

# 유전 알고리즘을 이용한 복합재 적층 패치의 최적강도설계

## Strength Optimization of Laminated Composite Patches Using Genetic Algorithm

이 재 훈\* · 조 맹 효\*\* · 김 흥 수\*\*\*

Lee, Jaehun · Cho, Maenghyo · Kim,, Heung Soo

### 요 약

본 논문에서는 이산 변수 최적화에 적합한 유전 알고리즘을 이용하여 복합재 적층 패치의 최적강도설계를 수행하였다. 기저판(substrate)과 접착제(adhesive), 그리고 복합재 적층 패치로 이루어진 구조물에서 패치의 강도를 효율적으로 구하기 위해서 응력 함수 기반의 해석적 방법을 도입하였다. 면외 방향의 응력 함수를 가정하여 가상 공액일의 법칙(complementary virtual work principle)에 적용하였으며, 복합재 패치의 자유 경계조건으로부터 면내 방향의 응력함수를 결정하였다. 응력 함수를 통하여 구한 층간 응력 값은 자유 경계 효과를 잘 나타내었고, 이를 이용하여 패치의 강도 해석을 수행하였다. 강도 해석 시, 복합재 패치의 파괴 기준은 면내 응력들에 대해서는 최대 응력 척도를 사용하였으며, 층간 응력들에 대해서는 quadratic delamination 척도를 사용하였다. 유전 알고리즘을 이용한 최적강도설계 과정에서는 임의의 염색체가 주어진 적층 구속 조건을 만족할 수 있게 수정(repairing)하는 과정을 도입하였다. 또한 다수의 전역해(global optima)를 효과적으로 찾기 위해서 multiple elitism 기법을 도입하였다. 응력 함수 기반의 강도 해석방법과 유전 알고리즘과의 연계를 통한 복합재 적층 패치의 강도최적설계 기법은 패치 구조물의 해석 및 설계에 있어서 효율적인 도구로서 사용할 수 있을 것이라 사료된다.

**keywords** : 복합재 패치, 응력 함수, 유전 알고리즘, *layup optimization*, *interlaminar stress*

## 1. 서 론

복합재 적층 패치는 전체 구조물의 강도를 높여 응력 집중이 일어나는 부분의 균열 발생과 진행을 억제하며 전체 구조의 수명을 연장시키는 기능을 한다(Pastor, 2009). 이러한 이유로 복합재 패치는 경량화, 고강도, 고강성을 요구하는 기계/항공 구조물에 널리 사용되어져 왔다(Baker와 Jones, 1988). 이러한 복합재 패치 내부의 응력 분포를 해석하는 것과 적층 방향에 따른 강도를 계산하는 것은 복합재 패치의 파괴를 예측할 수 있고 최적 적층 배열을 계산할 수 있기 때문에 중요한 문제로 대두된다. 패치는 과거부터 Volkersen(1938)과 Goland, Reissner(1944)에 의해 해석되어 왔으며, 최근에도 다양한 실험적·수치적 연구가 진행되고 있다(Mathias, 2006).

복합재 적층 구조물의 층간 응력 해석하는데 있어서는 자유 경계와 층간 특이성 문제로 인하여 유한요소

\* 학생회원 · 서울대학교 기계항공공학부 박사과정 spin9900@snu.ac.kr

\*\* 정회원 · 서울대학교 기계항공공학부 교수 mhcho@snu.ac.kr

\*\*\* 정회원 · 동국대학교 기계로봇에너지공학과 교수 heungsoo@dongguk.edu

해석보다 응력함수를 이용한 간략하고 정확한 해석적 방법이 선호된다. Flanagan(1994)은 윗면과 아랫면의 경계조건으로부터 면외 응력함수를 양 끝단의 변위와 기울기가 고정된 보의 고유모드를 이용하여 최소 공액 에너지 원리(principle of complementary minimum energy)를 이용하는 방법을 제안하였다. 하지만 응력함수가 변위 연속 조건을 만족하지 못하여 면외 응력이 정확히 예측되지 못하고 진동하는 모습을 나타내었다. Cho와 Yoon(1997)은 이를 해결하기 위하여 extended Kantorovich method를 제안하였으며, 응력함수와 층간 응력이 연속조건과 경계조건을 만족하면서 수렴하는 모습을 확인하였다. 이를 토대로 하여, Cho와 Kim(2000)은 위 방법을 굽힘과 비틀, 그리고 열 하중이 가해지는 해석으로 확장시켰으며, Cho와 Rhee(2004)는 인장, 굽힘, 비틀, 열 하중 하에서 적층 배열 최적화 연구를 수행하였다. 하지만 선행 연구에서 복합재 적층 판의 특수한 경우인 복합재 적층 패치에 대한 최적 설계 연구는 진행되지 않았다. 따라서 본 연구에서는 이산적인 최적화 문제에 적합한 유전 알고리즘을 이용하여 복합재 적층 패치의 최적강도설계를 진행하였다.

## 2. 복합재 적층 패치의 강도 해석 및 유전 알고리즘

### 3.1. 복합재 적층 패치의 강도 해석

복합재 적층 패치는 그림 1과 같이 기저판과 복합재 패치가 접착제로 연결되어 있는 구조이다. 하중은 기저판에 작용하여 접착제를 통하여 복합재 적층 패치의 바닥면으로 전달된다.

계산의 편의를 위해  $y, z$  좌표축을  $\eta$  축과  $\xi$  축으로 정규화하면 응력 함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_2 = F_{,\eta\eta}, \sigma_3 = F_{,\xi\xi}, \sigma_4 = -F_{,\eta\xi}, \sigma_5 = -\Psi_{,\xi}, \sigma_6 = \Psi_{,\eta} \quad (1)$$

여기서,

$$F = F_h + F_p = \sum_{i=1}^n f_i(\xi)g_i(\eta) + F_p(\xi, \eta), \quad \Psi = \Psi_h + \Psi_p = \sum_{i=1}^n p_i(\xi)g_{i,\eta}(\eta) + \Psi_p(\xi, \eta) \quad (2)$$

식 (2)에서  $f_i$ 와  $p_i$ 는 면내 응력함수이다.  $g_i$ 는 면외 응력함수이며 위·아랫면의 경계조건에 따라 양단의 변위와 기울기가 고정된 보의 진동모드 함수로 가정한다. 이로써 식(1)의 모든 응력이 미지의 면내 응력함수로 표현되며, 그 응력을 가상 공액일의 원리에 대입하면 복합재 패치의 지배방정식을 유도할 수 있다. 이어서 자유 경계 조건을 부과함으로써 패치 내부의 응력들을 계산할 수 있다.

복합재 적층 패치의 파괴 기준은 면내 응력들에 대해서는 식(3)과 같이 최대 응력 척도를 사용하였고, 층간 응력들에 대해서는 식 (4)와 같이 quadratic delamination 척도를 사용하였다.

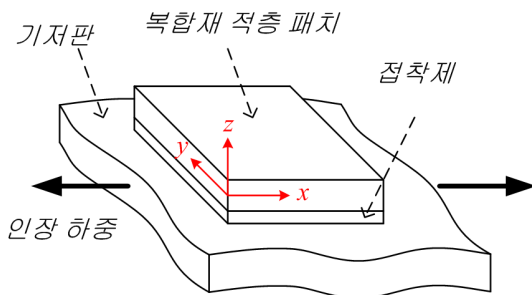


그림 1 복합재 패치 구조물

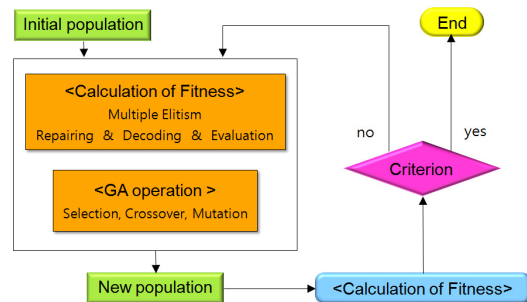


그림 2 유전 알고리즘 흐름도

$$-X_c < \sigma_{xx} < X_t, \quad -Y_c < \sigma_{yy} < Y_t, \quad |\sigma_{xy}| < S \quad (3)$$

$$\left(\frac{\overline{\sigma_{zz}}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\overline{\sigma_{zx}}}{S}\right)^2 < 1 \quad (4)$$

### 3.2. 유전 알고리즘

유전 알고리즘의 흐름도는 그림 2와 같다. 염색체는 섬유 배열각  $0^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, 90^\circ$ 에 따라서 각각 0, 1, 2, 3, 4의 유전자로 구성된다. 1, 2, 3 유전자의 경우는 홀수 번째 나오는 것은 양의 각도로, 짝수 번째 나오는 것은 음의 각도로 변환된다. 적층 배열시 적용된 첫 번째 구속 조건은 matrix의 균열을 방지하기 위해 같은 배열각을 가진 층을 연속으로 4장 이상 적층하지 않는 조건이다. 두 번째 구속 조건은 균형을 이루기 위해서 1, 2, 3 유전자가 염색체에 짝수 번 나타나도록 하는 조건이다. 모든 염색체는 위 두 조건을 만족하도록 수정(repair)하는 과정을 거쳐서 강도를 계산하게 된다.

## 3. 수치 예제

기저판은 알루미늄( $E=73.8$  GPa,  $\nu=0.25$ )이며 패치는 한 변의 길이가 20mm인 정사각형 적층 판으로 구성된다. 패치의 각 판은 탄소/에폭시( $E_x=181$  GPa,  $E_y=10.3$  GPa,  $\nu_{xy}=0.28$ )의 복합재로 이루어지며, 적층 판의 수는 16장으로 고정하였다. 또한 인구수를 변화시켜 가면서 유전 알고리즘의 성능을 평가하였다.

### 3.1. 최적강도 배열

최적강도를 가지는 적층 배열은  $[0/0/30/0/0/0/-30/0]_s$ ,  $[0/0/0/30/0/0/0/-30]_s$ ,  $[0/0/0/30/0/0/-30/0]_s$  의 3가지 배열로 나타났으며 이 때의 적합도(fitness)는  $3.516 \times 10^9$  이다.

표 1 유전 알고리즘의 변수

Parameter	Value
Chromosome length	8
Upper limit of generation	100
Number of runs	5
Population size	10~50
Probability of crossover	0.6
Probability of mutation	0.05

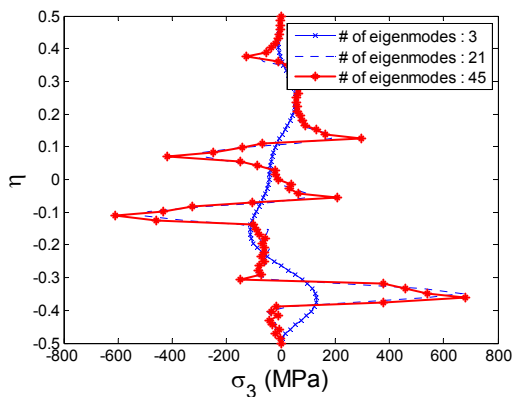


그림 3  $[0/0/30/0/0/0/-30/0]_s$  층간 수직 응력

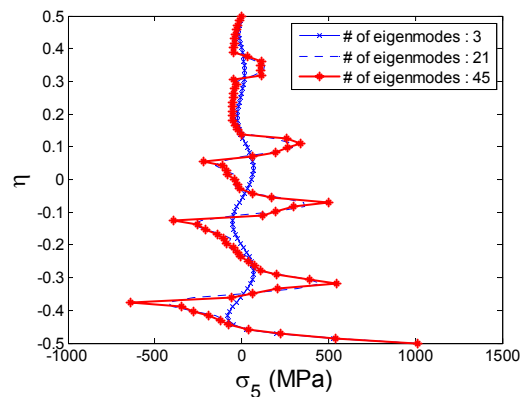


그림 4  $[0/0/30/0/0/0/-30/0]_s$  층간 전단 응력

### 3.2. 유전 알고리즘 성능 평가

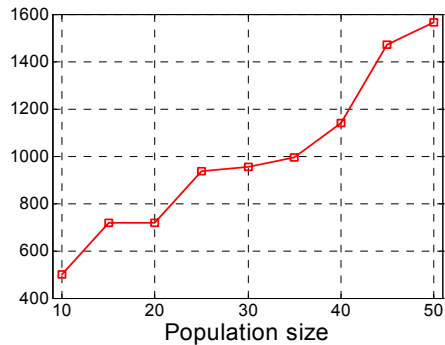


그림 5 Normalized Cost

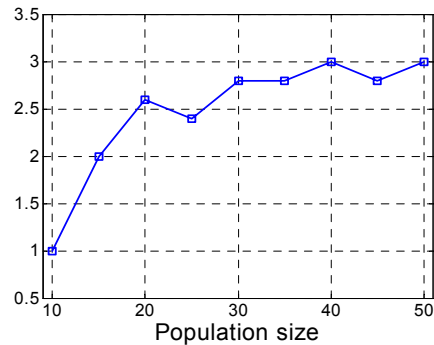


그림 6 Average # of Optima

## 4. 결론

응력 함수 기반의 강도해석 방법과 유전 알고리즘을 이용한 적층배열 최적화를 통하여 복합재 적층 패치의 최적강도설계를 수행하여, 패치의 강도를 최대화하는 3가지의 적층 배열을 구할 수 있었다. 제안된 방법은 기저판에 인장하중이 작용하는 경우 뿐만 아니라 굽힘, 열하중이 작용하는 경우의 최적강도설계에도 유용하게 사용할 수 있을 것이라 사료된다.

### 감사의 글

이 논문은 2009년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(2009-0097 & 2009-0070883)

### 참고문헌

- Baker, A.A., Jones, R. (1988) Bonded Repair of Aircraft Structures, *Martinus Nijhoff Publishers*.
- Cho, M., Kim, H.S. (2000) Iterative free-edge stress analysis of composite laminates under extension, bending, twisting and thermal loadings, *International Journal of Soild & Structures*, 37(3), pp.435-459.
- Cho, M., Yoon, J. (1999) Free-edge interlaminar stress analysis in composite laminates by the extended Kantorovich method, *AIAA Journal*, 37(5), pp.656-660.
- Cho, M., Rhee, S.Y. (2004) Optimization of laminates with free edges under bounded uncertainty subject to extension, bending and twisting, *International Journal of Soild & Structures*, 41(1), pp.227-245.
- Flanagan, G. (1994) An efficient stress function approximation for the free-edge stresses in laminates, *International Journal of Soild & Structures*, 31, pp.941-952.
- Golan, M., Reissner, E. (1944) The stress in cemented joints, *Journal of Applied Mechanics*, 11, pp.17-27
- Mathias, J.D., Grediac, M., Balandraud, X. (2006) On the bidirectional stress distribution in rectangular bonded composite patches, *International Journal of Soild & Structures*, 43(22), pp.6921-6947.
- Pastor, M.L., Balandraud, X., Robert, J.L., Grediac, M. (2009) Lifetime prediction of aluminum structures reinforced with composite patches, *International Journal of Fatigue*, 31(5), pp. 850-859.
- Volkersen, O. (1938) Die niekraft in zugbeanspruchten mit konstanten laschenquer-schritten, *Luftfahrtforschung*, 15, pp.41-47.