

IEEE 802.16e WiMAX용 LDPC 복호기의 성능분석

김은숙* · 김해주* · 신경욱*

*금오공과대학교 전자공학과

A performance analysis of LDPC decoder for IEEE 802.16e WiMAX System

Eun-suk Kim* · Hae-ju Kim* · Kyung-wook Shin*

*School of Electronic Eng., Kumoh National Institute of Technology

E-mail : k_es@kumoh.ac.kr

요 약

본 논문에서는 IEEE 802.16e layered LDPC(Low Density Parity Check) 복호기의 layer별 에러 수렴속도 및 비트오율 성능 분석을 통해 최적 설계사양을 도출하였다. Matlab으로 모델링된 layered LDPC 복호기를 QPSK 변조와 백색 가우시안 잡음 채널 하에 시뮬레이션 하였다. 표준에 제시된 블록길이 중 576, 1440, 2304에 대해 부호화율이 1/2, 2/3A, 2/3B, 3/4A, 3/4B, 5/6인 PCM(Parity Check Matrix)을 사용한 시뮬레이션 결과를 바탕으로 블록길이와 부호율이 복호기의 성능에 미치는 영향을 분석하였으며, 고정소수점 비트 폭이 8 비트 이상일 때 안정된 복호성능을 가진다.

ABSTRACT

In this paper, BER performance and error convergence speed of layered LDPC(Low Density Parity Check) decoder which supports IEEE 802.16e WiMAX standard is analyzed, and optimal design conditions for hardware implementation are derived. A LDPC decoder is modeled and simulated at AWGN channel with QPSK modulation by Matlab. The parity check matrix(PCM) for IEEE 802.16e standard which has block lengths of 576, 1440, 2304 and code rates of 1/2, 2/3A, 2/3B, 3/4A, 3/4B, 5/6 are used. Fixed-point simulation results show that fixed-point bit-width should be more than 8 bits for acceptable decoding performance.

키워드

LDPC, error correction code, layered decoding, IEEE 802.16e, WiMAX

1. 서 론

LDPC(Low Density Parity Check) 부호는 1962년 R. Gallager에 의해 제안된 오류정정 부호의 한 형태이며, 패리티 검사 행렬에서 '0'이 아닌 원소의 수가 부호 길이에 비해 현저히 적게 존재하는 부호로 정의된다.^[1,2] LDPC 부호가 제안된 당시에는 기술적인 한계로 인해 구현이 어려워 관심을 받지 못하였으나 MacKay와 Neal^[3,4]에 의해 LDPC 부호가 재조명된 이후, 차세대 오류정정 부호로 가장 주목받고 있다. LDPC 부호는 IEEE 802.11n 차세대 무선랜(WLAN), IEEE 802.16e 광대역 무선통신(WiMAX), 유럽의 디지털 위성방송(DVB-S2) 규격 등에서 오류정정 부호로 채택되고 있다.

LDPC 부호는 Shannon의 한계치에 가장 근접하는 오류정정 부호로 평가되고 있으며^[5], 오류마

루 현상이 나타나지 않고, 완전 병렬처리가 가능하여 고속 복호가 가능하다는 여러 가지 장점을 가져 LDPC 부호의 특성 및 생성방법, 복호기 구조 등에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다.

LDPC 부호의 복호는 반복복호를 기반으로 수행되며, 복호 알고리즘, 복호기 구조, 고정소수점 비트 수 등 다양한 요인들이 복호기의 성능과 하드웨어 복잡도에 영향을 미친다. 따라서 고성능/저전력 LDPC 복호기의 설계를 위해서는 복호성능에 미치는 요인과 영향을 분석하고, 이를 토대로 최적 설계조건을 도출이 필요하다.

본 논문에서는 LDPC 복호 방법 중 하나인 최소합(min-sum) 알고리즘 기반의 layered LDPC 복호기를 Matlab으로 모델링하고, 고정소수점 시뮬레이션을 통해 복호 수렴속도 및 BER 성능을 분석하였으며, 이를 통해 IEEE 802.16e LDPC 복호기의 최적 설계사양을 도출하였다.

II. LDPC 부호 및 최소합 알고리즘

2.1. IEEE 802.16e 표준의 LDPC 부호

LDPC 부호는 원소의 대부분이 '0'으로 구성되는 PCM(Parity Check Matrix)에 의해 정의되는 선형 블록부호의 일종이다. IEEE 802.16e 표준^[6]에는 표 1과 같은 PCM 파라미터들이 정의되어 있으며, 19가지의 블록길이와 각 블록길이에 대해 6가지의 부호화율 (1/2, 2/3A, 2/3B, 3/4A, 3/4B, 5/6)을 규정하고 있다.

IEEE 802.16e 표준의 PCM은 $Z_j \times Z_j$ 행렬의 서브블록으로 분할될 수 있으며, $i = N/Z_j$ 개의 열과 j 개 행의 서브블록으로 구성된다. 각 서브블록은 단위행렬(unity-matrix)을 주어진 값만큼 오른쪽으로 순환이동(cyclic shift)시킨 행렬을 나타낸다.

표 1. IEEE 802.16e 표준의 LDPC PCM 파라미터

Parameter	IEEE 802.16e			
블록길이(N)	576+96i (0 ≤ i ≤ 18, i=0~18)			
서브블록크기(Z_j)	24+4i (0 ≤ i ≤ 18, i=0~18)			
부호율(R)	1/2, 2/3(A,B), 3/4(A,B), 5/6			
layer 수(j)	1/2	2/3(A,B)	3/4(A,B)	5/6
	12	8	6	4

2.2. 최소합 알고리즘

최소합 알고리즘(Min-Sum Algorithm)^[7]은 LLR-SPA(Log-Likelihood Ratio Sum-Product Algorithm)의 함수 $\phi(x)$ 를 근사화한 알고리즘이다. 함수 $\phi(x)$ 는 x 가 작을 때 매우 큰 값을 가지며, x 가 커지면 거의 0에 근접하는 특성을 가진다. 식(1)에서 함수 $\phi(\beta_{ij})$ 의 합을 계산할 때 가장 작은 β_{ij} 값이 식(1)의 연산결과에 가장 큰 영향을 미치며, 큰 β_{ij} 값은 영향을 거의 미치지 않게 되므로 $\sum \phi(\beta_{ij}) \approx \phi(\min(\beta_{ij}))$ 로 근사화될 수 있다. 또한 함수 $\phi(x)$ 는 식(2)과 같이 정의되고 x 가 0보다 클 때 역함수와 본 함수의 값이 같으므로 $\phi(\phi(\min(\beta_{ij}))) = \min(\beta_{ij})$ 로 변환되어 식(3)과 같이 근사화될 수 있다.

$$L_{j \rightarrow i} = \left(\prod_{i' \in \omega(j) \setminus \{i\}} \alpha_{i'j} \right) \cdot \phi \left(\sum_{i' \in \omega(j) \setminus \{i\}} \phi(\beta_{i'j}) \right) \quad (1)$$

$$\phi(x) = -\text{Intanh} \left(\frac{1}{2}x \right) = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \quad (2)$$

$$\phi \left(\sum_{i' \in \omega(j) \setminus \{i\}} \phi(\beta_{i'j}) \right) \approx \phi \left(\min_{i' \in \omega(j) \setminus \{i\}} \beta_{i'j} \right) = \min_{i' \in \omega(j) \setminus \{i\}} \beta_{i'j} \quad (3)$$

따라서 식(3)을 이용하면 식(1)은 식(4)과 같이 근사화될 수 있으며, 이를 최소합 알고리즘이라 한다. 최소합 알고리즘은 근사화를 통해 연산 정밀도가 감소하는 특징 때문에 합-곱 알고리즘 보

다 반복복호 횟수가 커서 복호 시간이 증가하는 단점이 있지만 $\phi(x)$ 의 연산과정을 생략하고 최소값을 사용하기 때문에 LUT를 사용하지 않아 하드웨어 면적이 감소하는 장점을 갖는다.

$$L_{j \rightarrow i} = \prod_{i' \in \omega(j) \setminus \{i\}} \alpha_{i'j} \min_{i' \in \omega(j) \setminus \{i\}} \beta_{i'j} \quad (4)$$

III. LDPC 복호기의 고정 소수점 모델링 및 시뮬레이션 결과 분석

LDPC 복호기의 최적 설계조건을 찾기 위해 그림 1의 과정을 통해 LLR 값의 정수부분 비트 폭과 부호율에 따른 수렴속도 및 비트오율 성능을 고정소수점 시뮬레이션으로 평가하였다. 시뮬레이션 조건은 표 2와 같으며, 100 프레임의 랜덤 데이터를 생성하여 LDPC 부호화한 후, QPSK 변조하고 AWGN 잡음채널 하에서 E_b/N_o 를 1.5~3.0dB 범위에서 0.3 dB 단위로 변경하면서 시뮬레이션 하였다. 고정소수점 표현 ($m.n$)에서 m 은 정수부분의 비트 수, n 은 소수부분의 비트 수를 나타낸다. 최소합 알고리즘과 layered 복호방식을 적용한 LDPC 복호기의 Matlab 모델링은 그림 2와 같다. 위에서 제시한 시뮬레이션 조건을 가변 할 수 있도록 설정하였고, 매 반복복호 과정의 각 레이어별로 복호되지 않은 에러의 수를 관측하여 복호 수렴속도를 측정할 수 있도록 하였다.

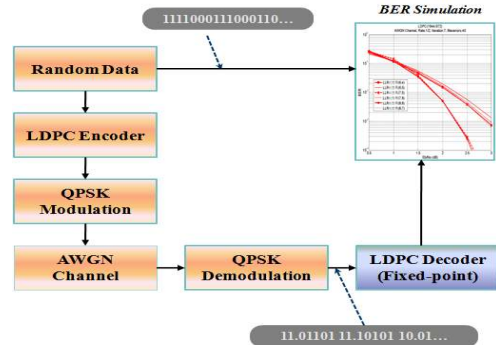


그림 1. LDPC 복호기의 Matlab 시뮬레이션 모델

표 2. 시뮬레이션 조건

파라미터	사 양
채널	AWGN $E_b/N_o = 1.5 \sim 3$ dB (0.3 dB step)
프레임 수	100
최대 반복복호 회수	8
블록길이(N)	576, 1440, 2304
부호율(R)	1/2, 2/3(A,B), 3/4(A,B), 5/6
고정소수점 비트 수 ($m.n$)	(4.4), (5.3), (6.2)

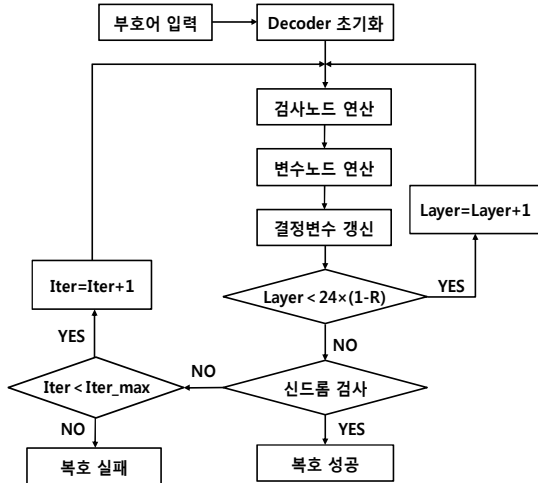
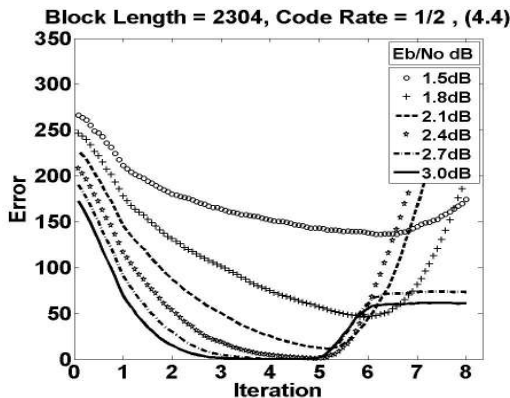


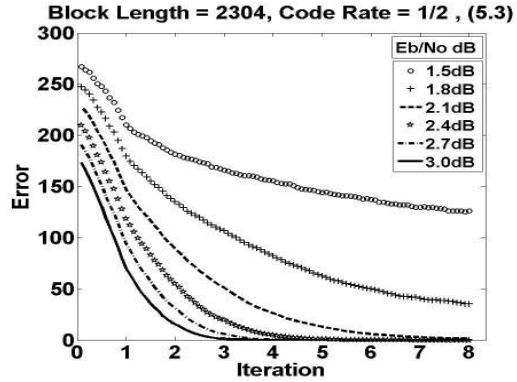
그림 2. Layered LDPC 복호기의 Matlab 모델링

그림 3은 블록길이 2304, 부호율 1/2의 LDPC 부호에 대해, 고정소수점 비트 수를 8로 고정시킨 상태에서 정수부분 비트 수에 따른 복호 수렴속도를 비교한 것이다. 정수부분이 4 비트인 그림 3-(a)의 경우, 반복복호 중에 특정 layer를 지나면 서부터 에러가 증가하기 시작하였으며, 이는 정수부분의 비트 수가 부족하여 연산과정에서 오버플로가 발생하였기 때문이다. 그림 3-(b), (c)는 정수부분이 5 비트와 6비트인 경우로 반복복호 중 에러가 증가 하지 않았으며, 두 경우 layer별 복호 수렴속도가 유사하였다.

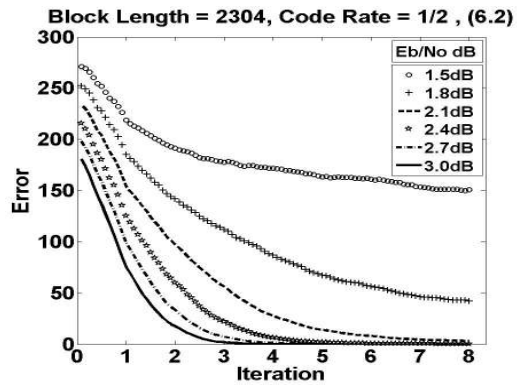
그림 4는 정수부분과 소수부분의 비트 수에 따른 BER 성능 시뮬레이션 결과이며, 정수부분이 4 비트일 때 BER 성능이 현저히 나빠지는 것으로 나타났으며, 이는 그림 3의 복호 수렴속도 특성과 일치하는 결과이다. 정수부분이 5 비트 이상이면 소수부분의 비트 수에 무관하게 복호성능이 유사하게 나타나므로 고정소수점 값의 정수부분을 5 비트로 설계하는 것이 하드웨어 구현에 가장 적합한 것으로 평가된다.



(a) 고정소수점 비트 수 (4.4)인 경우



(b) 고정소수점 비트 수 (5.3)인 경우



(c) 고정소수점 비트 수 (6.2)인 경우

그림 3. 정수부분 비트 수에 따른 복호 수렴속도

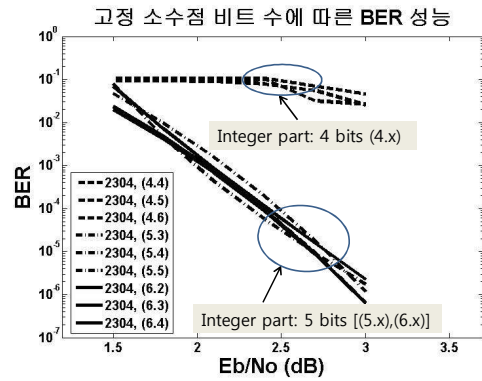
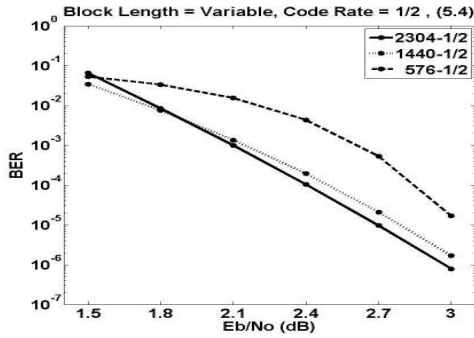
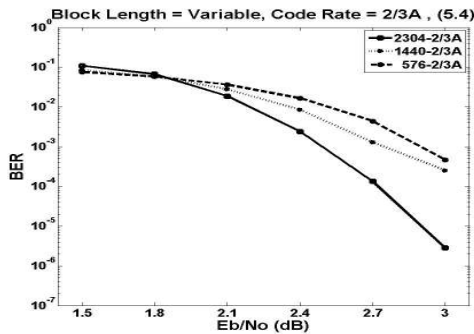


그림 4. 정수부분 비트 수에 따른 BER 성능

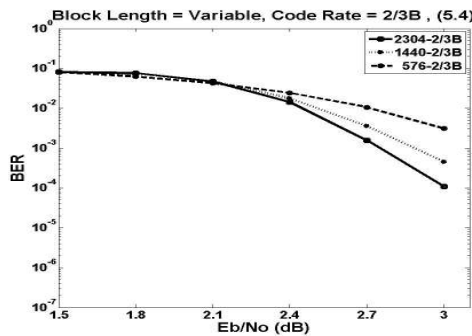
그림 5는 그림 3과 그림 4의 시뮬레이션 결과로부터 도출된 정수부분 비트 수를 5로 고정하고, 최대 반복복호 회수를 8로 설정하여 100 프레임의 랜덤 데이터에 대해 부호율과 블록길이에 따른 비트오율 성능을 분석한 결과이다. 동일한 시뮬레이션 조건에서 부호율 1/2의 LDPC 부호가 가장 우수한 복호성능을 가지며, 부호율이 작고 블록길이가 클수록 패리티 비트수가 증가하여 복호성능이 개선됨을 확인할 수 있다.



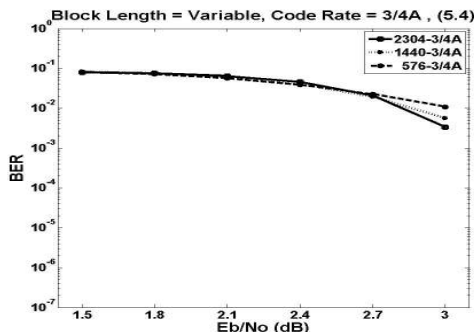
(a) 부호율 1/2인 경우



(b) 부호율 2/3A인 경우



(c) 부호율 2/3B인 경우



(d) 부호율 3/4A인 경우

그림 5. 부호율에 따른 BER 성능 분석

IV. 결 론

본 논문에서는 IEEE 802.16e layered LDPC 복호기의 고정소수점 모델링 및 시뮬레이션을 통해 LLR 값의 고정소수점 비트 수, 부호율, 그리고 블록길이가 복호성능에 미치는 영향을 분석하였으며, 이를 통해 LDPC 복호기의 최적 설계사양을 도출하였다. LLR 값 정수부분의 비트 수가 5인 경우가 면적 대비 복호 성능이 가장 우수함을 확인하였으며, 따라서 하드웨어 구현 시 고정소수점 전체 비트 수를 8 정도로 했을 때 안정화된 복호 성능이 나올 것으로 예상된다. 또한 동일한 시뮬레이션 조건에서 블록길이가 길수록, 부호율이 작을수록 LDPC 복호기의 복호성능이 개선됨을 확인하였다.

참고문헌

- [1] R.G. Gallager, Low-Density Parity-Check Codes, *IRE Trans. Inform. Theory*, pp. 21-28, vol. 8, no. 1, Jan. 1962.
- [2] R.G. Gallager, *Low-Density Parity-Check Codes*, M. I.T. Press, Cambridge, MA, 1963.
- [3] D.J.C. MacKay and R. M. Neal, "Near Shannon limit performance of low density parity check codes," *IEE Electronic Letter*, vol. 32, no. 18, pp. 1645-1646, Aug. 1996.
- [4] D.J.C. MacKay, "Good error-correcting codes based on very sparse matrices," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-45, no. 2, pp. 399-431, Mar. 1999.
- [5] T.J. Richardson and R.L. Urbanke, "The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, pp. 599-618, Feb. 2001.
- [6] IEEE 802.16e, Part 16: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems, *IEEE std 802.16e-2005*, Feb. 2006.
- [7] M. Fossorier, M. Mihaljevic and H. Imai, "Reduced complexity iterative decoding of low-density parity check codes based on belief propagation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 673-680, May. 1999.

※ 본 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업의 결과임(NO. 2010-0005589)