

선형 유한요소법과 동역학을 연계한 보의 비선형 거동 해석

Nonlinear Analysis of Beam Using Linear Finite Element Method and Dynamic Analysis

장 성 희* · 이 성 수** · 김 창 완***

Jang, Sung-Hee · Lee, Seoung-Soo · Kim, Chang-Wan

요 약

본 논문에서는 선형 유한요소법과 동역학적 해석방법을 연계하여 유연 다물체 보의 거동을 해석하였다. 이 방법은 절대 절점 좌표계를 사용하였고, 몇 가지 수치 예제를 해석해 본 논문에서 설명하는 선형 유한요소법과 동역학적 연계 해석방법의 타당함을 확인하였다.

keywords : beam analysis, absolute nodal coordinate formulation, large deformation, nonlinear analysis

1. 서 론

최근의 다물체 동역학 분야에서는 복잡한 단면형상의 물체의 대변형 문제에 관하여 관심이 고조되고 있는 추세이다. Shin-Chin, Wu 등은 대변형 문제의 해결을 위해 비선형 모델을 여러 개의 선형 모델의 비선형성을 나타내는 구조합성법(substructure method)을 제안하였고, A.A. Shabana 등은 절점 좌표계를 이용하여 대변형 문제에 접근하였다. 국내에서는 유완석등이 대변형이 포함된 탄성체 동역학 해석을 연구해 왔다.

2. 절대 절점 좌표계(Absolute Nodal Coordinate Formulation)

2.1. 절대 절점 좌표계(Absolute Nodal Coordinate)

ANC에서는 절점좌표(e)가 고정된 관성좌표계 내부에 정의되어 좌표변환은 필요치 않다. 2D 보 요소의 중립축 위의 점 P 의 전역 위치 벡터 r 은 e 와 요소 형상 함수(S)로 정의된다.

$$e = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5 \ e_6 \ e_7 \ e_8]^T \quad (1)$$

e 의 e_1, e_2, e_3, e_6 은 변위를 e_3, e_4, e_7, e_8 은 기울기를 나타낸다. S 는 8×2 행렬, 길이의 3차 다항식이다.

$$r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = Se \quad (2)$$

2.2. 운동방정식의 유도

절대 절점 좌표계에서의 운동방정식의 유도에는 탄성력 벡터(Q_k)와 외력 벡터(Q_e)를 이용 한다. 여기서 탄성력 벡터는 변형률 에너지(U)인 U_r (길이방향 변형률 에너지)와 U_c (굽힘 변형률 에너지)의 합을 이용해 구할 수 있다.

* 학생회원 · 건국대학교 기계설계학과 대학원

** 건국대학교 기계설계학과 교수

*** 정회원 · 건국대학교 기계설계학과 교수 goodant@konkuk.ac.kr

$$Q_k = \left(\frac{\partial U}{\partial e} \right)^T = Ke, \quad U = U_l + U_t = \frac{1}{2} \int_0^l (EA\varepsilon_l^2 dx + EJk^2 dx) \quad (3)$$

강성 행렬(K)은 길이방향 및 굽힘에 대한 보의 변형을 에너지를 고려하여 비선형 항이 포함되어 있다 (K=K(e)). 선형 유한요소법에서 K, u, P의 관계식을 통해 P를 구할 수 있고, 요소의 절점좌표 값을 구한다.

$$Q = P, \quad Q = K(e)e \quad (4)$$

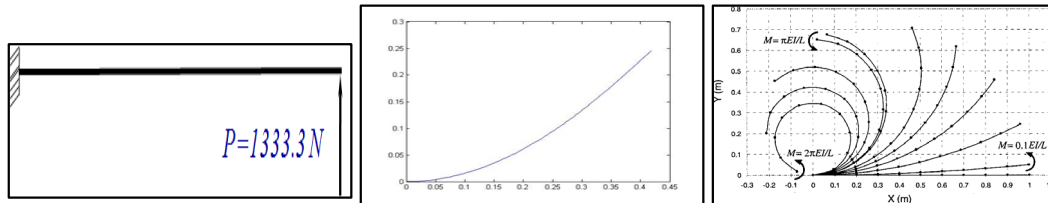
3. 수치 해석 및 결론

표 1 각 수치 예제의 물성치(material properties)

물성치	$g(m/s^2)$	$a(m)$	$E(Pa)$	$I(m^4)$	$\rho(kg/m^3)$	$A(m^2)$	$t(sec)$
3.1	.	0.5	2E11	8.3E-6	.	1E-4	.
3.2	9.81	1	1E8	1E-8	7800	1E-4	1

3.1. Bending of Cantilever Beam

그림 2(a)와 같이 모델링 하였고, 표 2 와 같이 이론해, Ansys값, 수치해를 비교했을 때 정확도가 높다.

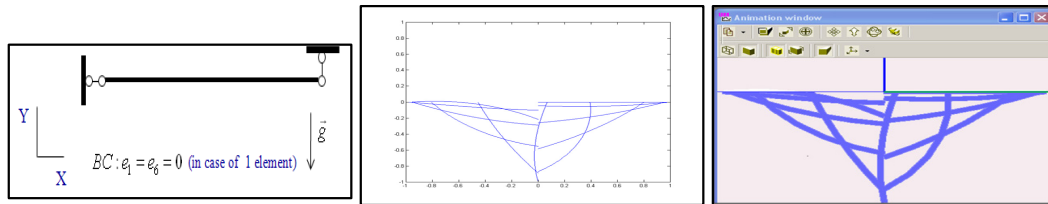


(a) 캔틸레버 보의 모델링 (b) 캔틸레버 보의 해석 결과 (c) 모멘트를 가했을 때의 거동
그림 1 캔틸레버 보의 해석

표 2 캔틸레버 보의 결과 비교(8개 요소 사용)

	x 변위	y 변위	x 오차(%)	y 오차(%)
Exact Solution	-0.08032	0.24673	.	.
ANCF	-0.08031	0.24671	-0.0124	-0.007
ANSYS	-0.080353	0.24682	-0.03745	-0.03583

3.3. Falling Ellipsograph



(a) Falling Ellipsograph model (b) ANCF 해석 결과 (c) Universal Mechanism 해석 결과

그림 2 Falling Ellipsograph 해석 결과

그림 2과 같이 Ellipsograph의 궤적이 Universal Mechanism의 결과와 유사한 결과가 나온 것을 볼 수 있다.

감사의 글

This work was supported by the Korea Science and Engineering Foundation (KOSEF) grant funded by the Korea government(MEST) (no. 2009-0067895) and Seoul R&BD Program(10848).

참고문헌

유완석 (2000) 절대 절점 좌표를 이용한 유연 다물체계의 대변형 해석, **한국자동차공학회 2000년도 추계 학술대회**, 2000-03-5027, pp.80~86

M,Campanelli, A.A.Shabana (2000) Performance of the Incremental and Non-Incremental Finite Element Formulations in Flexible Multibody Problems, *Journal of Mechanical Design*, Vol.122, DECEMBER 2000, pp.498~507