

3차원 복원영상에 미치는 위상오차의 영향 분석

(Effect of phase error on 3-D image reconstruction)

김수길* · 고명숙

(Soo-Gil Kim · Myungsook Ko)

*호서대학교 공과대학 시스템제어공학과 · 부천대학 비서과

Abstract

Derivation of the phase error of hologram due to imperfection of a wave plate and analysis of the effect of phase error on 3-D image reconstruction of hologram are prexented.

1. 서 론

1966년 Cochran[1]에 의해 제안된 인코히어런트 삼각 홀로그래피는 자연광을 이용하여 홀로그램을 만들 수 있다는 장점이 있지만 근본적으로 두 가지 주요한 단점을 가지고 있다. 먼저 물체가 복잡해질 때 홀로그램이 구성되는 평면에서 SNR(signal to noise ratio)이 급격히 감소한다는 것이고 두 번째는 동축홀로그램이 복원될 때 실상과 허상이 동축상에 존재하게 되어 복원영상에 잡음이 많이 존재하게 된다는 것이다. 인코히어런트 홀로그램에 존재하는 바이어스(bias)와 공액영상(conjugate image)을 제거하기 위해 여러가지 방법이 제안되었다.[2-6]

그러나, 복원영상의 SNR에 영향을 미치는 요소는 바이어스와 허상뿐만 아니라 실험에 사용되는 여러 가지의 소자들로 인한 위상오차도 복원영상에 영향을 미친다.

본 논문에서는 제안된 시스템에서 바이어스와 공액영상을 제거하기 위해 사용된 편광소자들에 의한 위상오차를 유도하고, 이 위상오차가 포함된 홀로그램을 복원할 때 위상오차가 복원영상에 미치는 영향에 대하여 분석하고자 한다.

2. 변형 삼각간섭계

2.1 최적화된 변형 삼각간섭계[7]

최적화된 변형 삼각 간섭계는 바이어스와 공액영상이 제거된 복소홀로그램을 얻을 수 있는 수동소자로 구성된 시스템이며 이를 그림 1에 나타

내었다. 그림 1에서 Linear polarizer는 선형편광기를, 그리고 wave plate는 파장판을 나타내며, lens1과 lens2는 초점거리가 각각 f_1 과 f_2 인 렌즈들이다. PBS는 편광 광분할기를 나타낸다.

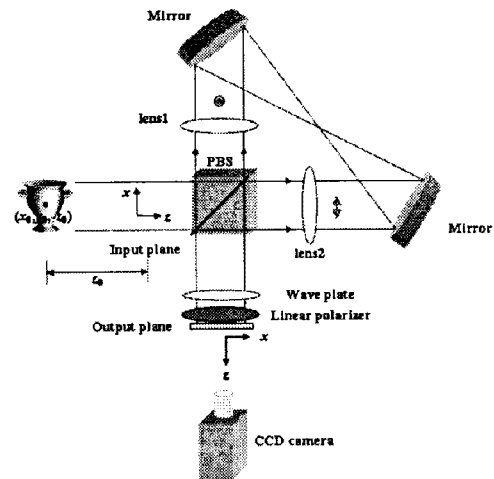


그림 1. 최적화된 변형 삼각간섭계

그림 1에서 좌표가 (x_0, y_0, z_0) 인 점광원의 파장을 λ 라고 하자. 그러면 출력면에서의 점광원에 의한 PSF(point spread function)는 선형편광기의 회전과 파장판의 위상지연(phase retardation)의 4가지 조합 및 프레넬(Fresnel) 근사식을 이용하면 식(1)과 같이 주어진다.

$$I(x, y) = \exp\{\pm i\phi(x, y)\} \quad (1)$$

여기서,

$$\phi(x,y) = \frac{k}{2z_1} \{ (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 - (x_1^2 + y_1^2) \}, \quad k \text{는 파수}$$

$$\text{를 나타내며, } x_1 = \frac{x_0}{\alpha + \beta}, \quad y_1 = \frac{y_0}{\alpha + \beta}, \quad z_1 = \frac{z_0}{\alpha + \beta},$$

$$\alpha = -\frac{f_1}{f_2}, \quad \beta = -\frac{f_2}{f_1}, \quad \text{그리고 } \alpha - \beta = 1 \text{이며 일정}$$

한 값을 가지는 상수는 생략되었다.

식 (1)은 선형편광기와 파장판을 이용하여 시계 방향과 반시계방향으로 진행하는 빛의 상대적인 위상을 조절하여 구한 출력면에서의 4가지의 빛의 세기를 이용하여 cosine과 sine함수를 구하고 이 두 항의 결합을 통해 얻게 된 복소홀로그램을 나타내며, 이것은 바이어스와 공액영상이 없는 복소홀로그램이므로 식 (1)에서 양의 부호를 가진 복소홀로그램을 복원시 실상을, 음의 부호를 가진 복소홀로그램을 복원시 허상만을 따로 관측할 수 있다.

3. 파장판에 의한 위상오차

최적화된 변형 삼각간섭계에서 편광소자들의 불완전성과 편광소자들의 회전오차 등이 가장 주된 위상오차 요인들이다.

그림 1에서 출력면에서 출력빔의 Jones 행렬은 다음과 같다.

$$E_{out} = A(\varphi_2) W(\varphi_1) E_{input} \quad (2)$$

여기서, E_{input} 은 입력 광파를 나타내며, $A(\varphi_2)$ 와 $W(\varphi_1)$ 는 각각 선형편광기와 파장판의 Jones 행렬을 나타낸다. 편광소자들의 Jones 행렬들은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_{input} = \begin{pmatrix} P_{cw} \\ P_{ccw} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} be^{-j\theta_{cw}} \\ ae^{-j\theta_{ccw}} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$A(\varphi_2) = \begin{pmatrix} \cos^2 \varphi_2 & 1/2 \sin 2\varphi_2 \\ 1/2 \sin 2\varphi_2 & \sin^2 \varphi_2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$W(\varphi_1) = \begin{pmatrix} 2i \sin^2 \varphi_1 \sin \frac{\Gamma}{2} + e^{-j\frac{\Gamma}{2}} & -i \sin 2\varphi_1 \sin \frac{\Gamma}{2} \\ -i \sin 2\varphi_1 \sin \frac{\Gamma}{2} & -2i \sin^2 \varphi_1 \sin \frac{\Gamma}{2} + e^{j\frac{\Gamma}{2}} \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기서, $W(\varphi_1)$ 은 $\lambda/4$ 파장판의 Jones 행렬을 나

타낸다. φ_1 과 φ_2 는 각각 선형편광기와 파장판의 방위각을 나타낸다. Γ 는 파장판의 위상지연을 나타낸다. 식 (2)의 빛의 세기는 다음식과 같다.

$$I = |E_{out}|^2 \quad (6)$$

파장판의 방위각에 의한 오차는 0이라고 가정한다. $\lambda/4$ 파장판에서 불완전성에 의한 위상오차는 다음의 선형편광기와 파장판의 4가지 조합을 이용하여 파장판의 불완전성에 의한 위상오차를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\Delta\phi = -1/4 \sin(2\phi) \alpha^2 \quad (7)$$

4. 홀로그램의 복원영상에 미치는 위상오차의 영향

불완전한 파장판에 의한 위상오차가 포함된 경우에 있어서 점광원 홀로그램의 위상은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_{tot} = \phi + \Delta\phi = \phi - \frac{1}{4} \alpha^2 \sin 2\phi \quad (8)$$

위 식을 식 (1)에 대입하여 점광원 홀로그램의 복원 영상에 대한 빛의 세기를 구하면 다음 식과 같이 유도된다. 이 경우에 다른 회절항들에 의한 중복은 무시되었다.

$$I(0,0,z) = \frac{k^2 R^4}{4z^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m^2 \left(-\frac{1}{4} \alpha^2 \right) \times \sin^2 \left\{ \frac{k}{4} \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z} + \frac{2m}{z_1} \right) R^2 \right\} \quad (9)$$

여기서, $J_m(\cdot)$ 은 1종 m 차 베셀함수이며, R 은 홀로그램의 반경을 나타낸다. 위 식은 z 축의 방향에 대해서만 전개된 식을 보여준다.

위 식에 대한 불완전한 파장판의 위상오차에 대한 시뮬레이션 결과를 보면 다음과 같다. 여기서, 홀로그램의 반경 $R=0.1\text{m}$, 홀로그램으로 기록되는 물체의 거리 $z_1=0.5\text{m}$ 로 설정하였으며, 파장판의 위상오차는 $\pi/180, \pi/18, \pi/4, \pi/2$, 그리고 $2\pi/3$ 다섯가지에 대하여 고려하였다.

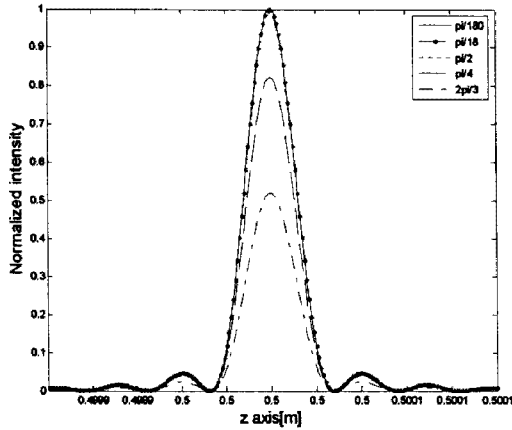


그림 2. 파장판의 불완전성에 의한 위상오차 대 점광원 홀로그램의 복원영상에 대한 z축에 따른 빛의 세기

그림은 파장판의 불완전성에 의한 위상오차가 각각 $\pi/180$, $\pi/18$, $\pi/2$, 푸른색은 $\pi/4$, 그리고 $2\pi/3$ 인 경우에 있어서 z축 방향에 따른 점광원의 빛의 세기 분포를 나타낸다.

그림에서 보는 바와 같이 위상오차가 $\pi/180$ 일 때와 $\pi/18$ 일 때 점광원의 세기는 거의 차이가 나지 않음을 알 수가 있다. 이것은 시중에 판매되고 있는 파장판을 이용하여 인코히어런트 홀로그램을 합성하여 홀로그램을 복원하는 경우에는 파장판에 의한 위상오차가 복원영상에 거의 영향을 주지 않는다는 것을 의미한다.

4. 결론

본 논문에서는 변형 삼각간섭계에서 발생하는 파장판의 불완전성으로 인한 홀로그램의 위상오차를 유도하고, 이러한 위상오차가 포함된 홀로그램을 시뮬레이션을 통해 복원해 봄으로써 복원영상에 변형 삼각간섭계로 인한 위상오차가 미치는 영향에 대하여 분석하였다. 분석결과 파장판의 불완전성에 의한 위상오차는 복원영상에 거의 영향을 주지 않는 것으로 나타났다.

참 고 문 헌

- [1] G. Cochran, "New method of making Fresnel transforms with incoherent light," J. Opt. Soc. Am., vol. 56, pp.1513-1517, 1966.
- [2] A. Kozma and N. Massey, Appl. Opt., 8, 393 (1969).
- [3] W. T. Rhodes, "Bipolar pointspread function synthesis by phase switching," Appl. Opt., vol. 16, pp. 265-267, 1977.
- [4] T.-C. Poon and A. Korpel, Opt. Lett., 4, 317 (1979).

- [5] L. M. Mugnier and G. Y. Sirat, Opt. Lett., 17, 294 (1992).
- [6] 김 수길, 김 은수, 이 혁, 이 병호, 전자공학회논문지, 33A, 144 (1996).
- [7] S.-G. Kim, JOSK Vol. 11, No.1, 10(2007).