영역 교수단위의 내용체계와 학생들의 수학학습 수준을 잘 알고, 이를 학습주제를 고려하여 각각의 교수단위들을 재구성하여 활용하면 체계적이고 창의적인 도형지도자료를 만들 수 있게 될 것이다.

넷째, 교수단위(TU)는 새로운 교육과정 수립 시 기초자료로 활용될 수 있다. 교육과정은 사회적 요구에 맞게 끊임없이 변화한다. 도형영역 교수단위를 통해 도형영역의 교육과정을 이해하고, 체계적이고 과학적으로 분석하여 새로운 도형영역의 교육과정을 수립하는 기초자료로 활용될 수 있다.

2. 제언

본 연구의 논리적 확장을 위해 다음과 같이 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 도형영역 뿐만 아니라 ‘수와 연산’, ‘측정’, ‘확률과 통계’, ‘규칙과 함수’ 영역에 대한

주제별 교수단위(TU)의 추출 연구가 필요하다. 특히, 맞춤식 자료제작의 활용면에서는 ‘수와 연산 영역’에 대한 교수단위의 분석이 더 유용하다고 생각된다.

둘째, 수준별 맞춤수업을 수월하게 하기 위해서 각각의 교수단위(TU)에 맞는 수행평가지 개발 연구가 요구된다. 교수단위의 재구성을 통해 학생의 수준에 맞는 수업을 하기 위해서는 우선 지도할 학생의 수준을 알아야 한다. 이러한 수준을 알기 위해 교수단위(TU) 뒷부분에 간단한 형성평가문항을 함께 제시한다면 수업현장에서 보다 편리하게 사용될 수 있을 것이라 생각된다.

셋째, 선행연구와 본 연구에서 분석된 교수단위(TU)들을 컴퓨터용 소프트웨어로 개발하려는 연구가 필요하다. 학습자에게 필요한 학습주제들을 컴퓨터에 입력하면, 관련된 교수단위들이 자동으로 선택되고, 그것들을 교사나 학습자 스스로가 재구성하여 사용할 수 있는 소프트웨어가 제작된다면 좀 더 편리하게 학습자 수준별 맞춤자료를 만들어 활용할 수 있을 것이다.

참고문헌

- 강완·김남준(2010). 초등학교 수학과 교육과정에 근거한 교수단위 추출 연구. 대한수학교육학회지 수학교육연구 제20권 제1호, 45-46
- 강지형 외(1999). 초등수학교육. 동명사.
- 교육과학기술부(2008). 초등학교교육과정해설.
- 박교식 (2002). 규칙성이 있는 수식을 소재로 한 교수단위 설계 연구. 대한수학교육학회지<학교수학> 제4권 제2호, 297-315.
- 우정호 (2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울: 서울대학교 출판부.
- 강완 외 18인 공역(1999). 초등수학학습지도의 이해. 서울: 양서원.