

# 차량 경로 스케줄링 문제 해결을 위한 멀티 비용 함수를 갖는 개미 군집 최적화 기법 기반의 휴리스틱

홍명덕\*, 유영훈\*\*, 조근식\*\*

\*인하대학교 일반대학원 정보공학과

\*\*인하대학교 공과대학 컴퓨터정보공학부

e-mail:hmdgo@eslab.inha.ac.kr, yhyu@eslab.inha.ac.kr, gsjo@inha.ac.kr

## The Heuristic based on the Ant Colony Optimization using by the Multi-Cost Function to Solve the Vehicle Routing and Scheduling Problem

Myung-Duk Hong\*, Young-Hoon Yu\*\*, Geun-Sik Jo\*\*

\*Dept. of Information Engineering, Inha University

\*\*Dept. of Computer Science & Information Engineering, Inha University

### 요 약

본 연구는 차량 경로 스케줄링 문제(VRSPTW, the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Window)를 해결하기 위하여, 멀티 비용 함수(Multi Cost Function)를 갖는 개미 군집 최적화(Ant Colony Optimization)을 이용한 휴리스틱을 제안하였다. 멀티 비용 함수는 각 개미가 다음 고객 노드로 이동하기 위해 비용을 평가할 때 거리, 요구량, 각도, 시간제약에 대해 서로 다른 가중치를 반영하여 우수한 초기 경로를 구할 수 있도록 한다. 본 연구의 실험결과에서 제안된 휴리스틱이 Solomon II 휴리스틱과 기회시간이 반영된 하이브리드 휴리스틱보다 효율적으로 최근사 해를 얻을 수 있음을 보였다.

### 1. 서론

각 고객의 시간 제약과 요구량을 만족시키면서 최소 이동 비용을 가지는 경로를 구성하는 문제를 차량 경로 스케줄링 문제(VRSPTW, Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Window)라고 한다[1]. 이 문제는 문제의 크기가 커질수록 계산량이 지수적으로 증가하게 되는 NP-Hard 문제이다[2]. 이러한 문제의 해법은 완전 최적화 기법(Exact Optimization Method)과 휴리스틱 기법(Heuristic Method)으로 크게 구분된다. 완전 최적화 기법은 모든 가능한 경로를 조사해보는 방법으로 문제에 따라 최적 해를 구하는 시간이 오래 걸리거나, 최적 해를 구한다는 보장이 없을 수도 있다. 휴리스틱 기법은 모든 가능한 경로를 조사하지 않고 다양한 지역 탐색(Local Search) 기법을 제어하여 여러 해를 생성하고 지능적으로 정보를 구축하여 최근사 해를 도출하는 방법으로 최근사 해(Nearest Optimal Solution)를 효율적으로 얻는 것을 목적으로 한다.

이러한 차량 경로 스케줄링 문제를 해결하기 위한 휴리스틱으로는 Solomon의 삽입 기법(Insertion Heuristic)이 제안된 이후로 많은 해법들이 연구되고 있다. Solomon의 삽입 기법은 특정한 기준 값을 계산하여 일부 구성된 부분경로에 아직 경로에 포함되지 않은 고객지점 들을 하나씩 추가하면서 해를 완성하는 기법이다[3].

본 연구에서는 개미 군집 최적화(ACO, Ant Colony Optimization) 기법을 사용하여 VRSPTW를 해결하고자

한다.

개미 군집 최적화는 개미들의 행동에 대한 메커니즘을 응용한 기법으로서 개미들이 정보를 교환할 때 사용하는 페로몬(Pheromone)을 이용하는 방법을 적용한 휴리스틱이다. 즉, 개미들이 먹이를 찾아 이동할 때, 자신이 이동한 경로 위에 페로몬을 분비하게 되며 다음 개미는 페로몬 흔적(Pheromone Trail)을 이용하여 다음 이동 경로를 선택하게 된다. 이때 자주 이용되는 경로는 페로몬이 축적되고, 이용되지 않는 경로는 페로몬이 감소하게 된다. 이렇게 축적된 페로몬 정보를 바탕으로 구성된 경로는 최적의 경로일 확률이 높기 때문에 이를 해로 산출하게 된다. 차량 경로 문제를 풀기 위해 이러한 개미 군집 최적화 기법을 응용한 연구들은 다음과 같다.

Bullnheimer[4]는 처음으로 개미 군집 최적화를 적용하여 인공 개미에 의한 초기경로구성 후 지역탐색 기법을 적용한 HAS(Hybrid Ant System)를 제안하였다.

Gambardella[5]은 두 개의 개미군집이 독립적으로 활동하여 각각 총 차량 수와 총 차량 운행 거리를 최소화하여 서로 정보를 교환하는 MACS-VRPTW(Multiple Ant Colony System for VRPTW)를 제안하였다.

Reimann[6]은 절약 알고리즘(Saving Algorithm)으로 초기경로구성 후 Sweep 알고리즘을 사용하여 임의로 여러 개의 하위문제로 분할하여 각각의 나뉘어진 문제를 다시 절약 알고리즘과 지역탐색을 이용하는 방법을 제안하였다.

Chengming[7]은 임의의 초기경로를 구하고 파레토 지역 탐색(Pareto Local Search)를 통해 해를 향상시키는 RPACS-VRPTW를 제안하였다.

기존 연구에서는 초기 경로를 먼저 구성하고, 반복(Iteration)인 경로 구성을 통해 초기 해를 향상시키는 전략을 사용한다[4][5][7]. 또한 수행 속도 향상과 국부 지역해(Local Minima)에서 벗어나기 위해, 일반적인 개미 군집 최적화 전략은 임의(Random)로 초기 경로를 구성한다. 하지만, 이는 부적절한 해가 페로몬 흔적에 적용될 수 있는 단점이 있다. 이를 극복하기 위해 다양한 해를 많이 구하여 페로몬 흔적을 갱신한다. 그에 따라 인공개미의 수와 경로 구성을 반복하는 과정이 많이 요구하게 된다.

본 연구에서는 초기 경로 구성 시 최근접 이웃 휴리스틱(NNH, Nearest Neighbor Heuristic)을 사용하고, 다른 노드를 선택 할 때 멀티 비용 함수(Multi Cost Function)를 통해 가장 높은 비용을 가진 경로를 선택한다. 보다 다양한 해를 도출하기 위해 매 초기 경로 구축 시 사용되는 멀티 비용 함수에 비용 가중치(Cost Weight)를 적용한다. 이로 인해 부적절한 해가 나오는 것을 방지하며, 반복 과정 시 페로몬 갱신 규칙을 적용함으로써 적은 수의 인공개미와 반복 과정을 통해 좋은 최적 근사 해를 구한다.

## 2. VRSPTW 문제 정의 및 제약 조건

VRPTW 차량 경로 모형은 각 고객 노드의 요구량과 이동거리와 함께 물류창고와 각 고객 노드의 시간 제약을 준수하여 경로를 구성해야 하는 문제이고, 목적 함수는 모든 고객에게 서비스를 수행 할 수 있는 최소의 차량과 함께 최소의 스케줄링 시간으로 설계하는 것이다.

차량 경로 모형에 대한 제약 조건은 다음과 같다.

- 1) 모든 차량은 동종의 차량이다.
- 2) 운행되는 차량의 비용은 총 운행 거리에 비례한다.
- 3) 각 차량은 최대 적재용량까지 적재가 가능하며 모든 차량의 적재 용량은 동일하다.
- 4) 고객 노드들 간의 차량 운행속도는 동일하다.
- 5) 화물의 적재 및 하역에 소요되는 시간은 고려되지 않는다.
- 6) 차량의 출발 및 종착은 물류 창고에서만 이루어지며, 단일 물류 창고만 존재한다.
- 7) 모든 고객 노드들은 서비스를 받아야 한다.
- 8) 한 차량의 총 이동거리에 대한 제약은 없다.
- 9) 모든 고객 노드들은 서비스가 가능한 시간대를 가진다.
- 10) 차량은 물류 창고에서 동시에 출발하며 물류 창고 서비스 종료 시간 내에 복귀해야 한다.

## 3. VRSPTW를 위한 개미 군집 최적화 알고리즘

### 3.1. 제안 알고리즘

본 연구에서는 개미 군집 최적화의 장점인 전역적 탐색능력 능력을 이용하여 해를 유도하는 최근접 이웃 휴리스틱을 적용한 알고리즘을 소개한다.

<p><b>단계 1 : 초기화</b> 알고리즘 실행을 위해 비용 가중치 목록 생성과 초기 페로몬 매트릭스를 생성한다.</p> <p><b>단계 2-1 : 초기 경로 구성</b> 각각의 개미들은 하나의 차량과 동일하다. 각 개미들은 현재 경로에 포함되지 않고 제약조건을 만족하는 노드들에 대하여 비용 함수를 통해 비용을 구한다. 구해진 비용 중 높은 비용을 갖는 노드를 결정하여 해당 개미의 경로에 포함하는 과정을 반복적으로 수행하여 경로를 구성한다.</p> <p><b>단계 2-2 : 경로 개선</b> 개미들이 구축한 경로를 2-opt과 Relocate를 수행하여 이웃해 집단을 생성 후 가장 우수한 이웃해로 대체한다.</p> <p><b>단계 2-3 : 페로몬 업데이트</b> 전 단계에서 개선된 경로와 현재까지 가장 우수한 경로를 이용하여 페로몬 업데이트를 한다.</p> <p><b>단계 2-4 : 종료조건 확인</b> 멀티 비용 가중치 목록 개수 만큼 단계 2를 반복 수행한다.</p>
--

### 3.2. 초기화

초기 페로몬이 존재하지 않는 페로몬 매트릭스를 구성하고 경로 구성 시에 사용될 비용 가중치를 생성하는 과정이다. 비용 가중치는  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ 가 존재하며 각각 거리, 요구량, 각도, 시간제약에 대한 가중치이다.

<표 1> 비용 가중치 목록 생성 함수

```

Input : nothing
Output : costweightlist cwl

procedure CreateCostWeightList()
begin
  initialize the cwl;
  v ← 0.0 /* v is value for sort cwl */
  for α ← 0.4 until 1 step +0.3 do
    for β ← 0.4 until 1 step +0.3 do
      for γ ← 0.4 until 1 step +0.3 do
        for δ ← 0.4 until 1 step +0.3 do
          for n ← 1 until 3 do
            v ← create random value
            /* costweight use one iteration */
            addlist cwl ← create costweight with α, β, γ, δ, v
          end of for
        sort cwl by v;
        return cwl;
      end /* end of procedure */
    
```

표 1의 함수를 통해 매 경로 구성 시에 비용 가중치를 이용하여 다양한 해를 생성할 수 있으며, 경로 구성의 반복횟수는 입력된 비용 가중치 목록의 개수와 동일하게 된다.

### 3.3. 초기 경로 구성

본 연구에서는 멀티 비용 함수가 적용된 최근접 이웃 휴리스틱을 이용하여 적은 수의 개미로 개미 군집 최적화의 특징을 사용하는 방법을 제안한다.

여러 가지 구성형 해법 중에서 비교적 개념이 쉬우면서 빠르게 해를 구축할 수 있는 효과적인 기법인 최근접 이웃 휴리스틱을 이용하며 다음에 방문할 노드를 결정하는 비용 함수를 설계하여 그 비용들 중 가장 큰 비용을 갖는 노드를 방문하는 과정을 반복하여 해를 구축한다.

처음 경로를 구축하거나 미할당된 노드를 기존 개미에 할당 할 수 없을 때, 미할당된 노드를 지정하여 새로운 개미를 추가하여야 한다. 이 때 미할당된 노드들에 대해 식 (1)를 이용하여 비용을 산출한다.

$$DtNCost_j = DC_{0j} + WC_j + TC_j + \tau_{0j} \quad (1)$$

여기서  $DtNCost_j$ 는 거점에서 부터 노드  $j$ 사이의 비용이다.  $DC_{0j}$ 는 거리 비용이며 식 (2)를 이용하고,  $WC_j$ 는

요구량 비용으로 식 (3)를 이용하고,  $TC_j$ 는 시간제약 비용으로 식 (4)를 이용하고,  $\tau_{0j}$ 는 거점에서 노드  $j$ 사이의 페로몬의 양이다.

$$DC_{0j} = (1 - \frac{d_{0j}}{\sum_{t \in \text{unsigned node}} d_{0t}}) \cdot \alpha, (0 < \alpha < 1) \quad (2)$$

여기서  $DC_{0j}$ 는 거점에서 노드  $j$ 사이의 거리 비용이고,  $d_{0j}$ 는 거점에서 노드  $j$ 사이의 거리이고,  $t$ 는 미할당된 노드 집합의 일부이고,  $\alpha$ 는 거리 비용 가중치이다.

$$WC_j = (\frac{q_j}{\sum_{t \in \text{unsigned node}} q_t}) \cdot \beta, (0 < \beta < 1) \quad (3)$$

여기서  $WC_j$ 는 노드  $j$ 에 대한 요구량 비용이고,  $q_j$ 는 노드  $j$ 의 서비스 요구량이고  $t$ 는 미할당된 노드 집합의 일부이고,  $\beta$ 는 요구량 비용 가중치이다.

$$TC_j = ((1 - \frac{b_j}{e_0 - b_0}) + (1 - \frac{e_j}{e_0 - b_0}) + (1 - \frac{e_j - b_j}{e_0 - b_0})) \cdot \gamma \quad (4)$$

, ( $0 < \gamma < 1$ )

여기서  $TC_j$ 는 노드  $j$ 에 대한 시간제약 비용이고,  $b_j$ 와  $e_j$ 는 노드  $j$ 의 서비스 시작과 종료 시각이고,  $b_0$ 와  $e_0$ 는 거점의 서비스 시작과 종료 시각이고,  $\gamma$ 는 시간제약 비용 가중치이다.

식 (1)을 이용하여 산출된 비용 중 가장 큰 비용을 갖는 노드를 할당받는 새로운 개미를 추가한다. 이후 미할당 노드를 기존 개미에 할당할 수 있는 경우 식 (5)를 이용하여 비용을 산출한다.

$$MNCost_{ij} = DC_{ij} + WC_j + AC_{ij} + TC_j + \tau_{ij} \quad (5)$$

여기서  $MNCost_{ij}$ 는 각 개미의 마지막 노드  $i$ 에서 미할당된 노드  $j$ 사이의 비용이다.  $DC_{ij}$ 는 거리 비용이며 식 (6)를 이용하고,  $WC_j$ 는 요구량 비용으로 식 (3)를 이용하고,  $AC_{ij}$ 는 각도 비용으로 식 (7)를 이용하고,  $TC_j$ 는 시간 제약 비용으로 식 (4)를 이용하고,  $\tau_{ij}$ 는 노드  $i$ 에서 노드  $j$ 사이의 페로몬의 양이다.

$$DC_{ij} = (1 - \frac{d_{ij}}{\sum_{t \in \text{unsigned node}} d_{it}}) \cdot \alpha, (0 < \alpha < 1) \quad (6)$$

여기서  $DC_{ij}$ 는 노드  $i$ 에서  $j$ 사이의 거리 비용이고,  $d_{ij}$ 는 노드  $i$ 에서  $j$ 사이의 거리이고,  $t$ 는 미할당된 노드 집합의 일부이고,  $\alpha$ 는 거리 비용 가중치이다.

$$AC_{ij} = (1 - \frac{(180 - \|a_i - a_j\| - 180)}{360}) \cdot \delta \quad (7)$$

, ( $0 < \delta < 1$ ), ( $0 < (a_i, a_j) < 360$ )

여기서  $AC_{ij}$ 는 노드  $i$ 에서  $j$ 사이의 각도 비용이고,  $a_i$ 와  $a_j$ 는 노드  $i$ 와  $j$ 의 거점 기준 각도이고,  $\delta$ 는 각도 비용 가중치이다.

식 (5)를 이용하여 산출된 비용을 내림차순 정렬하여 상위 50%만을 선택하고, 선택된 비용에 해당하는 각각 노드를 삽입된 노드의 앞 노드의 출발 시각을 비교하여 가장 빠른 것을 선택하여 최종적으로 개미에 할당한다. 이러

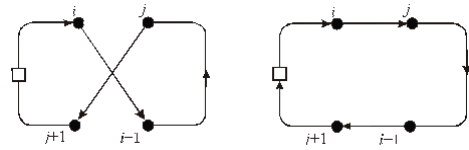
한 과정을 반복하여 해를 구축해 나간다.

모든 노드가 할당되어진 경우 반복과정을 종료하며 이때 구성되어진 개미의 수는 구축된 해의 차량 수와 동일하게 된다.

### 3.4. 경로 개선

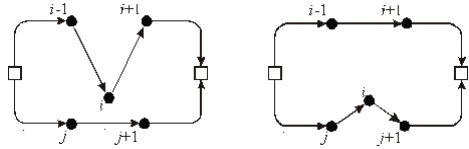
비용 함수가 반영된 최근접 이웃 휴리스틱을 이용하여 생성된 초기해를 2-opt 알고리즘을 적용하여 해를 개선한다.

2-opt은 Russell[8]이 제안한 방법이다. 2-opt은 그림 1과 같이 구성된 경로에서 경로의 순서를 변경하여 해를 개선하는 방법이다. 두 연결 ( $i, i+1$ )과 ( $j, j+1$ )를 ( $i, j$ )와 ( $i+1, j+1$ )으로 교체하는 과정을 반복적으로 적용하여 해가 개선되지 않을 때까지 반복한다. 이 방법은 차량의 경로를 최적화 하지만 차량 수는 줄어들지 않는다.



(그림 1) 2-opt 알고리즘

다음으로 각 차량의 수를 줄이기 위한 Relocate를 적용한다. Relocate는 Prosser[9]가 제안한 방법으로 그림 2와 같이 Relocate는 단순히 하나의 경로( $i-1, i, i+1$ )에서 노드 ( $i$ )를 다른 경로( $j, j+1$ ) 사이로 옮기는 과정을 반복적으로 적용하여 해가 개선되지 않을 때까지 반복한다. 이 방법을 통해 차량의 수가 줄어들게 된다.



(그림 2) Relocate 알고리즘

### 3.5. 페로몬 업데이트 및 종료 조건 확인

매 반복 과정에서 두 번에 걸쳐 페로몬 업데이트를 한다. 첫 번째는 현재 개선된 해(local solution)를 식 (8)를 반영하여 페로몬 업데이트를 한다.

$$\tau_{ij} \leftarrow ((1 - \rho) \cdot \tau_{ij}^{old} + (\rho \cdot \Delta \tau_{ij}^{local})) \quad (8)$$

두 번째는 현재 까지 구해진 가장 우수한 해(global solution)를 식 (9)을 반영하여 페로몬 업데이트 한다.

$$\tau_{ij} \leftarrow ((1 - \rho) \cdot \tau_{ij}^{old} + (\rho \cdot \Delta \tau_{ij}^{global})) \quad (9)$$

여기서  $\rho$ 는 페로몬 증발률(Pheromone Evaporation)이다. 알고리즘의 종료 조건은 초기화 과정에서 생성되는 멀티 비용 가중치 목록의 개수( $3^5 = 243$ 회) 만큼 반복 후 종료한다.

### 4. 실험 및 평가

실험은 Solomon[3]의 실험 데이터와 동일한 테스트 데이터 집합을 사용하였다.

실험 데이터는 R, C, RC 유형으로 구분되며 R은 노드의 분포도가 임의로 설정되었고 C은 노드의 분포도가 균집으로 설정되었고 RC은 R과 C을 혼합형으로 설정되어 있다. 또한 1, 2 유형으로 구분되며 1은 차량의 용적량이 작고 거점의 배송 시간이 짧으며 배송처의 시간 제약이 좁게 설정되어 있고 2는 차량의 용적량이 크고 거점의 배송 시간이 길며 배송처의 시간 제약이 넓게 설정되어 있다. 각 모든 유형은 R1, C1, RC1, R2, C2, RC2로 크게 구분되며 총 56개의 데이터로 구성되고 각 유형별로 8-12개의 데이터의 차이는 배송처의 시간 제약의 출현 빈도가 25%, 50%, 75%, 100%로 설정되어 있다.

본 연구의 실험 환경은 Intel Pentium 4 2.80Ghz, MS Windows XP, RAM 1.75GB이며 C#으로 구현하였다.

표 2는 실험에서 사용될 페로몬 증발률( $\rho$ )을 결정하기 위해  $\rho$ 을 0.1부터 0.9까지 0.1씩 증가해 가며 실험하여 모든 실험데이터의 평균을 구하여 비교한 결과로 0.8의 값을 지정한 경우 가장 우수한 해를 도출하는 것을 확인하였다.

<표 2> 페로몬 증발률( $\rho$ ) 변화량에 따른 결과 비교

증발률	차량수	스케줄 시간	이동 거리	증발률	차량수	스케줄 시간	이동 거리
0.1	8.17	5108.036	1335.686	0.6	8.18	5095.544	1322.626
0.2	8.16	5118.436	1343.472	0.7	8.08	5075.456	1311.467
0.3	8.18	5120.600	1348.316	<b>0.8</b>	<b>8.04</b>	<b>5085.064</b>	<b>1326.994</b>
0.4	8.12	5105.021	1348.834	0.9	8.11	5096.664	1317.540
0.5	8.10	5083.316	1317.807				

표 3은 Solomon II과 기회시간이 반영된 하이브리드 휴리스틱[10]과 비용 함수를 고려한 개미 군집 최적화에 대한 실험 비교 결과이다. 표시된 값은 각 유형별 모든 데이터 집합에 대한 평균값이다. 실험의 결과는 R2와 RC2형에서 다른 휴리스틱이 구해진 결과보다 좋은 결과를 보여준다.

<표 3> 다른 휴리스틱들과 제안 휴리스틱의 결과 비교

데이터 유형 (개수)	Solomon II[3]			기회시간이 반영된 하이브리드 휴리스틱[10]			제안 휴리스틱		
	차량 수	스케줄 시간	이동 거리	차량 수	스케줄 시간	이동 거리	차량 수	스케줄 시간	이동 거리
C1(9)	10.0	10104.2	951.9	10.00	10116.3	1041.4	10.11	9986.9	955.4
C2(8)	3.1	9921.4	692.7	3.25	9944.0	706.4	3.38	9868.0	797.6
R1(12)	13.6	2695.5	1436.7	14.00	2780.0	1573.6	14.33	2684.9	1562.6
R2(11)	3.3	2578.1	1402.4	3.18	2503.5	1376.3	<b>3.18</b>	<b>2429.3</b>	<b>1345.6</b>
RC1(8)	13.5	2775.0	1596.5	13.88	2966.5	1819.6	13.75	2760.2	1664.7
RC2(8)	3.9	2955.4	1682.1	3.63	2872.7	1672.2	<b>3.50</b>	<b>2781.9</b>	<b>1636.0</b>

### 5. 결론

계산량이 지수적으로 증가하는 VRSPTW 문제를 해결하기 위해, 멀티 비용 가중치가 적용된 최근접 이웃 휴리스틱을 이용한 향상된 개미 군집 최적화를 제안하고 그 효율성을 보였다. 멀티 비용 가중치를 통해 매 경로를 구성할 때 마다 해당 개미가 어떤 비용에 더 큰 비중을 두는지는 다양하게 하여 여러 초기해를 얻을 수 있었다. 또한 제안 휴리스틱에서 페로몬 증발률을 0.8로 하였을 때 가장 유리하였으며, 고객 노드의 위치가 임의 분산 되어 있고, 차량의 용적량이 크고, 거점의 배송 시간이 길며, 시간 제약이 넓게 설정된 데이터 유형에서 더 유용함을 보였다. 하지만 결국 모든 데이터 유형에서 최적 값을 찾을

수 없었는데, 배송처의 시간 제약의 출현 빈도가 낮아질수록 해가 좋지 않았음을 확인할 수 있었다. 따라서 이를 극복할 수 있도록 해를 향상시킬 수 있는 다른 경로 개선 알고리즘을 적용하거나 멀티 비용 가중치가 적용된 최근접 이웃 휴리스틱이 보다 다양하고 우수한 초기해를 가질 수 있도록 하는 방법에 대한 연구가 필요하다.

### 참고문헌

- [1] Bodin L., Golden b., Assad A., and ball M., "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews: The State of the Art", Computer and Operations Research, Vol.10, pp. 62-212, 1983.
- [2] Lenstra J. K., and Rinnooy Kan, A. H.g., "Complexity of vehicle routing and scheduling problems", Networks, vol.11, Issue.2, pp.221-227, 1981.
- [3] Solomon Marius M., "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints", Operations Research, vol.35, No.2, pp. 254-265, 1987.
- [4] Bullnheimer B., Hartl R. F. and C. Strauss, "Applying the Ant System to the Vehicle Routing Problem", MIC97, pp.1-12, 1997.
- [5] Gambardella L. M., Taillard E., and Agazzi G., "MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problems with Time Windows, New Ideas in Optimization", McGraw-Hill, pp.63-76, 1999.
- [6] Reimann, M., K. Doerner, and R.F. hartl, "D-ants: Saving Based Ants Divide and Conquer the Vehicle Routing Problems with Time Window", Computer and Operations Research, Vol.31, No.4, pp.563-591, 2004.
- [7] Chengming Q., Shoumei C. and Yunchuan S., "Using Ant Colony System and Local Search Methods to Solve VRPTW", IEEE Pacific-Asia Workshop on Computational Intelligence and Industrial Application, pp.478-482, 2008
- [8] Russell R. A., "An Effective heuristic for the M-tour traveling salesman problem with some side conditions", Operations Research, vol.25, No.3, pp.517-524, 1977.
- [9] Prosser P., Shaw P., "Study of greedy search with multiple improvement heuristics for vehicle routing problems", Working paper, university of Strathclyde, glasgow, Scotland, 1996.
- [10] 유영훈, 차상진, 조근식, "시간 제약을 가지는 차량 경로 스케줄링 문제 해결을 위한 기회시간 반영 하이브리드 휴리스틱", 지능정보연구, 제15권, 제3호, pp.129-142, 2009.