

Fourier descriptor를 이용한 주문진표준사의 형상특성분석 Analysis on Particle Shape Characteristics of Jumunjin Sand using Fourier Descriptor

민덕기¹⁾, Tuk-Ki-Min, 김성곤²⁾, Seong-Gon-Kim,

¹⁾ 울산대학교 공과대학 건설환경공학부 교수, Professor, Dept, of Civil Environment, Univ. of Ulsan

²⁾ 울산대학교 공과대학 건설환경공학부 석사과정, Graduate Student Dept, of Civil Environment, Univ. of Ulsan

SYNOPSIS : The mechanical behavior of a granular material is governed by the applying effective stresses and its skeletal structure which is considered to be the packing of particles giving overall density and degree of anisotropic. Factors that affect soil packing are the particle size, size distribution and shape, and the arrangement of grain contact. Soil particle size and shape are the most important factor, but difficult to quantify.

In this study, 2D Fourier analysis is applied to quantify the shape of granular particles. Jumunjin sand was used in the experiment and particle images are captured using an optical microscope. The results showed that three lower order Fourier descriptor are closely related with roundness, sphericity of the granular particle. Also statistical approach is used to determine roundness, form factor, elongation ratio, roughness of Jumunjin sand.

Key words : Particle shape, Fourier Analysis, Jumunjin sand, Shape parameter

1. 서 론

모래입자는 대부분 물리적인 풍화에 의해 형성된 부스러진 암석 입자로 구성되어 있거나 화학적 풍화에 의해 남은 암석 부스러기로 구성되어 있다. 흙의 물리적 특성은 다양한 형태의 입도 분포, 밀도, 간극속의 물과 공기뿐 아니라 입자의 형상에 의해 그 특성이 변화한다. 특히 조립토에 있어서는 입자의 형상이 밀도, 투수성, 전단강도, 압축성 등 공학적 거동에 매우 큰 영향을 미친다(황택진, 2009). 하지만 이러한 형상은 형용사로 거론 할 뿐, 수치적인 정보를 제시하는 정확한 방법이 필요하다. 일반적으로 Lee 등의 형상분류표 (Lee, 1983) 혹은 Krumbein이 제시한 Roundness numbers(Krumbein, 1941)등의 분류표를 이용하고 있지만 다양하고 불규칙한 표면을 갖는 입자의 형상을 정밀하게 측정하거나 이를 정량화하기 어렵다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서는 광학현미경으로 획득한 주문진 표준사의 입자 이미지

에 대하여 Fourier descriptor를 이용한 입자의 형상특성을 수치적으로 규명하였다. 또한 descriptor에 의해 재형성되는 이미지를 기하학적 해석과 통계학적 계산을 통해 주문진 표준사의 대표형상을 제시하고 형상 계수를 계산하였다.

Bowman 등(2001)은 비교적 동일한 입경의 입자를 이용하여 Fourier descriptor에 의한 Three lower order Fourier descriptor를 이용하여 형상특성을 나타낸 바 있다. Fourier analysis는 입자의 크기와 형상에 대한 상관관계를 수학으로 나타내고 있는데 하나의 입자에 대한 Boundary를 표시할 수 있다. 주기 함수가 많이 사용되고 있으며 입자의 정보들을 주파수 형태로 전개하는 이 방법은 작은 입자의 대략적인 Form을 해석하는데 용이하다. Frequency를 높일수록 표면에 대한 특성까지 파악이 가능하지만 Boundary에 대한 분석이 주를 이루므로 3차원에서의 해석 또한 불리하고 복잡한 형상에 대한 분석은 미약한 것으로 평가하고 있다.

2. Fourier Analysis

앞에서 언급하였듯이 신호학 뿐만 아니라 주식시세의 변동, 의학 등 광범위한 분야에서 이용되고 있는 Fourier descriptor는 이차원 형상특성에 매우 유리한 장점을 가지고 있고 그 이용도 증가추세이다.

x, y축에 있는 임의의 형태를 가진 도형은 2차원 신호이다. 이 도형을 n개로 순차적으로 Sampling하여 표현하면 x(n), y(n)으로 표현가능하다. 이 도형을 1차원 신호로 바꿀 수 있는데 각각의 샘플링 좌표를 가우스 평면에 그리면 x축은 실수축이고, y축은 허수축이 된다. 그러므로 $z(n)=x(n)+y(n)i$ 로 표현할 수 있고, 오일러 공식에 의해서 1차원 신호로 표현이 가능하게 된다. 식의 개요는 다음과 같다.

$$R(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (1)$$

$$x_m + iy_m = \sum_{n=-N/2}^{+N/2} (a_n + ib_n) [\cos(\frac{2\pi nm}{M}) + i \sin(\frac{2\pi nm}{M})] \quad (2)$$

여기서,

- x, y : 표현하고자하는 particle의 좌표
- N : 총 descriptor number
- n : 해당 descriptor number
- M : 표현하고자하는 particle의 총 point number
- m : particle의 point index number

식.2를 통해 Fourier coefficient는 다음과 같이 산출된다.

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \quad (3)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \quad (4)$$

이 두 Fourier coefficient의 Magnitude가 Fourier descriptor가 되고 이를 이용한 형상특성이 가능하다.

3. 형상특성 분석

3.1 Fourier descriptor

Bowman 등(2001)은 원, 삼각형, 사각형 등의 기본도형에 대한 Fourier descriptor를 이미 구한 바 있다. 기본도형의 각 Descriptor별 Frequency를 이용하여 실제 입자의 Frequency와 비교함으로써 그림.1과 같이 해당입자의 형상특성을 분석할 수 있다.

획득한 이미지의 외곽면을 추출한 후 식.2의 Descriptor와 관련이 깊은 Starting point의 설정을 위해 외곽면의 회전 및 반전의 과정을 거치게 된다. 먼저 좌표 획득 시 첫 좌표를 x축과 평행하게 오도록 하는데 이때 주축에 대해 좌표의 이동 각을 다음과 같이 정의한다.

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2(a_1 b_1 + c_1 + d_1)}{(a_1^2 - b_1^2 + c_1^2 - d_1^2)} \quad (5)$$

이로써 기존의 coefficient는 식.6과 같이 변환된다.

$$\begin{pmatrix} a_n^* & b_n^* \\ c_n^* & d_n^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(n\theta_1) & \sin(n\theta_1) \\ -\sin(n\theta_1) & \cos(n\theta_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \quad (6)$$

이는 다시 식.7, 식.8과 같이 나타낼 수 있다.

$$x^*(t^*) = a_1^* \cos\left(\frac{2\pi t^*}{T}\right) + b_1^* \sin\left(\frac{2\pi t^*}{T}\right) \quad (7)$$

$$y^*(t^*) = c_1^* \cos\left(\frac{2\pi t^*}{T}\right) + d_1^* \sin\left(\frac{2\pi t^*}{T}\right) \quad (8)$$

식.7, 식.8을 이용하여 Starting point를 설정 후 입자 외곽면 전체에 대한 회전각을 다음 식을 이용하여 계산한다.

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{y_1^*(0)}{x_1^*(0)}\right) \quad (9)$$

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{c_1^*}{a_1^*}\right) \quad (10)$$

이로써 입자의 coefficient는 다음과 같이 일반화시킬 수 있다.

$$\begin{pmatrix} a_n^{**} & b_n^{**} \\ c_n^{**} & d_n^{**} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n^* & b_n^* \\ c_n^* & d_n^* \end{pmatrix} \quad (11)$$

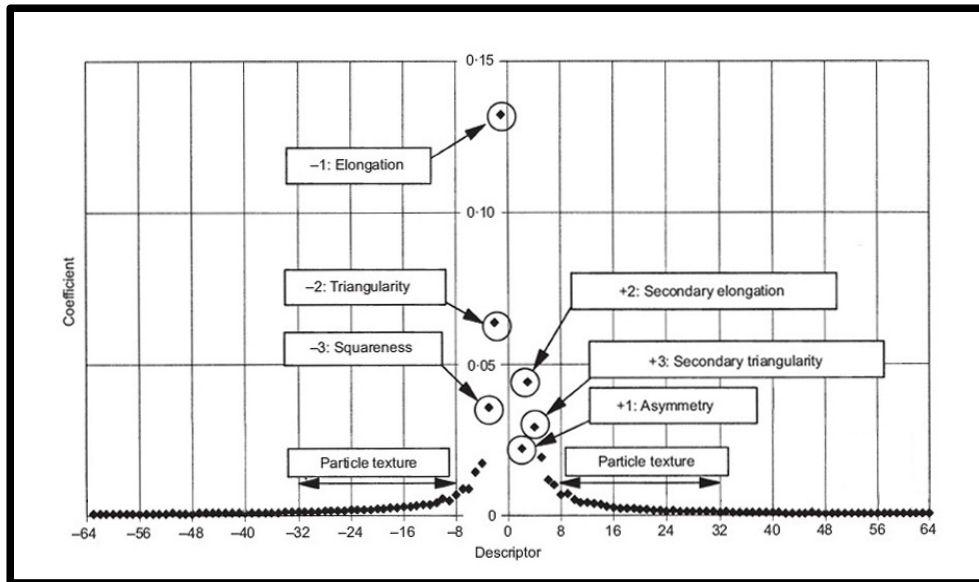


그림 1. descriptor에 따른 형상특성 분류(Bowman, 2001)

그림.1와 같이 ± 3 Fourier descriptor는 외곽면 형상에 대한 특성으로 본 논문에서 주로 다룰 것이며 앞서 언급하였듯이 High frequency일수록 표면특성 규명까지 가능하다. 여기서, 각각의 Fourier descriptor에서 Descriptor -1은 Elongation으로 장축과 단축의 길이의 차이로 입자가 얼마나 퍼져있는가에 대한 것이고, Descriptor -2는 Triangularity로 입자형상이 삼각형에 얼마나 근접하는가에 대한 것이다. Descriptor -3은 Squareness로 입자형상이 사각형에 근접한 정도를 나타내는 것이고, Descriptor +1은 Asymmetry로 x, y축에 대한 입자형상의 대칭성을 나타낸다. Descriptor +2는 Second Order Elongation, Descriptor +3은 Second Order Triangularity를 의미한다. 본 논문에서는 Bowman(2001)이 사용한 방법을 이용하여 주문진 표준사의 형상특성을 분석하였다.

3.2 형상특성

입자는 모암에서 파쇄된 후 풍화와 침식을 받아 형상이 변하지만 동일한 이력을 가지고 있지 않기 때문에 형상특성을 규정하기란 쉽지 않다.

전자현미경으로 이미지를 추출할 때 이미지에 대한 거리의 원근에 따라 두 가지 종류의 Parameter를 구할 수 있다. 이미지의 대략적인 형상에 대한 Sphericity와 Elongation, 그리고 세부적인 Parameter인 Angularity, Roughness, Roundness가 그것들이다. 하지만 투영면을 기준으로 폭을 측정하기에는 입경이 다소 작으며 입자 표면의 거칠기는 입자형상과 다소 관련성이 떨어진다. 또한 Low frequency의 경우 그 Parameter의 정확도가 떨어지므로 이차원 형상 Parameter에 한해 표.1과 같은 정의를 내리고 있다.

표 1. 이차원 입자의 형상계수 정의

Parameter	Definition
Elongation ratio	Length/Width
Roundness	Average radius/Longest radius
Form factor	$4\pi \times \text{Area} / \text{Perimeter}^2$
Roughness	$\text{Perimeter} / \pi \times \text{Average diameter}$

4. 시료준비

본 논문에서 해석에 사용된 시료는 우리나라 사용하는 산업용 주문진표준사이다. 이는 산업용도 혹은 실험에 있어서 물성차이에 의한 영향을 배제하고 조건을 일정하기 위해 사용하는 모래이다.

기존의 국내 표준사는 1966년 KS L 5100(시멘트강도용 표준사)표준에서 강원도 강릉시 주문진을 양호리산을 지정하여 산업체, 연구소 등에서 널리 사용되어왔다. 주문진 표준사의 기본 물성치는 표.2와 같다.

표 2. 주문진표준사의 물리적 성질

Sample	비중	균등계수	곡률계수	USCS
주문진 표준사	2.67	1.50	1.04	SP

광학현미경으로 #40을 통과하고 #60에 잔류하는 주문진 표준사 210개의 이미지를 그림.3과 같이 획득하여 형상특성 연구를 진행하였다.



그림 2. 획득한 주문진 표준사 이미지

5. 실험 결과 분석

5.1 표준형상

주문진 표준사는 3.1절과 같이 입자의 면적을 기준으로 기하학적인 회전 및 반전을 통해 210개의 입자의 ± 64 의 해당하는 Descriptor를 산술평균하여 도식한 형상으로 Fourier descriptor계산과 병행하여 확률론적 접근을 시도하였다.

형상특성과 관계있는 ± 3 의 descriptor의 평균에 대한 신뢰도 95%구간을 계산하여 표본수를 보정하고 좌표 획득 시 회전 및 반전 규약에 의해 도식한 주문진 표준사의 표준형상은 그림.3과 같다.

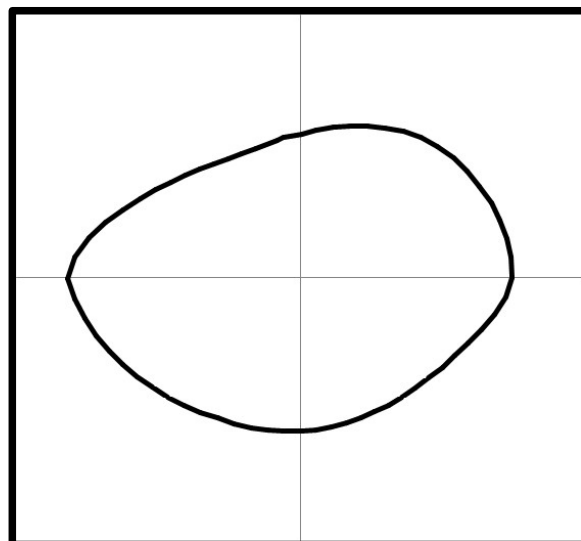


그림 3. 신뢰도 95% 평가 후 표준형상

5.2 Fourier descriptor

이 논문에서는 ± 64 의 Descriptor에 대한 검토를 시행하였으며 신뢰도 95% 평가 후 주문진 표준사의 Fourier descriptor에 의한 형상특성은 그림.4와 같다.

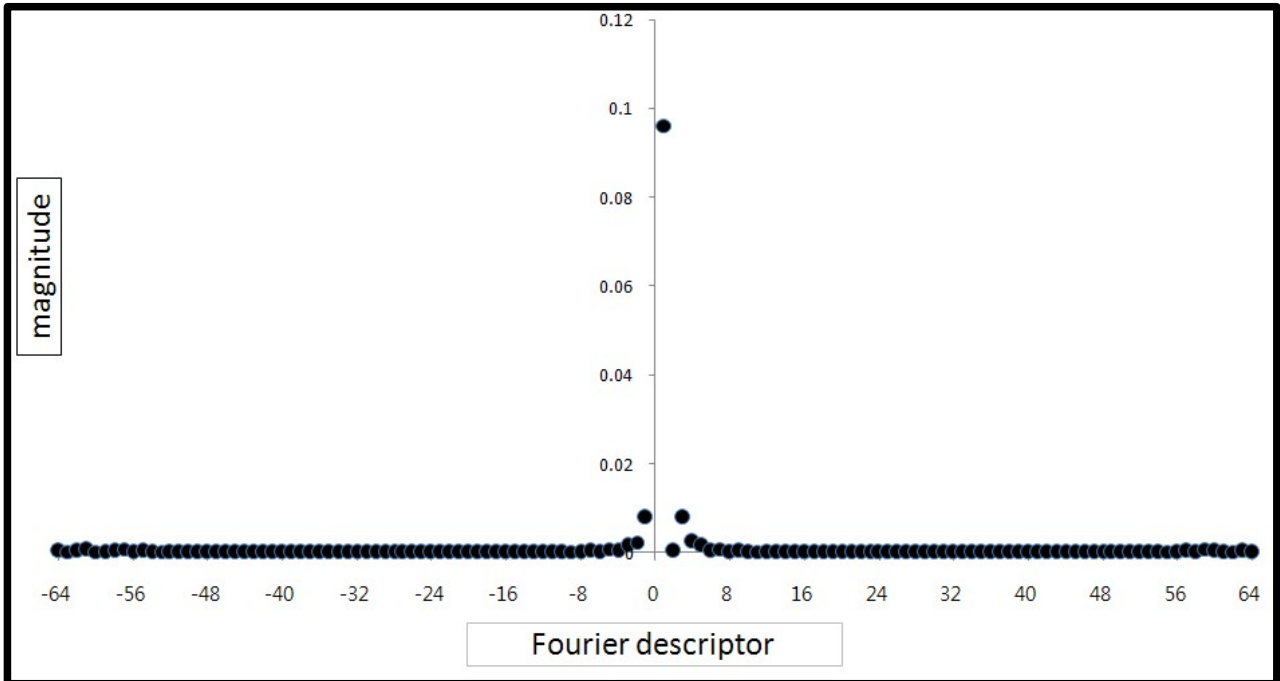


그림 4. 주문진 표준사의 Fourier descriptor

Descriptor +1은 형상 비대칭도에 관한 특성을 나타내는 것으로 해석대상이 원점대칭일 때 0이 된다. 그림.3과 비교해 봤을 때 주문진 표준사는 장축에 대하여 대칭되는 정도가 일치해 보이지만 단축에 대해서는 떨어지는 것을 알 수 있다. Descriptor -1은 Elongation으로 차후 거론할 5.3의 형상특성의 Magnitude와는 다른 것이다. Descriptor +3은 Second Order Triangularity로써 입자 모양이 대략적으로 삼각형 모양을 띤다는 것을 의미한다.

5.3 형상특성

표준형상을 토대로 표.3과 같은 형상특성을 이차원 형상 Parameter를 계산하였다.

표 3 주문진 표준사의 이차원 형상특성

Parameter	Elongation ratio	Roundness	Form factor	Roughness
	1.391	0.782	0.913	1.627

실제 구한 Elongation ratio는 표.3에서 1.391로 그림.4의 Descriptor -1에서와 같이 주문진 표준사가

긴 모양을 하고 있음을 알 수 있다. Roundness는 0.782로 그 값이 1인 정원에 비해 작은 값을 취하고 있으며 그림.4의 Descriptor +3의 값에 의해 형상자체가 원이 아닌 삼각형 모양을 하고 있다는 것을 알 수 있다. Form factor는 0.913으로 주문진 표준사의 외곽면이 비교적 굴곡이 없고 매끄러운 형태를 이루고 있음을 알 수 있다. Roughness는 1.627로 Elongation의 영향에 의해 1보다 큰 값을 나타내고 있다.

6. 결 론

본 논문은 우리나라에서 많이 사용하는 공업용 주문진 표준사의 표준형상, 형상특성을 분석하였으며 Fourier analysis를 이용하였다. 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 주문진 표준사 입자 185개에 대하여 Fourier descriptor를 구하고 이로부터 표준사의 대표적인 형상을 그림.3과 같이 제시하였다.
- (2) 주문진 표준사의 표준형상에 대한 형상계수를 구하여 본 결과, 주문진 표준사는 Elongation ratio가 1.391로 다소 장방형의 형상을 가지며, 비대칭이고 거시적인 외곽면이 삼각형 모양을 하고 있다는 것을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. 이종익 (2003), "디지털 이미지 처리를 이용한 조립토의 형상 특성 분석", 석사학위논문, 울산대학교.
2. 황택진 (2007), "디지털 이미지 처리기법을 이용한 대골재의 입도분포 분석에 관한 연구", 박사학위논문, 부산대학교.
3. Anna-Lena Persson (1998), "Image analysis of shape and size of fine aggregates", Engineering Geology. 50, pp.177~186.
4. C. F. Mora, and A. K. H. Kwan (2000), "Sphericity, shape factor, and convexity measurement of coarse aggregate for concrete using digital image processing", Cement and Concrete Research 30, pp.351~358.
5. Frank P. Kuhl (1982), "Elliptic Fourier Features of a Closed Contour", Computer graphics and image processing. 18, pp.236~258.
6. E. T. Bowman, K. Soga and W. Drummond (2001), "Particle shape characterisation using Fourier descriptor analysis", Geotechnique 50, No. 6, pp.545~554.
7. Ian K. Lee, Weeks White, and Owen G. Ingles (1983), "Geotechnical Engineering", University of New South Wales, Australia. pp.9~10.
8. Luis E. Vallejo and Yun Zhou (1995), "The relationship between the fractal dimension and Krumbein's Roundness number", Soils and foundation. Vol. 1, pp.163~167.
9. P. Markondeya Raj, W. Roger Cannon (1999), "2-D Particle shape averaging and comparison using Fourier descriptors", Powder Technology 104, pp.180~189.