

점성 및 마찰감쇠가 있는 단자유도 구조물의 등가감쇠비

Equivalent Damping Ratio of a SDOF Structure Combined with Coulomb and Viscous Damping

성 지 영* · 민 경 원**

Seong, Ji-Young-Suck · Min, Kyung-Won

요 약

본 논문에서는 점성 및 감쇠가 있는 단자유도 구조물의 등가감쇠비를 효율적으로 구하는 방법을 제시하였다. 건물에 설치된 마찰감쇠기는 외력의 크기에 따라 정지와 운동의 상태를 반복하여 외부 입력에 에너지를 소산시키기 때문에 외력과 응답관계가 비선형이다. 마찰감쇠기가 설치된 단자유도 건물은 마찰감쇠기 외에 점성감쇠가 동시에 존재하므로 해석적인 정해를 구하기가 어렵다. 등가감쇠비를 산정하기 위해서 첫째, 점성과 마찰감쇠가 있는 단자유도계 건물의 자유진동 정해를 통하여 변위응답과 가속도 응답특성을 분석하였다. 둘째, 자유진동의 경우 응답이 멈출 때까지 소산 에너지식을 이용하여 등가점성감쇠비를 구하였다. 셋째, 조화가진 일 때는 수치해석을 통하여 마찰력비 F_r 에 따른 응답 특성을 알아보았다. 넷째, 조화가진의 경우 에너지 균형식을 바탕으로 등가점성감쇠비를 유도하였다. 등가점성감쇠비는 변위응답비의 영향을 받으므로 응답을 알아야만 구할 수 있다. 건물 응답의 진동수 특성은 협소영역(narrow band)이므로 고유진동수에 의해 지배된다고 가정하여 등가점성감쇠비를 구하였다. 마지막으로, 유도한 자유진동과 조화가진의 등가점성감쇠비를 이용한 등가선형운동방정식의 해를 비선형 수치해석 한 결과와 비교하여 검증하였다.

keywords : 마찰감쇠기, 마찰 및 점성감쇠, 에너지소산, 등가감쇠비, 비선형 특성

1. 서 론

지진 등의 외력을 받는 구조물의 에너지를 소산시켜주기 위해서는 부가적인 감쇠기 등이 필요하다. 마찰감쇠기는 정지와 운동상태를 반복하여 에너지를 소산시키는 효율적인 감쇠기이다.

마찰감쇠기가 설치된 건물의 자유진동 및 조화가진에서의 응답의 정해(exact solution)는 Hartog에 의하여 구해졌다(Hartog, 1931). 그러나 점성감쇠가 동시에 있을 때는 정해를 구하는 작업이 매우 어렵다. 기존의 대부분 연구에서는 마찰감쇠만 있을 때의 건물의 자유진동에 관한 해석적인 분석과 조화가진일 때의 전달함수를 유도하였다(Feeny 등, 1996). Liang은 점성감쇠와 마찰력을 식별하는 연구를 수행하였다(Liang, 2005). 점성감쇠는 건물에 항상 내재되어 있기 때문에 본 연구에서는 마찰 및 점성감쇠를 동시에 고려할 때 응답을 예측하기 쉽도록 등가감쇠비를 유도하였다.

* 단국대학교 건축공학과 석사과정 sjy5512@dankook.ac.kr

** 정희원 · 단국대학교 건축공학과 교수 kwmin@dankook.ac.kr

2. 자유진동의 등가감쇠비

자유진동일 때 건물의 응답은 마찰력이 작용하는 각각의 방향에 대해서 방정식의 해를 유도하여 구할 수 있다. 건물의 운동방향에 따라 마찰력의 방향이 바뀌므로 운동방향의 부호가 변화하는 변위의 피크에 따른 해를 구하여 아래와 같이 반주기(half cycle)에 따른 해를 얻을 수 있다(Feeny 등, 1996).

$$0 \leq t \leq \pi/\omega_D \text{ 일 때, } \quad u(t) = (u_0 - u_k)e^{-\alpha t_1} [\cos(\omega_D t_1) + \frac{\alpha}{\omega_D} \sin(\omega_D t_1)] + u_k \quad (1)$$

$$\pi/\omega_D \leq t \leq 2\pi/\omega_D \text{ 일 때, } \quad u(t) = (u_1 + u_k)e^{-\alpha t_2} [\cos(\omega_D t_2) + \frac{\alpha}{\omega_D} \sin(\omega_D t_2)] - u_k \quad (2)$$

여기서 $u_0, u_k, \xi_s, \omega_n$ 은 각각 초기변위, 정적변위인 f_d/k , 건물의 점성감쇠비, 건물의 고유진동수이다. α 는 $\xi_s \omega_n$ 이고 ω_D 는 $\omega_n \sqrt{1 - \xi_s^2}$ 로 감쇠고유진동수이다. t_1 은 $t - t_0$ 이고 t_0 은 초기시간이다. u_1 은 t 가 π/ω_D 일 때를 식 (1)에 대입하여 얻은 변위이고 t_2 는 $t - (\pi/\omega_D)$ 이다.

점성감쇠가 없는 경우 마찰감쇠기의 소산에너지 $E_{D,fric}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{D,fric} = \frac{1}{2}k(u_0^2 - u_{n_i}^2) \quad (3a) \quad u_{n_i} = (-1)^{n_i}u_0 + (-1)^{n_i-1}2n_i u_k \quad (3b)$$

마찰감쇠기가 정지할 때까지의 반주기 횟수 n_i 은 반주기마다 변화하는 변위응답 u_{n_i} 이 갖게 되는 복원력 $u_{n_i}k$ 가 마찰력 보다 작아져서 영구변형이 생기며 정지하게 될 때의 반주기 횟수 n 값을 의미한다. 마찰감쇠기가 정지하게 될 때의 식은 다음과 같다.

$$\left[(-1)^{n_i}u_0 + (-1)^{n_i-1}2n_i u_k \right] k \leq f_d \quad (4a) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_s} - 1 \right) \leq n_i < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_s} + 1 \right) \quad (4b)$$

여기서 F_s 는 마찰력비로 마찰력에 대한 초기복원력 f_d/ku_0 을 나타낸다. 점성감쇠의 소산에너지를 마찰감쇠기가 멈출 때까지의 시간동안 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{D,vis} = \int_0^{\frac{n_i\pi}{\omega_n}} c \dot{u}^2 dt = E_I(1 + \xi^2)(1 - e^{-2\xi n_i\pi}) \quad (5a) \quad E_{D,vis} = E_I(1 - e^{-2\xi n_i\pi}) \quad (5b)$$

마찰감쇠기의 소산에너지 식 (3a)와 점성감쇠의 소산에너지 식(5b)를 같다고 하면 등가점성감쇠비 $\xi_{d,free}$ 를 구할 수 있다.

$$\xi_{d,free} = - \frac{\ln \left| \frac{u_{n_i}}{u_0} \right|}{n_i\pi} \quad (6)$$

3. 조화가진의 등가감쇠비

한 주기 동안의 소산에너지와 입력에너지가 동일하다는 에너지균형식을 이용하면 다음의 식 (7)과 같이 F_r 과 등가점성감쇠비 ξ_d 의 관계식이 유도된다. 변위응답비는 공진일 때의 응답이 가장 크게 나타나며 협소영역(narrow band)을 나타내므로 공진일 때의 변위응답비 u_p/u_{st} 를 고려하여 등가점성감쇠비를 구한다. 공진일 때의 변위응답비는 식 (8)과 같이 표현된다(민경원 등, 2010).

$$\xi_d = \frac{2}{\pi} \frac{1}{u_p/u_{st}} F_r \quad (7) \quad \frac{u_p}{u_{st}} = \frac{1 - \frac{4}{\pi} F_r}{2\xi_s} \quad (8)$$

여기서 u_p 는 외력가진에 의한 최대변위응답으로 동적변위이다. ξ_d 은 변위응답비 u_p/u_{st} 에 반비례하고 F_r 에 비례한다. 등가점성감쇠비 ξ_d 에 대한 식 (7)의 변위응답비에 식 (8)을 대입하여 응답에 따라 변화하는 등가감쇠비를 공진일 때의 응답으로 고정하면 변위응답비의 영향을 받지 않는 근사화 된 등가점성감쇠비가 다음과 같이 유도된다.

$$\xi_{d, sin} = \frac{F_r}{\left(\frac{\pi}{4} - F_r\right)} \xi_s \quad (9)$$

4. 등가감쇠비 검증

본 절에서는 앞서 구한 등가감쇠비를 이용한 등가의 운동방정식 응답이 비선형 해석을 통해 얻은 응답과 근사하는 지를 검증하고자 한다. 등가감쇠비를 검증하기 위하여 마찰력 대신에 등가감쇠비를 대입하여 등가 비선형해석을 수행하였다. 해석에 사용된 건물은 무게 $50,000N$, 고유진동수 $2Hz$, 점성감쇠비 3% 이다.

4.1. 자유진동 검증

초기변위 u_0 를 가해 시간이력에 따른 변위응답비의 변화를 수치해석을 통하여 비교하였다. 그림 1은 F_s 의 변화에 따른 변위응답비를 시간이력으로 나타낸 그래프이다. $F_s = 0.7$ 인 경우, 최종정지 위치에 있어서 비선형해석과 최대 40%의 차이가 발생한다. F_s 가 0.5이상 이 되면 마찰감쇠기의 마찰력이 증가하게 되어 원점에 도달하지 않고 건물이 멈추게 된다. 유도된 등가감쇠비는 마찰감쇠기가 멈출 때까지의 소산에너지가 같다는 가정 하에 적용되었다. F_s 가 0.5이상 이 되면 유효한 등가감쇠비를 얻을 수 없다. 등가점성감쇠만 있을 경우에는 건물에 변위를 가했을 때 초기 위치에 도달하지 않고 정지하는 경우가 없기 때문이다. 하지만 감쇠기를 설치함으로써 추가될 수 있는 감쇠비는 한계가 있다. 일반적인 경우에 추가될 수 있는 감쇠비는 경제성과 효율 측면을 고려하여 30%정도로 제한된다. 식 (6)에 의해서 $F_s = 0.4$ 일 때의 등가감쇠비가 51.23%이다. 일반적인 마찰감쇠기는 이 범위 안에 포함되므로 $F_s < 0.5$ 일 때 유효한 등가감쇠비를 유도할 수 있다.

4.2. 조화가진 검증

F_r 의 변화에 따른 등가감쇠비는 식 (9)를 이용하여 구할 수 있다. 등가감쇠비는 F_r 이 0.1, 0.4, 0.7로 변화할 때 각각 0.44%, 3.11%, 24.59%로 변화한다. 그림 2는 진동수비 ω_r 의 변화에 따른 최대변위응답을 비선형 해석의 결과와 비교하여 나타낸 것이다. F_r 이 작을 때는 등가감쇠비로 치환하여도 거의 차이가 없음을 알 수 있다. F_r 가 커질수록 등가감쇠비에 의한 결과가 크게 나타나나 오차율은 최대 4.8%로 미약하다.

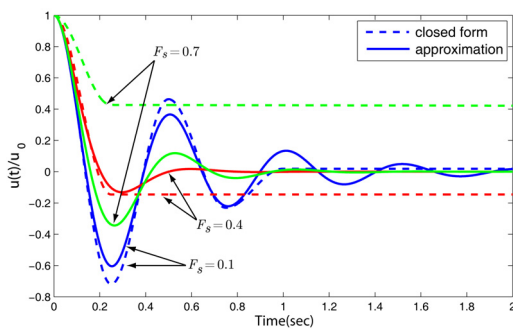


그림 1 F_s 의 변화에 따른 변위응답비 비교

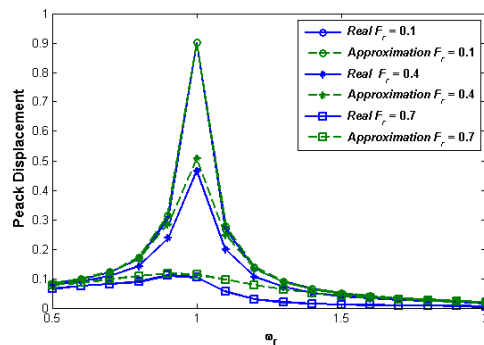


그림 2 고유진동수비 ω_r 변화에 따른 최대변위응답 비교

4.3. 지진해석 검증

유도된 등가점성감쇠비가 실제 지진하중을 받았을 때의 수치해석을 수행하였다. 마찰감쇠기의 비선형성을 고려한 비선형 해석 결과와 등가점성감쇠비를 사용하였을 때의 응답을 비교하여 등가점성감쇠비 유도 타당성을 입증하였다. 해석에 사용된 건물은 4절과 동일한 파라미터를 갖고 수행하였다.

그림 3은 실제 지진하중인 엘센트로(EI centro) 지진하중에 대하여 $F_r = 0.4$ 일 때의 건물의 변위응답을 시간영역으로 나타낸 그림이다. 마찰감쇠기를 설치한 경우의 최대변위응답이 2.3 cm 이고 등가감쇠비를 사용한 경우가 2.44 cm 이다. 최대변위응답에 있어서 5.56%의 차이가 있다. 잔류변형응답은 마찰감쇠기를 설치한 경우가 -0.02 cm 이고 등가감쇠비를 사용한 경우가 -0.05 cm 로 오차율은 1.5% 정도이다. 같은 방법으로 F_r 이 0.2, 0.6인 경우에 대해서도 해석하면 각각의 최대변위 응답의 오차율은 4.35%, 4.56%로 나타난다. 지진하중에 대해서도 유도된 등가감쇠비를 이용하여 간단하게 설계할 수 있음을 알았다.

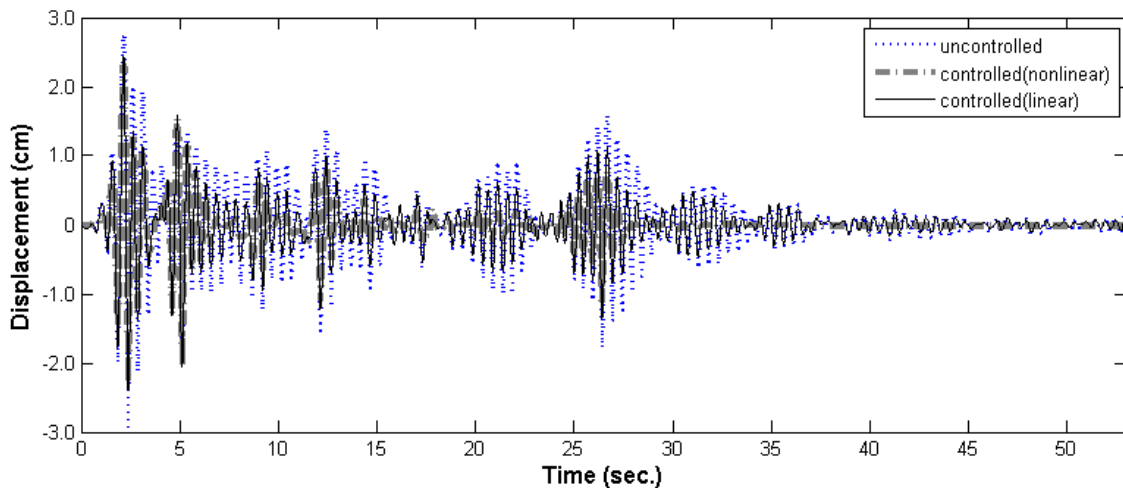


그림 3 EI centro 지진하중에 대한 수치해석의 변위응답결과 [$F_r = 0.4$ 인 경우]

5. 결론

본 연구에서는 마찰감쇠기가 설치된 건물의 비선형운동방정식을 파악하기 쉽도록 자유진동과 조화가진일 때의 등가감쇠비를 제시하였다. 에너지의 입·출력 및 소산에너지의 관계를 통해 자유진동과 조화가진에서의 각각의 등가감쇠비를 구하였다. 제시한 등가감쇠비를 검증하기 위해 비선형해석을 통하여 마찰력이 작용한 결과와 등가감쇠비를 사용한 결과를 비교하였다. 지진하중에 대한 검증을 통해서도 유효한 범위 안에 있음을 검증하였다. 마찰감쇠기가 $F_r < \pi/4$ 일 때의 범위에 제한되는 단점이 있지만 $\pi/4 < F_r$ 일 때는 감쇠기의 정지상태가 증가해서 외부에너지를 충분히 소산시킬 수 없다(민경원 등, 2010). 본 연구에서 제시된 등가감쇠비를 이용하면 건물의 응답을 예측하고 감쇠기를 설계하는 데 있어서 간편하고 쉬운 절차를 제시하는데 일조할 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 주관으로 수행된 과제(No. 2009-0076304)의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- Den Hartog, J.P.** (1931) Forced vibrations with combined coulomb and viscous friction, *Trans. ASME*, 53, pp.107~115.
- Feeny, B.F., Liang, J.W.** (1996) A decrement method for the simultaneous estimation of coulomb and viscous friction, *Journal of Sound and Vibration*, 195(1), pp.149~154.
- Liang, J.W.** (2005) Identifying coulomb and viscous damping from free-vibration acceleration decrements, *Journal of Sound and Vibration*, 282, pp.1208~1220.
- 민경원, 성지영** (2010) 단자유도 건물의 지진응답제어를 위한 마찰감쇠기 설계, **한국소음진동공학회 논문집**, 20(1), pp.22~28.