

# 유한 요소 정식화를 이용한 해상 크레인 붐(boom)의 탄성체 모델링

## Elastic Boom Modeling of a Floating Crane based on Finite Element Formulation

박 광 필\* · 차 주 환\*\* · 이 규 열\*\*\*

Park, Kwang-Phil · Cha, Ju-Hwan · Lee, Kyu-Yeul

### 요 약

본 논문에서는 해상 크레인과 중량물의 동적 거동을 시뮬레이션하기 위해, 유한 요소 정식화(finite element formulation)를 이용하여 해상 크레인의 붐(boom)을 탄성체로 모델링 하였다. 붐은 3차원 탄성 빔 (beam) 요소로 가정하고, 각 요소의 변형에 의한 변위는 형상 함수(shape function)과 절점 좌표(nodal coordinate)를 이용하여 정의하였다. 변형 변위를 이용하여 탄성 붐의 강성 행렬(stiffness matrix)을 유도하고, 탄성 변위를 포함하는 위치 벡터를 이용하여 질량 행렬을 유도한다. 해상 크레인과 중량물로 이루어진 운동 방정식에 탄성 붐을 포함하여 유연 다물체계(flexible multibody system) 운동 방정식을 구성한다. 외력으로는 선박 유체정역학적 힘, 유체동역학적 힘, wire rope의 장력, 중력 그리고 계류력(mooring force)이 고려되었다. 먼저 요소의 개수를 변경하며 탄성 붐의 동적 거동을 시뮬레이션 하여, 유한 요소 정식화를 이용한 모델링의 타당성을 검증하였다. 그리고 해상 크레인과의 중량물의 동적 거동 시뮬레이션에 탄성 붐 모델을 적용하였다.

**keywords** : 유한 요소 정식화, 해상 크레인, 탄성 붐, 유연 다물체계

## 1. 서 론

최근 조선소에서는 생산 효율 향상을 위해 해상 크레인을 이용하여 인양(lifting)하는 블록이 점차 대형화 되고 있다. 이러한 중량물 인양작업이 해상에서 이루어지므로, 해상 상태를 고려한 동적 거동의 안정성을 판단하는 것이 중요하다. 차주환 등(2010)은 강체 다물체계 동역학(rigid multibody system dynamics)을 기반으로 해양파 외력을 고려하여 해상 크레인과의 중량물이 연성된 동적 거동을 해석하였다. 해상 크레인의 붐에 탄성을 고려한 연구는 Al-Sweiti et al.(2007)과 Ren(2009)이 수행하였다. Al-Sweiti et al.(2007)은 해양파에 의한 외력을 고려하지 않았고 Ren(2009)은 붐의 구조적 모델링 과정 없이 붐 끝단의 추가적인 변위만을 고려하였다. 박광필 등(2010)은 유연 다물체계 동역학(flexible multibody system dynamics)을 기반으로 탄성 붐을 고려하였지만 붐을 한 개의 2차원 빔 요소로 모델링하였다. 본 논문에서는 탄성 붐을 3차원 빔 요소를 고려하고 유한 요소 정식화를 이용하여 모델링한 후 해상 크레인과의 중량물의 운동 방정식에 적용하였다.

\* 정희원 · 대우조선해양 선박해양연구소 kppark@dsme.co.kr

\*\* 정희원 · 서울대학교 조선해양공학과 박사후연구원 jhcha79@snu.ac.kr

\*\*\* 정희원 · 서울대학교 조선해양공학과 교수 kylee@snu.ac.kr

## 2. 해상 크레인과 중량물 모델

본 연구에서 고려한 해상 크레인과 중량물의 구성은 그림 1(a)와 같다. 해상 크레인 바지는 길이, 넓이, 높이가 각각 100m, 46m, 7.5m이며, 붐의 길이는 130m이다. Back stay의 높이는 42m이고, back stay와 붐 사이에 연결된 wire rope의 길이는 174m이며, 붐과 중량물 사이의 wire rope의 길이는 50m이다. 해상 크레인 과 중량물은 그림 1(b)와 같이 6자유도의 강체로, 붐은 유한 개의 3차원 빔 요소로 모델링하였다.

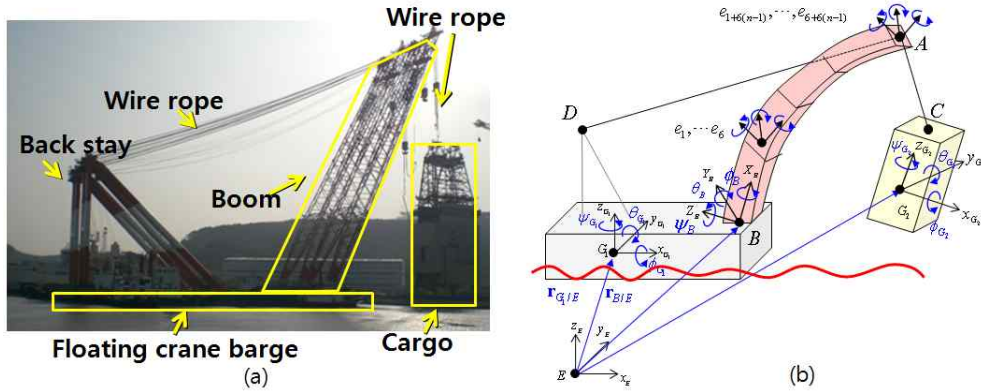


그림 1 해상 크레인 과 중량물의 (a)구성 및 (b)동적 거동 해석을 위한 모델

## 3. 유한 요소 정식화를 이용한 탄성 붐 모델

### 3.1. 3차원 빔 요소

탄성 붐 위의 한 점은 식 (1)와 같이 정의된다. 각 벡터의 의미는 그림 2(a)와 같고  ${}^E\mathbf{R}_B$  는 회전 변환 행렬이다. 변형 벡터  $\bar{\mathbf{u}}_f$  는 그림 2(b)와 같은 하나의 요소에 대해 12개의 절점 좌표와 보간 함수를 이용하여 식 (2)과 같이 정의된다. 보간 함수는  $x_B$  방향의 인장과 비틀림을 각각 1차 다항식으로,  $y_B$  방향과  $z_B$  방향의 bending을 각각 3차 다항식으로 가정하였다. 붐의 도면 정보로부터 속성 값을 계산하여 질량은 1,200ton, 단면적  $6,337 \text{ cm}^2$ , 2차 모멘트  $5.716 \times 10^8 \text{ cm}^4$  그리고 Young's modulus  $210,000 \text{ N/mm}^2$ 을 사용하였다.

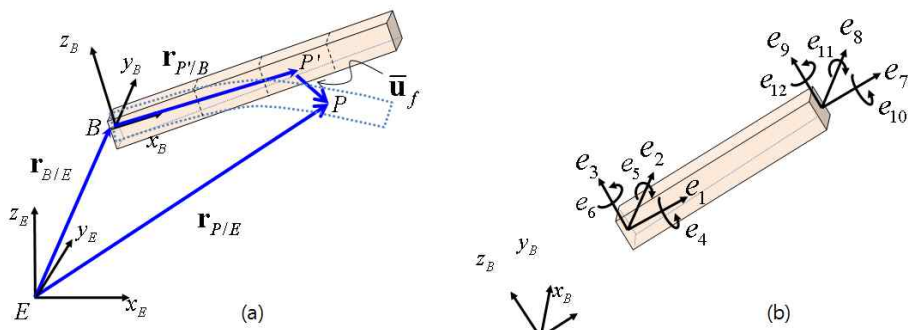


그림 2. 탄성 붐의 (a) 변형과 위치벡터 (b) 3차원 빔 요소와 절점 좌표

$$\mathbf{r}_{P/E} = \mathbf{r}_{B/E} + {}^E\mathbf{R}_B (\mathbf{r}_{P'/B} + \bar{\mathbf{u}}_f) \quad (1)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_f = \mathbf{S} \mathbf{q}_f \quad (2)$$

### 3.2. 질량 행렬과 강성 행렬

3차원 빔 요소 하나의 질량 행렬은 식 (1)과 운동 에너지의 정의를 이용하여 식 (3)과 같이 유도된다 (Shabana 2005). 강성 행렬은 탄성력에 의한 가상일의 정의로부터 식 (4)와 같이 유도되며, Przemieniecki(1968)의 결과를 사용한다. 여기서 첨자  $ij$ 의  $i$ 는 빔의 index,  $j$ 는 요소의 index를 의미한다.  $\mathbf{B}_1^{ij}$ 은 전체 절점 좌표 중  $j$ 번째 요소의 절점 좌표만을 필터링하는 행렬이며,  $\mathbf{B}_2^i$ 는 고정된 절점 좌표의 값을 0으로 만드는 행렬이다.  $\bar{\mathbf{G}}^i$ 는 가속도 벡터와 오일러(Euler) 회전각의 시간 미분의 변환 행렬이다.  $\mathbf{E}^{ij}$ 는 strain과 stress의 관계를,  $\mathbf{D}_e^{ij}$ 는 strain과 변위의 관계를 각각 나타내는 행렬이다.

$$\mathbf{M}^{ij} = \int_{V^{ij}} \rho^{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -{}^E \mathbf{R}_B^i \tilde{\mathbf{u}}^{ij} \bar{\mathbf{G}}^i & {}^E \mathbf{R}_B^i \mathbf{S}^{ij} \mathbf{B}_1^{ij} \mathbf{B}_2^i \\ \bar{\mathbf{G}}^{iT} \tilde{\mathbf{u}}^{ijT} \tilde{\mathbf{u}}^{ij} \bar{\mathbf{G}}^i & \bar{\mathbf{G}}^{iT} \tilde{\mathbf{u}}^{ijT} \mathbf{S}^{ij} \mathbf{B}_1^{ij} \mathbf{B}_2^i & \\ sym. & & \mathbf{B}_2^{iT} \mathbf{B}_1^{ijT} \mathbf{S}^{ijT} \mathbf{S}^{ij} \mathbf{B}_1^{ij} \mathbf{B}_2^i \end{bmatrix} dV^{ij} \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_{ff}^{ij} = \int_{V^{ij}} (\mathbf{D}_e^{ij} \mathbf{S}^{ij} \mathbf{B}_1^{ij} \mathbf{B}_2^i)^T \mathbf{E}^{ij} (\mathbf{D}_e^{ij} \mathbf{S}^{ij} \mathbf{B}_1^{ij} \mathbf{B}_2^i) dV^{ij} \quad (4)$$

## 4. 운동방정식

탄성 빔을 포함한 해상 크레인과 중량물의 운동 방정식은 식 (5), (6)과 같다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{K} \mathbf{q} - \mathbf{C}_q^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{Q}_v + \mathbf{Q}_e \quad (5)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}) = 0 \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{q}$ 는 해상크레인과 중량물의 질량 중심 좌표와 탄성 빔의 절점 좌표로 이루어진 일반화 좌표이며,  $\mathbf{M}$ 은 해상크레인과 중량물 각각의 질량과 관성 모멘트로 구성된 행렬이고,  $\mathbf{K}$ 는 강성 행렬이다.  $\mathbf{C}_q^T \boldsymbol{\lambda}$ 는 식(6)과 같이 탄성 빔과 해상 크레인이 서로 고정된 운동학적 구속조건(kinematic constraint)에 의해 발생하는 구속력이며,  $\boldsymbol{\lambda}$ 는 Lagrange multiplier이다.  $\mathbf{Q}_v$ 는 회전력 및 코리올리 힘(Coriolis force),  $\mathbf{Q}_e$ 는 외력이다. 해상 크레인에는 유체정역학적 힘과, 유체동역학적 힘, 중력, wire rope의 장력 그리고 계류력을 외력으로 고려하고, 탄성 빔과 중량물에는 중력과 wire rope의 장력이 고려되었다.

## 5. 동적 거동 시뮬레이션

### 4.1. 탄성 빔 동적 거동 시뮬레이션

유한 요소 정식화에 의한 탄성 빔 모델의 거동을 검증하기 위하여 그림 3(a)와 같이, 빔을 단독으로 2차원 평면상의 외팔보(cantilever)로 가정하고 자중에 의한 진동을 시뮬레이션 하였다. 요소의 개수가 1개 일 때의 끝단의 진동 변위는 그림 3(b)와 같다.

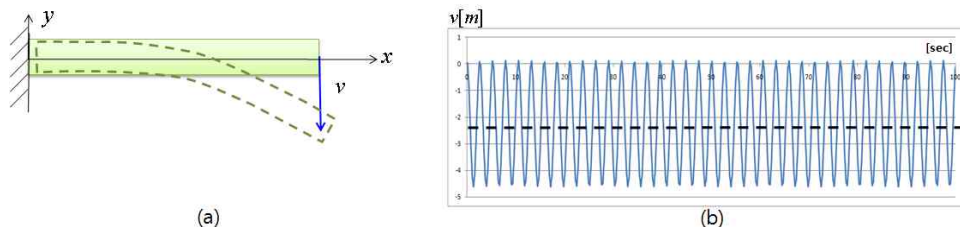


그림 3 탄성 빔의 (a) 2차원 외팔보 모델과 (b) 끝단의 진동 변위

표 1과 같이 요소의 개수를 증가하면, 끝단에서 진동 변위의 평균 값이 빔 이론의 정적 변위에 접근한다. 이 결과로 유한 요소 정식화에 의한 탄성 붓의 모델이 올바르게 구현되었음을 확인할 수 있고, 동적 거동 해석에 탄성 붓 모델을 사용하기 위해서는 적어도 5개의 요소를 사용하는 것이 바람직함을 알 수 있다.

표 1 요소 개수에 따른 2차원 외팔보 탄성 붓의 진동 평균 범위와 빔 이론의 해와 비교

| 요소 개수 | 끝단의 진동 평균 변위 | 빔 이론의 정적 변위 |
|-------|--------------|-------------|
| 1     | -2.260m      | -2.690m     |
| 2     | -2.590m      |             |
| 3     | -2.660m      |             |
| 4     | -2.680m      |             |
| 5     | -2.690m      |             |

#### 4.1. 해상 크레인과 중량물 동적 거동 시뮬레이션

탄성 붓을 적용하여 해상 크레인과 중량물의 동적 거동을 시뮬레이션 하였다. 파진폭 0.5m, 주기 10sec의 규칙파가 45도 각도로 선미에서 입사하는 조건에서 해상 크레인의 최대 상하 동요 폭은 약 0.76m(그림 4(a)), 중량물의 최대 전후 동요 폭은 약 0.35m(그림 4(b))가 발생하였다.

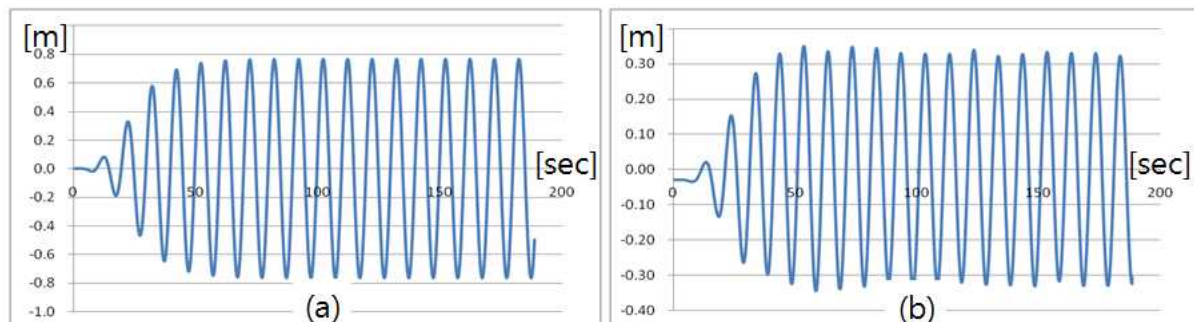


그림 4 시뮬레이션 결과 : (a) 해상 크레인의 수직 동요(heave) (b) 중량물의 전후 동요(surge)

#### 감사의 글

본 연구는 a) 대우조선해양(주) b) 국방과학연구소 수중운동체기술특화센터 SM-11과제 "수중 운동체의 체계/부체계 기능 및 성능 시뮬레이션을 위한 네트워크 기반의 가상 복합 시스템 모델 구조 연구" c) 서울대학교 해양시스템공학 연구소 d) 서울대학교 BK 21 해양기술인력양성사업단 f) 한국학술진흥재단 (KRF-2008-314-D00494)의 지원을 받아 연구되었음을 밝히며, 이에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

- 차주환, 이규열 (2010) 해상크레인과 대형 중량물의 상호 작용을 고려한 탑재 시뮬레이션, 학술발표회, 한국 CAD/CAM학회 논문집, 15(1), pp.70-83.
- Al-Sweiti, Y. and Söffker, D. (2007) Cargo pendulation suppression of ship cranes with elastic booms, *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 13(6), pp.503~529.
- 박광필, 차주환, 이규열 (2010) 붓의 탄성효과를 고려한 해상크레인의 유연 다물체 동역학 해석, 대한조선학회 논문집, 47(1), pp.47~57.
- Shabana, A.A. (2005) *Dynamics of Multibody Systems*, Third edition, Analysis of Structural Member System, Cambridge University Press, New York.
- Przemieniecki, J.S. (1968) *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw-Hill, New York.