

베이지안 접근법을 이용한 피로수명 파라미터의 역 추정

Inverse Estimation of Fatigue Life Parameter based on Bayesian Approach

허 찬 영* · 안 다 운** · 최 주 호*** · 전 정 일****

Heo, Chan-Young · An, Da-Wn · Choi, Joo-Ho · Jeon, Jeong-il

요 약

구조요소의 설계에서 유한요소해석은 매우 효과적인 방법이며 정확한 해석 기술을 요구한다. 그러나 제조 공정이나 환경에 따라 달라지는 재료 물성이나 불확실성을 내포하는 피로 물성을 확정적인 값으로 이용하는 등 입력 변수의 부정확한 정보로 인해 유한요소해석 결과를 신뢰하지 못하는 경우가 자주 발생한다. 실제 시험을 통해 설계의 결과를 예측하는 것은 경제적인 측면과 시간소요 면에서 한계가 따르기에 신뢰할 수 있는 유한요소해석 방법이 요구된다. 본 연구에서는 고주기의 피로 해석을 위해 유한요소해석을 이용하여 스프링의 응력-수명(S-N) 파라미터를 역 추정하고 수명을 예측해 보았다. 이를 위해 실제 산업 현장에서 쓰이는 자동차 서스펜션 코일 스프링을 예제로 사용하였다. 시험 모델에 대해 불확실성을 고려한 베이지안 접근법을 이용하여 입력변수의 파라미터를 역 추정하였으며, 마코프체인몬테카를로(Markov Chain Monte Carlo) 기법을 이용하여 얻어진 피로 물성 파라미터의 샘플 데이터를 이용해서 유한요소해석을 실시하고 신뢰수준 내에서 새로운 구조요소의 피로수명을 예측하였다.

keywords : 신뢰성 분석, 응력-수명 파라미터, 베이지안 접근법, 코일 스프링, 마코프체인몬테카를로 (Markov Chain Monte Carlo)

1. 서 론

유한요소해석은 복잡한 구조요소의 움직임 예측하는데 있어서 매우 효과적인 방법이다. 구조요소의 설계에 있어서 거동 특성이나 수명 등을 예측하기 위한 시험은 시간이나 비용적인 문제점으로 인해 한계가 있기 때문에 컴퓨터 시뮬레이션을 이용한 유한요소해석의 필요성이 현대 산업 현장에서 더욱 증대되고 있다. 이는 고주기의 피로 해석에서 구조요소의 신뢰성 분석 및 피로 수명을 예측하는데 더욱 더 효과적으로 쓰일 수 있다. 그러나 유한요소해석을 통한 방법은 모델링 과정이나 재료 물성의 측면에서 생기는 부정확한 입력 변수를 확정적인 값으로 사용하기 때문에 신뢰도가 떨어지는 문제점이 있다.

본 연구에서는 실제 스프링 제조업체로부터 얻은 시험 모델을 이용하여 응력-수명(S-N) 파라미터를 역 추정하고 수명을 예측하는 절차를 진행한다. 입력변수의 불확실성(uncertainty)을 고려하여 구조요소의 수명을 안전 확률(reliability)이나 실패 확률(failure probability)로 정량화하는 신뢰성 분석을 통하여 앞으로의 과정을 진행한다.

* 학생회원 · 한국항공대학교 항공우주 및 기계공과 석사과정 hcy3739@nate.com

** 학생회원 · 한국항공대학교 항공우주 및 기계공과 박사과정 skal34@nate.com

*** 정회원 · 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 교수 jhchoi@kau.ac.kr

**** (주)삼목강업 선임연구원 smrd2077@naver.com

2. 피로수명 파라미터 추정을 위한 베이지안 교정

2.1. 응력-수명 관계식

고주기 피로에서 재료의 응력-수명 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$S_f = aN^b \quad (1)$$

여기에서 S_f 는 피로 강도, N 은 수명, a, b 는 피로수명 파라미터이다. 재료나 제조 공정에 의해 피로수명 파라미터는 불확실성을 내포하게 된다. 피로물성이 정확하다면 유한요소해석의 결과는 신뢰도가 높아지게 된다.

2.2. 베이지안 교정(Bayesian calibration)

베이지안 교정법은 불확실성(unknown) 파라미터인 피로물성을 시험 값에 기반하여 역 추정하기 위한 방법으로 다음과 같은 베이지 정리를 기본 이론으로 한다.

$$f(\theta|y) \propto f(y|\theta)f(\theta) \quad (2)$$

θ 는 추정하고자 하는 불확실성 파라미터로, 피로물성인 a, b 가 되고, y 는 측정된 데이터로 피로수명의 시험결과, $f(y|\theta)$ 는 θ 하에서 측정된 데이터의 우도(likelihood), $f(\theta)$ 는 θ 의 사전분포(prior distribution)이다. 그리고 $f(\theta|y)$ 는 측정된 데이터 y 하에서 업데이트 되는 사후분포(posterior distribution)이다.

측정된 데이터, 즉 피로수명의 시험결과의 오차가 평균이 0이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 가정하고, 사전정보가 주어지지 않아 균등분포일 때의 불확실성 파라미터 a, b 에 대한 사후분포는 다음과 같다.

$$(\sigma^2, a, b|y_e) \propto (\sigma^2)^{-n/2-1} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y_e - K)'(y_e - K)\right\} \quad (3)$$

y_e 는 측정된 스프링의 피로수명, K 는 불확실성 파라미터 a, b 와 입력변수 x 의 함수로 계산되는 스프링의 피로수명이다. 이와 같이 사후분포 식이 얻어지면 MCMC 시뮬레이션 기법을 이용하여 불확실성 파라미터인 피로물성 a, b 의 샘플을 얻게 되고, 이는 유한요소해석 결과를 통해 피로수명을 예측하는데 사용된다.

3. 유한요소해석 결과의 검증

피로수명은 작은 차이의 응력결과에 따라서도 매우 큰 변동을 보인다. 따라서 베이지안 교정을 통해 피로물성의 불확실성 파라미터를 얻기 전에 해석 결과가 시험과 일치하는지 검증하는 과정이 필요하다. 비교 결과로써 압축 변위에 따른 하중 측정 결과를 그림 1에 나타내었다. 실제 시험에서는 재료의 물성이나 치수에서 분포가 존재하기 때문에 해석 결과와 약간의 차이가 발생하지만 변위에 따라 측정되는 하중이 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 표 1에 그림 1에서의 변위와 하중 측정 결과를 이용해 스프링 상수 값을 나타내었다.

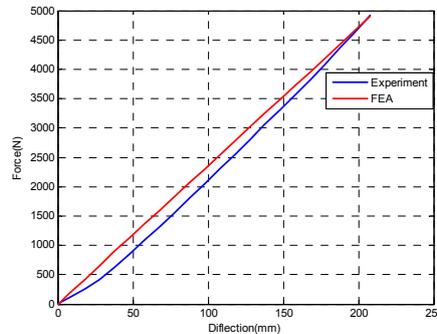


그림 1 압축 변위를 가했을 때 하중 측정

표 1 스프링 상수

	Experiment	FEA
Range(mm)	57.90~207.90	57.90~207.90
Spring Rate(N/mm)	25.58	23.57

4. 피로수명 파라미터 추정과 수명 예측 결과

피로수명 파라미터를 시험데이터에 기반하여 역 추정해내기 위해 실제 스프링 제조업체로부터 제공된 그림 2와 같은 3 가지 시험모델을 이용한다. 그림 2는 자유 길이의 80%~40% 가 되도록 변위 하중을 가했을 때의 유한요소 해석 결과로써 최대전단응력을 함께 나타내었다.

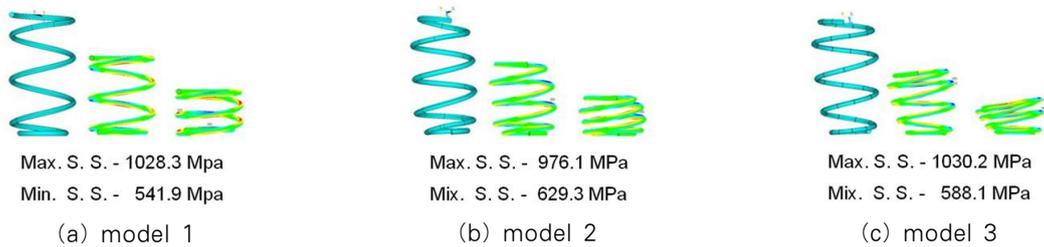


그림 2 코일 스프링의 피로 시험 모델

위 세 가지 모델들에 대한 피로시험 결과를 아직 얻지 못하였기 때문에 각 모델에 대해 3번씩의 가상의 수명 데이터를 만들고 이를 실제 수명 시험 데이터라고 가정하였다. 그림 3(a)에 가상의 데이터 결과가 로그-로그 스케일로 나타나있다. x축은 수명을, y축은 피로강도를 나타내며, 실선은 S-N선도의 실제 평균과 95% 신뢰구간(실제로는 알려져 있지 않은 값이지만 본 연구에서는 가상데이터를 사용하였으므로, 이와 관련된 값들을 실제 값이라 명하고 검증을 위해 사용한다)을 나타낸다.

주어진 데이터를 이용하여 피로수명 파라미터 a, b 를 추정하기 위한 첫 번째 접근방법으로, a, b 자체를 불확실성 파라미터로 설정한다. 이 경우 σ 를 포함하여 불확실 파라미터는 총 3개가 되며, MCMC를 이용하여 불확실 파라미터의 사후분포를 추정한 결과가 그림 3(b)에 나타나 있다. 그림 3(b)에서 빨간색 직선은 실제 a, b 의 평균값을 나타낸다. 베이지안 역 추정을 통한 결과가 실제 값을 중심으로 잘 분포되어 있음을 확인할 수 있다. 그림 3(c)에는 a, b 의 사후분포 결과를 이용하여 피로수명을 예측한 결과가 주어져 있다. C.I.는 주어진 데이터에 기반하기 때문에 데이터 있는 곳에서는 좁게, 없는 곳에서는 넓게 나타나며 시험오차까지 고려하여 앞으로 얻어질 데이터 구간을 예측한 P.I.는 실제 C.I. 보다도 훨씬 넓게 나타난다.

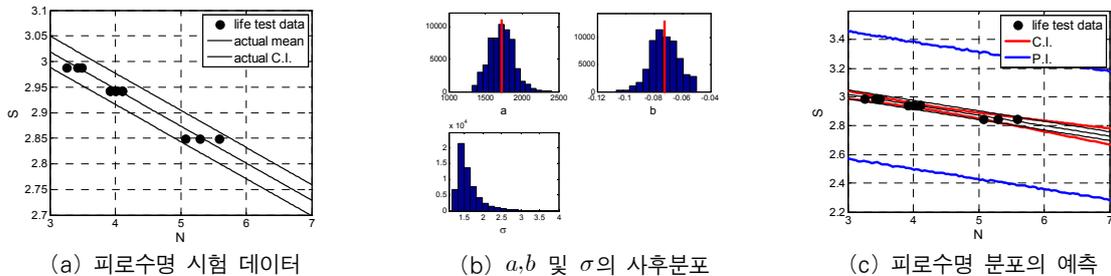


그림 3 불확실성 파라미터가 a, b 일때 사후분포 및 수명의 사후예측 결과

두 번째 접근방법으로 대부분의 강 재료에 대한 피로수명 파라미터 a 가 와이블 분포를 따른다는(Budynas와 Nisbett, 2007) 주어진 정보를 이용한다. 따라서 a 의 분포 특성을 결정짓는 두 개의 와이블 모델 파라미터(척도모수 η 와 형상모수 m)와 b , 그리고 σ 를 포함하여 불확실성 파라미터는 총 4개가 되며 그림 4(a)에 불확실 파라미터의 사후분포가 나타나있다. 그림 4(b)에는 η, m 으로부터 구한 a 와 b 의 분포를 첫 번째 접근방법에서의 a, b 의 분포와 비교하여 나타내었다. a 가 와이블 분포를 따른다는 정보를 이용한 만큼 불확실 파라미터의 산포가 줄어든 것을 확인 할 수 있으며, 그림 4(c)에서도 그림 3(c)와 비교하여 C.I.와 P.I.가 좁아져 신뢰도가 향상되었음을 알 수 있다. 이러한 결과에서 알 수 있듯이 베이지안 접근법은 일반적인 회귀분석과 달리 주어진 정보를 활용하여 결과에 대한 신뢰도를 높일 수 있다.

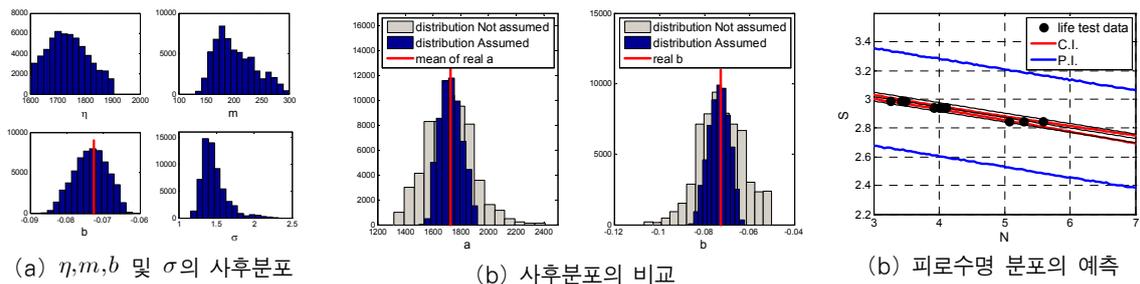


그림 4 불확실성 파라미터의 확률분포가 주어졌을때 사후분포 및 수명의 사후예측 결과

4. 결론

베이지안 접근법을 이용하여 코일 스프링의 응력-수명 파라미터를 역 추정하는 방법에 대해서 설명하였다. 검증을 위해 가상의 수명 데이터를 추출하여 실제의 수명 데이터라고 가정하고 파라미터를 역 추정하였고, 유한요소해석을 통해 피로 수명을 신뢰수준 내에서 분포로 나타내었다. 보다 많은 데이터를 이용한다면 파라미터를 역 추정하고 피로수명을 예측하는데 있어 불확실성은 감소하고 예측된 수명의 신뢰도는 더욱 증가될 수 있다. 앞으로의 새로운 스프링 설계에 있어서 똑같은 물성을 가진 재료를 이용할 경우 위에서 추정된 파라미터를 이용할 수 있을 것이고 피로수명을 예측하는데 많은 도움이 될 것이다. 가상의 데이터가 아닌 실제의 피로 수명 데이터를 이용하여 응력-수명 파라미터를 정확하게 알아낼 수 있다면 시험을 해석적인 방법으로 대체할 수 있을 것이고, 비용과 시간의 측면에서 매우 큰 효능을 발휘 할 수 있을 것이다.

감사의 글

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2008-02-010, No. 2009-0081438)

참고문헌

- Budynas & Nisbett (2007) Shigley's Mechanical Engineering Design, McGraw-Hill, New York.
 Andrieu, C., de Freitas, N., Doucet, A., and Jordan, M (2003) An Introduction to MCMC for Machine Learning, Machine Learning, 50(1-2), pp.5~43.
 Kennedy, M.C. and O'Hagan, A. (2001) Bayesian calibration of computer models, J R Stat Soc B, 63(3), pp.425~464