

2단분할법 측정 실험계획에 의한
게이지 정밀도 산정
Calculation of Gauge Precisions by Measurement
Experimental Design for Split Split Plots

최성운*
Sungwoon Choi*

Abstract

The paper presents the measurement split split-plot models for saving the time and cost. The split split-plot designs developed are efficiently used to estimating the gauge R&R(Reproducibility & Repeatability) when the completely randomized design of all factors(such as high pressure and temperature) is expensive and time consuming. The models studied include three split split-plots considering the type of experimental units.

Keywords: Measurement Split Split-Plot Models, Gauge R&R, Expensive and Time Consuming, Three Split-Plots, Experimental Units.

1. 서론

측정정밀도를 기술적인 조건과 요인의 분산분석 실험계획에 의해 개선하려는 Gauge(Gage) R&R 연구는 식스시그마 경영 및 품질 혁신 운동에서 중요한 역할을 차지하고 있다.

* 경원대학교 산업공학과

측정 실험계획 연구는 초기의 1인자, 2인자, 랜덤변량 모형, 랜덤변량 인자(Random Factor)와 고정모수 인자(Fixed Factor)의 혼합모형(Mixed Model)에서 3인자, 4인자 이상의 교차인자(Crossed Factor)와 지분인자(Nested Factor)의 결합모형으로 확장되고 있다. 그러나 이러한 대부분의 연구가 CRD(Completely Randomized Design), RBD(Randomized Block Design) 등의 랜덤화 순서를 전제로 하여 고도의 정밀제품을 측정할 경우나 온도, 촉매 등의 측정조건이 고비용, 장기간이 소요될 경우 실험전체를 랜덤화하는 것이 비경제적이고 비효율적일 수 있다. 이 경우 랜덤화하기 어려운 측정인자를 분할구(Split-Plot)로 구분하면서 블록인자(Block Factor)와 되풀이(Repetition)를 사용하는 분할 설계가 유용하게 사용된다. 단일분할법(1단 분할법)은 측정조건을 랜덤화가 어려운(HTM : Hard To Measure)인자를 1차 인자로 선정하여 2개의 분할구로 오차관리를 실험하는 방법이다.[4-8] 그러나 이 방법은 부품, 계측조건위치, 계측자, 날짜 블록의 4인자에 대해 2차 단위까지만 랜덤화 순서를 제약설계한다.[1-2]

따라서 본 연구에서는 시간과 비용의 관점에서 랜덤화하기 어려운 HTM이 3개의 분할구(Split Split Plot)에 의해 설계되는 측정 2단 분할 실험계획 모형을 제안한다. 제안된 2개의 모형 중 첫번째 2단 분할법은 순도의 하한규격에 대한 측정조건 중, 1차 단위 부품, 2차 단위 계측조건 실험실, 3차 단위 계측자의 경우이고 두 번째는 모형은 1차 단위 부품, 2차 단위 계측자와 실험실, 3차 단위 분석기와 교체의 2단 분할 측정 실험계획 모형으로 요인별 측정 정밀도를 단계별 프로세스[3]에 의해 분석, 평가한다.

2. 1차 단위 A, 2차 단위 B, 3차 단위 C, 2단분할법 측정모형

1단계에서 순도의 하한규격(LSL)의 실험목표를 갖는다. 2단계에서 순도 계측기로 망소특성의 측정 실험 데이터를 구한다. 3단계에서 A는 부품, B는 계측조건 실험실, C는 계측자의 고정모수인자, 교차인자로 설정하고 4단계에서 $A(i=1, 2, \dots, l)$, $B(j=1, 2, \dots, m)$, $C(k=1, 2, \dots, n)$ 의 수준을 택한다. 5단계에서 날짜 블록 되풀이(Repetition) $R(p=1, 2, \dots, r)$ 은 지분인자로 <표1>과 같이 랜덤화 실험순서를 실시한다.

6단계에서 데이터 구조모형은 $y_{ijkp} = \mu + r_p + a_i + e_{(1)ip} + b_j + (ab)_{ij} + e_{(2)ijp} + c_k + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + e_{(3)ijkp}$ 이다. 7단계에서 <표2>와 같이 SS, DF, MS를 구하고 8단계에서 <표3>과 같이 EMS와 F_0 를 구한다. 9단계에서 $\sigma_R^2 = (MS_R - MS_{E_1})/lmn$, $\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{E_1})/mnr$, $\sigma_{E_1}^2 = (MS_{E_1} - MS_{E_2})/mn$, $\sigma_B^2 = (MS_B - MS_{E_2})/lnr$, $\sigma_{A \times B}^2 = (MS_{A \times B} - MS_{E_2})/nr$, $\sigma_{E_2}^2 = (MS_{E_2} - MS_{E_3})/n$, $\sigma_C^2 = (MS_C - MS_{E_3})/lmr$, $\sigma_{A \times C}^2 = (MS_{A \times C} - MS_{E_3})/mr$, $\sigma_{B \times C}^2 = (MS_{B \times C} - MS_{E_3})/lr$, $\sigma_{A \times B \times C}^2 = (MS_{A \times B \times C} - MS_{E_3})/r$, $\sigma_{E_3}^2 = MS_{E_3}$ 이다. $\sigma_{R \& R}^2 = (\sigma_C^2 + \sigma_{A \times C}^2 + \sigma_{B \times C}^2 + \sigma_{A \times B \times C}^2) + (\sigma_{E_1}^2 + \sigma_{E_2}^2 + \sigma_{E_3}^2)$, $\sigma_P^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_{A \times B}^2 + \sigma_R^2$, $\sigma_T^2 = \sigma_{R \& R}^2 + \sigma_P^2$ 이다. 측정조건 요인 R, B는 부품 정밀도

와 분리평가 할 수 있다. 10단계에서 $SNR = \sqrt{2\sigma_p^2/\sigma_{R\&R}^2}$, $R\&RTR = \sigma_p/\sigma_T$, $PTR = 3\sigma_p/(\mu - LSL)$ 이다.

<표1> 2차 단위 B, 2단분할법 실험순서

R_1								R_2							
A_1				A_2				A_1				A_2			
B_1		B_2		B_1		B_2		B_1		B_2		B_1		B_2	
C_1	C_2														

<표2> 2차 단위 B, 2단분할법 SS, DF, MS

측정 정밀도 요인	교락요인	SS	DF	MS=SS/DF
R		$lmn \sum_p (\bar{y}_{\dots p} - \bar{\bar{y}})^2$	$r - 1$	MS_R
A		$mnr \sum_i (\bar{y}_{i\dots} - \bar{\bar{y}})^2$	$l - 1$	MS_A
E_1	$A \times R$	$mn \sum_i \sum_p (\bar{y}_{i\dots p} - \bar{y}_{i\dots} - \bar{y}_{\dots p} + \bar{\bar{y}})^2$	$lr - l - r + 1$	MS_{E_1}
B		$lnr \sum_j (\bar{y}_{\cdot j \cdot} - \bar{\bar{y}})^2$	$m - 1$	MS_B
$A \times B$		$nr \sum_i \sum_j (\bar{y}_{ij\cdot} - \bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\cdot j} + \bar{\bar{y}})^2$	$lm - l - m + 1$	$MS_{A \times B}$
E_2	$B \times R$	$ln \sum_j \sum_p (\bar{y}_{\cdot j p} - \bar{y}_{\cdot j} - \bar{y}_{\dots p} + \bar{\bar{y}})^2$	$mr - m - r + 1$	MS_{E_2}
	$A \times B \times R$	$n \sum_i \sum_j \sum_p (\bar{y}_{ijp} - \bar{y}_{j\cdot p} - \bar{y}_{i\cdot p} - \bar{y}_{ij\cdot} + \bar{y}_{i\cdot} + \bar{y}_{\cdot j} + \bar{y}_{\dots p} - \bar{\bar{y}})^2$	$lmr - mr - lr - lm + l + m + n - 1$	
C		$lmr \sum_k (\bar{y}_{\cdot \cdot k} - \bar{\bar{y}})^2$	$n - 1$	MS_C
$A \times C$		$mr \sum_i \sum_k (\bar{y}_{i\cdot k} - \bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\cdot k} + \bar{\bar{y}})^2$	$ln - l - n + 1$	$MS_{A \times C}$
$B \times C$		$lr \sum_j \sum_k (\bar{y}_{\cdot j k} - \bar{y}_{\cdot j} - \bar{y}_{\cdot k} + \bar{\bar{y}})^2$	$mn - m - n + 1$	$MS_{B \times C}$
$A \times B \times C$		$r \sum_i \sum_j \sum_k (\bar{y}_{ijk} - \bar{y}_{\cdot j k} - \bar{y}_{i\cdot k} - \bar{y}_{ij\cdot} + \bar{y}_{i\cdot} + \bar{y}_{\cdot j} + \bar{y}_{\cdot k} - \bar{\bar{y}})^2$	$lmn - mn - ln - lm + l + m + n - 1$	$MS_{A \times B \times C}$
E_3	$C \times R$	$lm \sum_k \sum_p (\bar{y}_{\cdot \cdot kp} - \bar{y}_{\cdot \cdot k} - \bar{y}_{\dots p} + \bar{\bar{y}})^2$	$nr - n - r + 1$	MS_{E_3}
	$A \times C \times R$	$m \sum_i \sum_k \sum_p (\bar{y}_{i\cdot kp} - \bar{y}_{i\cdot kp} - \bar{y}_{i\cdot p} - \bar{y}_{i\cdot k} + \bar{y}_{i\cdot} + \bar{y}_{\cdot k} + \bar{y}_{\dots p} - \bar{\bar{y}})^2$	$lnr - nr - lr - ln + l + n + r - 1$	
	$B \times C \times R$	$l \sum_j \sum_k \sum_p (\bar{y}_{\cdot j kp} - \bar{y}_{\cdot j kp} - \bar{y}_{\cdot j p} - \bar{y}_{\cdot j k} + \bar{y}_{\cdot j} + \bar{y}_{\cdot k} + \bar{y}_{\dots p} - \bar{\bar{y}})^2$	$mnr - nr - mr - mn + m + n + r - 1$	
	$A \times B \times C \times R$	$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (y_{ijkp} - \bar{y}_{\cdot j kp} - \bar{y}_{i\cdot kp} - \bar{y}_{ij\cdot k} - \bar{y}_{ij\cdot} + \bar{y}_{i\cdot} + \bar{y}_{\cdot k} + \bar{y}_{i\cdot p} + \bar{y}_{\cdot j k} + \bar{y}_{\cdot kp} - \bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\cdot j} - \bar{y}_{\cdot k} - \bar{y}_{\dots p} + \bar{\bar{y}})^2$	$lmnr - mnr - lnr - lmr - lmn + lm + ln + lr + mn + mr + nr - l - m - n - r + 1$	
T		$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (y_{ijkp} - \bar{\bar{y}})^2$	$lmnr - 1$	

<표3> 2차 단위 B, 2단분할법 EMS와 F_0 비

측정 정밀도 요인	EMS	F ₀ 비
R	$\sigma_{E_3}^2 + n\sigma_{E_2}^2 + mn\sigma_{E_1}^2 + lmn\sigma_R^2$	MS_R/MS_{E_1}
A	$\sigma_{E_3}^2 + n\sigma_{E_2}^2 + mn\sigma_{E_1}^2 + mn r\sigma_A^2$	MS_A/MS_{E_1}
E ₁	$\sigma_{E_3}^2 + n\sigma_{E_2}^2 + mn\sigma_{E_1}^2$	MS_{E_1}/MS_{E_2}
B	$\sigma_{E_3}^2 + n\sigma_{E_2}^2 + lnr\sigma_B^2$	MS_B/MS_{E_2}
A×B	$\sigma_{E_3}^2 + n\sigma_{E_2}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B}/MS_{E_2}$
E ₂	$\sigma_{E_3}^2 + n\sigma_{E_2}^2$	MS_{E_2}/MS_{E_3}
C	$\sigma_{E_3}^2 + lmr\sigma_C^2$	MS_C/MS_{E_3}
A×C	$\sigma_{E_3}^2 + mr\sigma_{A \times C}^2$	$MS_{A \times C}/MS_{E_3}$
B×C	$\sigma_{E_3}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2$	$MS_{B \times C}/MS_{E_3}$
A×B×C	$\sigma_{E_3}^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2$	$MS_{A \times B \times C}/MS_{E_3}$
E ₃	$\sigma_{E_3}^2$	

3. 1차 단위 A, 2차 단위 B×C, 3차 단위 D, 2단분할법 측정모형

1단계에서 잡음의 상한규격(USL)의 실험목표를 갖는다. 2단계에서 잡음 계측기로 망대특성의 측정 데이터를 구한다. 3단계에서 A는 부품, B는 계측자, C, D, E는 실험실, 분석기, 교체 등의 실험조건 환경 인자로 고정모수 인자, 교차인자를 나타낸다. 4단계의 수준수 A(i=1, 2, ..., l), B(j=1, 2, ..., m), C(k=1, 2, ..., n), D(p=1, 2, ..., s), E(q=1, 2, ..., t)이다. 5단계에서 낱짜 블록반복 인자 R(z=1, 2, ..., r)은 되풀이(Repetition) 지분인자로 실험을 <표4>와 같이 순서로 실시한다. 6단계에서 측정 데이터 구조모형

$y_{ijkpqz} = \mu + r_z + a_i + e_{(1)iz} + b_j + c_k + (ab)_{ij} + e_{(2)ijkp} + d_p + e_q + (de)_{pq} + e_{(3)ijkpqz}$ 이다. 7단계에서 <표5>와 같이 1차, 2차, 3차 분할구에 대한 SS, DF, MS를 구하고 8단계에서 <표6>과 같이 EMS와 F₀ 비를 구한다. 9단계에서 $\sigma_R^2 = (MS_R - MS_{E_1})/lmnst$, $\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{E_1})/mnstr$, $\sigma_{E_1}^2 = (MS_{E_1} - MS_{E_2})/mnst$, $\sigma_B^2 = (MS_B - MS_{E_2})/lnstr$, $\sigma_C^2 = (MS_C - MS_{E_2})/lmstr$, $\sigma_{A \times B}^2 = (MS_{A \times B} - MS_{E_2})/nstr$, $\sigma_{E_2}^2 = (MS_{E_2} - MS_{E_3})/st$, $\sigma_D^2 = (MS_D - MS_{E_3})/lmntr$, $\sigma_E^2 = (MS_E - MS_{E_3})/lmnsr$, $\sigma_{D \times E}^2 = (MS_{D \times E} - MS_{E_3})/lmnr$, $\sigma_{E_3}^2 = MS_{E_3}$ 이다. $\sigma_{R \& R}^2 = (\sigma_B^2 + \sigma_{A \times B}^2) + (\sigma_{E_1}^2 + \sigma_{E_2}^2 + \sigma_{E_3}^2)$, $\sigma_P^2 = \sigma_A^2 + \sigma_R^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2 + \sigma_E^2 + \sigma_{D \times E}^2$, $\sigma_T^2 = \sigma_{R \& R}^2 + \sigma_P^2$ 이다. 필요시 측정조건 R, C, D,

E는 부품 정밀도와 분리평가 할 수 있다. 10단계에서 $SNR = 1.414\sigma_p/\sigma_{R\&R}$, $DR = \sqrt{2\sigma_p^2/\sigma_{R\&R}^2 + 1}$, $R\&RTR = \sigma_p/\sigma_T$, $PTR = 3\sigma_p/(USL - \mu)$ 이다.

<표4> 2인자 고정모수 모형 실험순서

R_1																R_2															
A_1								A_2								A_1								A_2							
B_1				B_2				B_1				B_2				B_1				B_2				B_1				B_2			
C_1	C_2																														
D_1	D_2																														

<표5> 2차 단위 B×C, 2단분할법 SS, DF, MS

<표5.1> 1차 분할구

측정 정밀도 요인	교락 요인	SS	DF	MS=SS/DF
R		$lmnst \sum_z (\bar{R} - \bar{y})^2$	$r - 1$	MS_R
B		$mnstr \sum_i (\bar{A} - \bar{y})^2$	$l - 1$	MS_A
E_1	A×R	$mnst \sum_i \sum_z (\bar{AR} - \bar{A} - \bar{R} + \bar{y})^2$	$lr - l - r + 1$	MS_{E_1}

* $\bar{R} = \bar{y} \dots \dots_z$

<표5.2> 2차 분할구

측정 정밀도 요인	교락요인	SS	DF	MS=SS/DF
B		$lnstr \sum_j (\bar{B} - \bar{y})^2$	$m - 1$	MS_B
C		$lmstr \sum_k (\bar{C} - \bar{y})^2$	$n - 1$	MS_C
A×B		$nstr \sum_i \sum_j (\bar{AB} - \bar{A} - \bar{B} + \bar{y})^2$	$lm - l - m + 1$	$MS_{A \times B}$
E_2	B×R	$lnst \sum_j \sum_z (\bar{BR} - \bar{B} - \bar{R} + \bar{y})^2$	$mr - m - r + 1$	MS_{E_2}
	C×R	$lmst \sum_k \sum_z (\bar{CR} - \bar{C} - \bar{R} + \bar{y})^2$	$nr - n - r + 1$	
	A×B×R	$nst \sum_i \sum_j \sum_z (\bar{ABR} - \bar{BR} - \bar{AR} - \bar{AB} + \bar{A} + \bar{B} + \bar{R} - \bar{y})^2$	$lmr - mr - lr - lm + l + m + r - 1$	
	A×B×C	$str \sum_i \sum_j \sum_z (\bar{BCR} - \bar{BC} - \bar{BR} - \bar{CR} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{R} - \bar{y})^2$	$lmn - lm - ln - mn + l + m + n - 1$	
	B×C×R	$lst \sum_j \sum_k \sum_z (\bar{BCR} - \bar{BC} - \bar{BR} - \bar{CR} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{R} - \bar{y})^2$	$mnr - mn - mr - nr + m + n + r - 1$	
	A×B×C×R	$st \sum_i \sum_j \sum_k \sum_z (\bar{ABCR} - \bar{BCR} - \bar{ACR} - \bar{ABR} - \bar{ABC} + \bar{AB} + \bar{AC} + \bar{AR} + \bar{BC} + \bar{BR} + \bar{CR} - \bar{A} - \bar{B} - \bar{C} - \bar{R} + \bar{y})^2$	$lmnr - mnr - lnr - lmr - lmn + lm + ln + lr + mn + mr + nr - l - m - n - r + 1$	

<표5.3> 3차 분할구

측정 정밀도 요인	교락요인	EMS	DF	MS=SS/DF
D		$lmntr \sum_p (\bar{D} - \bar{y})^2$	$s - 1$	MS_D
E		$lmnsr \sum_q (\bar{E} - \bar{y})^2$	$t - 1$	MS_E
D×E		$lmnr \sum_s \sum_t (\overline{DE} - \bar{D} - \bar{E} + \bar{y})^2$	$st - s - t + 1$	$MS_{D \times E}$
E_3	D×R	Residual Method : $S_T - (S_R + S_A + S_{E_1}) - (S_B + S_c + S_{A \times B} + S_{E_2}) - (S_D + S_E + S_{D \times E})$	$DF_T - (DF_R + DF_A + DF_{E_1}) - (DF_B + DF_C + DF_{A \times B} + DF_{E_2}) - (DF_D + DF_E + DF_{D \times E})$	MS_{E_3}
	E×R			
	D×E×R			
	B×E×R			
	A×E×R			
	B×D×R			
	C×D×R			
	C×E×R			
	A×B×E×R			
	B×C×E×R			
	A×B×D×R			
	A×B×E×R			
	B×C×D×E×R			
	A×C×D×E×R			
	A×B×D×E×R			
	A×B×C×E×R			
A×B×C×D×E				
A×B×C×D×E×R				
T		$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_p \sum_q \sum_z (y_{ijkpqz} - \bar{y})^2$	$lmnstr - 1$	

<표6> 2차 단위 B×C 2단 분할법 EMS와 F_0 비

측정 정밀도 요인	EMS	F_0 비
R	$\sigma_{E_3}^2 + st\sigma_{E_2}^2 + mnst\sigma_{E_1}^2 + lmnst\sigma_R^2$	MS_R/MS_{E_1}
A	$\sigma_{E_3}^2 + st\sigma_{E_2}^2 + mnst\sigma_{E_1}^2 + mnstr\sigma_A^2$	MS_A/MS_{E_1}
E_1	$\sigma_{E_3}^2 + st\sigma_{E_2}^2 + mnst\sigma_{E_1}^2$	MS_{E_1}/MS_{E_2}
B	$\sigma_{E_3}^2 + st\sigma_{E_2}^2 + lnstr\sigma_B^2$	MS_B/MS_{E_2}
C	$\sigma_{E_3}^2 + st\sigma_{E_2}^2 + lmstr\sigma_C^2$	MS_C/MS_{E_2}
$A \times B$	$\sigma_{E_3}^2 + st\sigma_{E_2}^2 + nstr\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B}/MS_{E_2}$
E_2	$\sigma_{E_3}^2 + st\sigma_{E_2}^2$	MS_{E_2}/MS_{E_3}
D	$\sigma_{E_3}^2 + lmntr\sigma_D^2$	MS_D/MS_{E_3}
E	$\sigma_{E_3}^2 + lmnsr\sigma_E^2$	MS_E/MS_{E_3}
$D \times E$	$\sigma_{E_3}^2 + lmnrs\sigma_{D \times E}^2$	$MS_{D \times E}/MS_{E_3}$
E_3	$\sigma_{E_3}^2$	

4. 결 론

본 연구에서는 부품, 계측자, 계측조건인 랜덤화가 어려울 경우 실험을 3개의 분할구로 나누어 측정하는 2단 분할법 게이지 R&R 모형을 제시하였다. 첫번째 4인자 2단 분할법 측정 모형은 1차 단위가 부품, 2차 단위가 계측조건 실험실, 3차 단위가 계측자 등의 교차 인자인 낱짜 블록 되풀이 실험순서인 경우와 두번째 6인자 2단 분할법 측정 모형은 1차 단위가 부품, 2차 단위가 계측자와 실험실, 3차 단위가 분석기, 교체 등의 교차인자인 낱짜 블록되풀이 실험순서인 경우로 두 모형에 대한 측정 정밀도의 추정, 평가 방안을 단계별로 제시하였다.

5. 참 고 문 헌

[1] 최성운, “분할법에서 EMS 알고리즘을 이용한 풀링분산검정”, 대한안전경영과학회지, 10 (3) (2008) : 245-251.
 [2] 최성운, “지분인자, 블록인자와 되풀이 유형에 따른 실험계획의 랜덤화 순서”, 대한안전경영과학회지 춘계학술대회 발표논문집, (2009) : 177-183.
 [3] 최성운, “측정정밀도 추정을 위한 게이지 실험계획 프로세스 개발 및 적용”, 대한안전경영과학회 춘계학술대회 발표논문집, (2009) : In Press.

- [4] Diamond W.J., Practical Experimental Design for Engineers and Scientists, 3rd Edition, Wiley 2001.
- [5] Federer W.T., King F., Variations on Split Plot and Split Block Experimental Designs, Wiley, 2007.
- [6] Janky D.G., "Sometimes Pooling for Analysis of Variance Hypothesis Tests : A Review and Study of a Split-Plot Model", The American Statistician, 54 (4) (2000) : 269-279.
- [7] Mead R., Bancroft T.A., Han C., "Power of Analysis of Variance Test Procedures for Incompletely Specified Fixed Models", The Annals of Statistics, 3 (1975) : 797-808.
- [8] Merrington M, Thompson C.M., "Tables of Percentage Points of the Interval Beta(F) Distribution", Biometrika, 33 (1) (1943) : 73-88.