韓國數學教育學會
<全國數學教育研究大會 프로시딩>
제 43회. 2009. 10. 35-43

Korea Soc. Math. Ed.
Proceedings of National Meeting of Math. Ed.
The 43th. Oct. 2009. 35-43

교사를 위한 수학사

한 인 기 (경상대학교)

수학사에서는 수학이 역사적으로 어떻게 생겨났고, 어떤 방향으로 어떻게 발전하고 있는가에 대해 연구한다. 포앙카레는 '동물학자들에 의하면, 동물은 태내에서 배의 발생의 짧은 기간에 모든 세기 동안 선조들의 역사 발생을 재현한다. 앎의 발달도 마찬가지로 생각할 수 있다. 보육에 있어서의 문제는 아동의 정신이 선조들의 경험을 반복하며, 정해진 단계들을 어느 단계도 빠트리지 않고 빨리 지나도록 하는 것이다. 이러한 목적의 도달에 있어, 학문의 역사는 안내자의 역할을 담당한다'고 했는데, 이것은 수학의 역사와 수학교육의 긴밀한 연결을 잘 나타내주고 있다.

1. 수학사 시대 구분

Kolmogorov(1991)는 수학의 내용과 수학의 중요한 방법을 중심으로 수학사를 네 시기로 구분하였다. 수학은 개별적인 수학적 사실들이 충분히 축적된 후에 고유의 연구 영역과 방법을 가지는 독자적인 학문으로 인정받을 수 있었는데, 시기는 기원전 6~5세기의 고대 그리스이며, 이때까지의 수학 발전을 '태동기'라 부르며, 기원전 6~5세기에 <초등수학기>가 시작된다.

태동기와 초등수학기의 수학에서는 일상 생활의 필요에 의한 사물의 세기, 생산품의 측정, 토지의 넓이, 건축물의 치수, 시간 측정, 상업적인 계산 등에 관련된 제한된 범위의 기본적 개념에 대한 탐구가 이루어진다.

한편, 축적된 수학적 지식은 다른 자연과학 분야의 연구에 바탕이 되었으며, 특히 천문학은 수학의 발전과 긴밀한 관련을 맺고 발전하였는데, 수학적 개념이나 방법들은 천문학 연구에 필요한 중요한 방법을 제공하였다. 특히, 중세의 삼각함수에 관련된 수학 이론의 발달은 전적으로 천문학의 요구에 의한 것이었다.

17세기에 자연과학과 공학 분야의 폭넓은 지식 축적은 수학자들로 하여금 운동, 양의 변화, 기하학적 변환에 관련된 체계적 연구를 위한 수학적 방법의 발명을 요구하였다. 데카르트는 해석기하학에서 변량을 사용하였고, 뉴턴과 라이프니츠는 미분과 적분을 발명하여 변량 수학의 시대가 열리게 된다. 초등수학기 다음에 오는 이 시기를 '변량수학기' 혹은 '고등수학기'라고 부른다.

수학에서 연구하는 양적 관계와 공간적인 형태에 대한 연구 영역이 계속 확장되어, 19세기초에는 가능한 유형의 수학적 대상에 대한 체계적인 연구가 이루어지면서, 수학 연구는 폭발적으로 확대되었다. 로바체프스키는 '상상의 기하학'을 발명하여 이러한 연구 방향에서 최초의 유의미한 성과를 거두었다. 유사한 연구들이 진행되면서 수학은 새로운 특성을 가지게 되었고, 19세기 중반과 20세기의 수학을 '현대수학기'라 부른다.

2. 수학의 추상성과 역사적 발전

Kolmogorov는 '수학은 실제 세계의 양적인 관계와 공간적인 형태(form)에 대해 연구하는 학문'이라고 정의했다. 양적인 관계나 공간적인 형태는 자연 현상이나 사회 현상의 본질에 관련되므로, 수학을 자연에 대해서만 연구하는 학문으로 혹은 사회과학의 일부로 한정할 수는 없다. 수학은 자연과학과 사회과학의 한 영역의 테두리 안에 포함되는 것이 아니며, 자연과학과 사회과학 분야에 속하는 학문 영역 각각의 연구에 폭넓게 사용된다. 다른 학문 영역들에 대한 수학의 이러한 고유한 역할로 인하여, 수학은 자연과학이나 사회과학의 상위에 군림하는 이상적인 학문으로 여겨진다.

실제 세계로부터 수학의 대상인 양적인 관계와 공간적인 형태를 얻기 위해선, 강력한 추상화가 필요하다. 그러므로 추상화는 수학의 생성 및 발전에 있어 중요한 도구이며 방법이라 할 수 있다. 수학에서 추상화를 통해 연구 대상을 간략화하여 그 대상을 '순수한 형태'로 고찰할 수 있게 된다. 추상화의 결과로 연구 대상에서 비본질적인 것을 배제하고, 연구에 관련된 본질적인 양적인 관계나 공간적인 형태를 얻을 수 있다.

Kolman(1936)은 수학의 역사적 발전 과정을 세 가지 수준의 수학적 추상화를 통해 설명하였다. 첫 번째 수준의 추상화는 수학의 발생기에 관련되며, 이 수준의 추상화를 통해 수개념이 생겨났다. 어떤 집합에 속하는 대상을 세려면, 집합에 속하는 각 대상을 집합 내의 다른 대상과 동일시해야 한다. 이를 위해선, 각 대상이 가지고 있는 무수히 많은 개별적 특성을 배제시켜야 한다. 예를 들어, 소 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5가 있다고 하자. 소 A_i $(i=1,\cdots,5)$를 세려면, 각각의 A_i가 가지고 있는 개별적 특성을 배제시키고, '소'라는 개념 속에서 A_i를 동일시해야 한다. 이때, '소'라는 개념을 나타내는 각각의 대상은 수세기에 있어 '단위'의 역할을 한다.

처음에는 수를 세기 위해 구체물 집합에서 원소들을 하나씩 옮겼을 것이며, 이를 통해 어떤 것, 다음, 다음, … 등과 같은 순서 개념을 생각하게 되었을 것이다. 즉, 최초에는 첫 번째, 두 번째, 세 번째, … 등과 같은 서수 개념이 발생하였을 것이다. 그 후, 서수에서 순서 자체의 개념을 분리시켜, 양을 나타내는 수인 기수가 등장하게 된다. 물론, 기수의 등장은 세는 순서를 변화시켜도 양은 변함이 없다는 생각을 바탕으로 하고 있다.

살펴본 것과 같이, 첫 번째 수준의 추상화는 하나, 둘, 셋, … 등과 같은 자연수열을 이루는 수에 대한 개념 형성으로 귀착된다. 결국, 첫 번째 수준의 추상화는 개별적 대상의 질적 특성에서 벗어나 어떤 대상을 다른 대상과 동일시하고, 대상들을 비교하는 '단위'를 만들고, 단위를 바탕으로 대상들을 순서에 따라 세고, 그리고 나서 대상들을 양을 나타내는 기수로 세는 것에 관련된다.

첫 번째 수준의 추상화를 종결하는 단계는 수들에 대한 기호, 즉 숫자의 발명이다. 그리고 수들에 대해 간단한 연산인 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 수행이 수행된다. 이러한 연산들은 후에 자연수열의 무한성, 수개념 확장의 필요성(영이나 음수와 같은 다른 유형의 발명)의 바탕이 된다. 이와 같이, 첫 번째 수준의 추상화를 바탕으로 하여 산술의 기본 골격이 만들어지게 된다.

기하학도 유사하게 생각할 수 있다. 점, 선, 면, 도형 등이 구체적인 대상과 이들에 대한 조작으로

부터 추상화를 통해 만들어졌다. 특히, 건축물이나 주변의 물리적 대상들로부터 기하학적 규칙이나 명제들이 발명되기도 하였다.

첫 번째 수준의 추상화에서 뿐만 아니라 그 이후에도 오랫동안 기하학은 산술과 분리되어 발전하였다. 이들은 하나의 논리적 틀로 통합되지 못하다가, 해석기하학의 창시자인 데카르트부터 시작되는 두 번째 단계의 추상화에서 기하학은 처음으로 기하학을 제외한 다른 수학 영역과 결합되었다.

생활의 필요로 인해, 인류는 몇 천년에 걸쳐 점진적으로 자연수에 대한 간단한 연산 수행을 깨우쳤다. 그러나 연산들로부터 만족스러운 결과를 얻기 위해, 인류는 수개념의 확장이 필요했으며, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, … 등과 같은 분수나 영, 음수와 같은 수들을 도입하게 되였다. 이러한 연산 수행의 방법이나 일정한 수들을 알고 이로부터 다른 수를 찾아내는 방법들도 점점 더 복잡해졌다. 그리고 소규모 가내 수공업에서 대규모 제조업으로의 사회적 생산 활동의 변화는 지속적인 일반화를 요구하며, 두 번째 수준의 추상화로 전환해야 하는 필요성을 야기시켰다.

두 번째 수준의 추상화는 대상의 질적 특성 배제로 얻어진 수들을 나타내는 숫자의 구체적인 양으로부터 벗어나는 것이었다. 결국, 두 번째 수준의 추상화에서 수를 나타내는 기호인 숫자는 변수가 된다. 가령, $1+2 = 2+1$, $3+7 = 7+3$, $4+11 = 11+4$라는 규칙이 알려졌다면, 두 번째 수준의 추상화에서는 구체적인 수 1과 2, 3과 7, 4와 11로부터 벗어나 좀더 큰 일반성을 가지는 다음 규칙이 도출된다: 두 수의 합에서 가수들을 바꾸어 놓아도 그 합은 변화되지 않는다.

이 규칙을 백 번이고 몇 천 번이고 실제로 확인할 수 있다. 그러나 이것을 모든 수에 대해 확인할 수 없기 때문에, 모든 수에 대해 규칙이 성립한다는 것을 이와 같은 경험적 방법으로는 확인할 수 없다. 처음에 경험적으로 얻어진 규칙이 덧셈의 교환법칙이라 불리는 일반적인 법칙이 되기 위해선, 경험적인 확인 이상의 무언가가 필요했으며, 새로운 수준의 추상화로 옮겨가야 했다. 결국, 구체적인 수들 1과 2, 3과 7, 4와 11 대신에 임의의 수들을 잡을 수 있어야 새로운 수준의 추상화에 도달하게 된다.

여기서는 2가 소 두 마리를 의미해도 괜찮고 돼지 두 마리를 의미해도 괜찮다. 게다가, 꼭 2가 아니라 3, 4, 5, … 등과 같은 어떤 수이어도 관계없다. 결국, 두 번째 수준의 추상화에서, 우리는 새로운 문자 기호 a, b, c를 도입하며 법칙을 $a+b= b+a$와 같이 쓰게 된다. 두 번째 수준의 추상화에서 우리는 산술에서 대수로 옮겨가게 된다.

대수는 본질적으로 산술과 구별된다. 대수는 구체적인 수들에 대한 조작 대신 문자식에 대한 조작을 의미한다. 이때, 문자식에 대한 조작을 통해 얻어진 결과는 구체적인 모든 수에 대해 성립하므로, 산술과 비교하면, 대수는 강력한 추상성에 의해 구별될 수 있다.

결국, 대수에서는 계산을 위한 막대한 노력을 아낄 수 있게 되었다. 한편, a로서 임의의 수를 생각할 수 있으므로, a는 본질적으로 자신의 값을 변화시킬 수 있으며, a는 변수가 된다. 이처럼, 대수에는 명백히 드러나지는 않지만 변화라는 개념이 포함되게 된다. 이런 측면에서 보면, 산술을 정적인 과학이라 한다면, 대수는 변화하는 양에 대한 학문이라 할 수 있다.

수학에서 대수가 지배적인 위치를 단번에 점유하지는 못했다. 1637년 데카르트가 '기하학'을 집필하고 난 후에 방정식 풀이라는 도구를 통해 대수학은 기하학을 점령하게 된다.

대수학에서 다루는 불연속적인 양과 기하학에서 다루는 연속적인 양의 결합은 흔히 고등수학이라고 불리는 해석학의 발생을 잉태하게 된다. 물론, 기하학과 산술의 완전한 결합은 세 번째 수준의 추상화에서 이루어진다.

대수학과 해석학의 차이는 산술과 대수학의 차이만큼 크지 않다. 산술에서 대수로 옮겨가기 위해, 두 번째 수준의 수학적 추상화가 새롭게 필요했지만, 대수학에서 해석학으로 가기 위해선 한 가지만 더하면 됐는데, 불연속적인 양을 대상으로 대수학에서 구성했던 것을 해석학에서는 연속적인 양에 대해 그것을 일반화시켜야 했다.

두 번째 수준의 수학적 추상화에서는 등식 $a+b = b+a$에 관련하여, a, b대신에 어떤 수를 대입하든 관계없이, 항상 등식이 성립하는 것으로 이해되었다. 수학에서 이러한 두 번째 수준의 추상화는 19세기말까지 찾아볼 수 있다.

19세기에는 급격하게 발전하는 자연과학이 매우 복잡하고 추상성도 매우 높아졌다. 그리하여, 1870~1880년대에 수학자들은 수학적 방법의 획기적 진보 없이는 해결하지 못하는 새로운 문제들에 봉착하였다.

그 결과, 수학자들은 $a+b = b+a$과 유사한 등식들을 다른 방식으로 이해하고 연구하기 시작하였다. 수학자들은 기호 a, b의 수적인 내용으로부터 완전히 벗어났으며, 기호로 쓰인 덧셈에 대해서도 구체적 의미를 완전히 버렸다. 수학자들은 a와 b가 세거나 측정하는 양이라는 것, 더하는 것으로부터 벗어나 등식 $a+b = b+a$를 고찰했다. 그들은 $a+b = b+a$에 대해, <임의의 두 대상 a, b가 있고, 이들에 대해 연산을 수행했는데, 연산이 가환적이다>라고 이해했다.

이때, 수학의 문제는 첫째, 그러한 요구(가환성)를 만족시키는 연산들을 연구하고, 둘째 실세계에서 그러한 연산들에 의해 만족되는 대상은 무엇인가에 관련된 것이었다. 결국, 여기에 새로운 세 번째 수준의 추상화가 관련된다.

세 번째 수준의 추상화에서 수학의 대상은 세거나 측정 가능한가 또는 어떤 수이어야 한다는 것을 요구하지 않는다. 단지, a와 b는 덧셈, 뺄셈과 같은 산술적 연산에 한정되지 않는 높은 수준의 일반성을 띈 대상으로만 이해되었다.

살펴본 바와 같이, 수학의 생성에서 현대까지의 발달 과정을 높은 수준의 추상화로의 이동으로 볼 수 있다. 즉, 대상의 질적 내용으로부터의 이탈, 구체적인 양으로부터의 이탈, 마지막으로 수학적 조작 차체의 양적인 내용으로부터의 이탈로의 이동이 수학 발전 과정의 바탕에 자리잡고 있다.

4. 교사를 위한 수학사의 내용

제 1장 수학사 연구

1. 수학사 연구

2. 수학사 시대 구분
3. 수학의 추상화와 역사적 발전

내용: 학문으로서 '수학'의 구성 요소. 수학사 연구의 내용 및 방향. 수학사와 수학교육. 수학사 시대 구분. 수학의 태동기. 초등수학의 시기. 변량 수학의 시기. 현대 수학의 시기. 추상화와 수학의 시대 구분. 제 1수준의 추상화. 개별적 대상의 질적 특성으로부터 이탈. 동일시. 단위. 서수. 기수. 숫자의 발명. 제 2수준의 추상화. 구체적인 양으로부터 이탈. 변수. 산술에서 대수로 전환. 제 3수준의 추상화. 구체적인 조작으로부터 이탈. 변수의 질적 특성으로부터 이탈. 수학적 구조.

제 2장 수학의 역사-발생적 방법

내용: 수학 역사-발생적 방법. 논리 형식주의. 역사-발생적 방법의 역사적 개관. 음수. 복소수. 문자의 사용 등의 창안과 수용. Wallis의 <대수논문: 역사와 실제>. Clairaut의 견해. Poincaré의 견해. Toeplitz의 발생적 원리. Davydov의 주장(학교에서 각 교과목의 교육은 지식의 발생과 발달에 대한 역사적 과정을 압축시켜 단축된 형태로 재현할 수 있도록 구성되어야 한다).

제 3장 수학적 개념과 방법의 발생. 고대 이집트와 바빌로니아의 수학

1. 수체계
2. 고대 이집트의 수학
3. 고대 바빌로니아의 수학

내용: 수체계. 상형 문자 수체계. 알파벳 수체계. 위치 수체계. 고대 이집트의 수학. 린드 파피루스. 모스크바 파피루스. 기하학(삼각형과 사다리꼴의 넓이 계산, 각뿔대의 부피 계산). 수체계 및 사칙 연산. 십진 상형문자 수체계. 10^k꼴의 중심수. 수표. 이집트인들의 사칙 연산의 예들. 고대 바빌로니아의 수학. 점토판의 쐐기 문자. 수표. 바빌로니아 수학의 의의. 수체계 및 대수. 바빌로니아 점토판에서 방정식 풀이. 피타고라스 수. 기하학(각의 측정, 원의 넓이 구하기, 원주율)

제 4장 고대 그리스의 초기 수학 이론들

1. 산술과 피타고라스 학파
2. 유클리드 알고리즘과 무리수
3. 비례론
4. 기하학적 대수
5. 교재연구: 피타고라스 정리
6. 교재연구: 유클리드 알고리즘과 1차 부정방정식
7. 교재연구: Menelaus 정리
8. 교재연구: Menelaus 정리의 활용

내용: 산술과 피타고라스 학파. 등차수열의 합. 수의 나누어 떨어짐. 다양한 평균들(산술평균, 기하평균, 조화평균)에 대한 연구. 피타고라스 학파의 발생. 음의 조화. 천문학. 유리수에 관한 연구. 비에 관한 연구. 같은 단위로 잴 수 있는 선분들. 같은 단위로 잴 수 없는 선분들. 유클리드 알고리즘과 같은 단위로 잴 수 없는 선분들. 무리수의 분류. 기하학적 대수. 영역 첨부 문제. 포물적 방법. 일차방정식 근의 작도. 이차방정식 근의 작도. 타원적 방법. 쌍곡적 방법. 비례론. 고대 수학의 비례론. 유클리드 알고리즘. 연분수. 에우독소스의 비례론. 2차비.

제 5장 3대 작도 불능 문제
1. 정육면체 배적 문제
2. 각의 삼등분 문제
3. 원적 문제
4. 교재연구: 초승달꼴 도형의 넓이 구하기
5. 교재연구: 모어-마스케로니의 정리

내용: 3대 작도 불능 문제. 히포크라테스에 의한 배적 문제의 변형. 아르키타스에 의한 배적 문제의 해결. 메나에크무스에 의한 원추 곡선 방법. 배적 문제를 방정식론에 의해 해결 불가능성의 증명. 각의 삼등분 문제. 초월곡선 Quadratrix의 활용. 삽입 방법에 의한 각의 삼등분 문제 해결. 각의 삼등분 문제 해결의 여러 가지 방법. 원적 문제. π의 계산.

제 6장 유클리드 '원론'(수학의 공리적 구성)
1. 원론의 체제 및 내용
2. 교재연구: 평행선 공준과 플레어페어 공준
3. 교재연구: 완전수
4. 교재연구: 유클리드 정리

내용: 원론의 체제와 내용. 원론의 성격. 구조. 기술 방식. 구체적인 내용들. 공리. 공준. 정의. 유클리드 원론과 힐버트의 기하학 기초론의 비교. 원론에 제시된 명제들과 증명. 에우독소스의 보조 정리. 실진법

제 7장 고대수학의 무한소 연구. 아르키메데스의 창의적 수학 연구
1. 제논의 역설
2. 아르키메데스의 창의적 수학 연구
3. 교재연구: 아르키메데스 나선의 넓이 구하기
4. 교재연구: 지렛대의 원리와 무게중심

내용: 제논의 역설. 데모크르투스의 자연주의 철학. 원자론적 세계관. 제론의 역설(이분법, 아킬레

스와 거북이, 화살의 비행). 아르키메데스의 창의적 수학 연구. 실진법의 본질. 실진법과 극한. 실진법을 활용하여 포물선에서 활꼴의 넓이 구하기. 실진법의 구체적인 방법. 공학을 수학에 사용하여 구의 부피 구하기. integral sum 방법. differential 방법. 최대값 구하기 문제

제 8장 원추곡선과 고대 후기의 수학 이론들

1. 원추곡선과 아폴로니우스
2. 그리스의 산술-계산적 방법
3. 고대 후기의 다른 이론들
4. 고대 후기의 주석가들
5. 교재연구: 도형수

내용: 원추곡선과 아폴로니우스. 포물선의 방정식 구하기. 아폴로니우스의 생애 및 교육. 아폴로니우스의 원추곡선 연구. '원추곡선론'의 내용 및 특징들. 원추곡선들. 원추곡선의 명칭 유래. 원추곡선의 표준형. 해석기하학의 원형으로 아폴로니우스의 좌표적 방법의 특징. 고대 후기의 다른 이론들. 수학의 기하학화. 아르키메데스의 Psammites. 시대 변화와 수학의 변화(로마제국의 붕괴. 알렉산드리아 박물관의 화재. 여성 수학자 히파티아의 죽음). 니코메데스의 콘코이드 연구. 디오클레스의 시소이드 곡선. 헤론의 측정론. 헤론 공식. 헤론의 다른 저작들(공학, 기체 역학, 조준의). 프톨레마이오스의 현표. 디오판투스의 생애 및 연구. 디오판투스의 산술. 술어대수에서 약어대수로 전환. 디오판투스의 기호 표기. 부정방정식 해결의 역사. 도형수. n각수. 고대 후기의 주석가들. 게미누스(고차 곡선인 나선, conchoid, 시소이드에 대한 역사를 기술). 테온(유클리드 '원론'과 프톨레마이오스의 천문학서인 '알마게스트'에 대한 주석서). 히파티아(최초의 여성 수학자로 아르키메데스, 아폴로니우스, 디오판투스의 저술에 대한 주석서). 파푸스(유클리드와 프톨레마이오스의 저술에 대한 주석이외에 '수학집성'을 집필). 수학집성의 내용 및 특징들. 에우토키우스

제 9장 중국과 인도의 수학

1. 중국의 수학
2. 인도의 수학
3. 교재연구: 헤론 공식의 확장

내용: 중국의 수학. 고대 중국의 수학 발전의 특징. 산목(산목의 특성, 산목에 의한 연산). 손자산경. 주비산경. 구장산술. 구장산술의 역사. 구장산술의 내용 기술상 특징. 구장산술의 구체적인 내용들. 구장산술과 사회 문화적 특성. 중국수학의 약사. 인도의 수학. 인도 수학의 특징(계산-알고리즘적 방법의 발달, 실제적인 성격의 기하학). 아리아바타(아리아바띠암, 이차방정식의 해결). 쉬리드하라(파티가니띠와 뜨리샤티키를 저술, 분수와 퍼센트의 연산 규칙, 등차수열과 등비수열에 관한 규칙 발견). 브라마굽타(브라마의 완성된 과학, 브라마굽타의 공식). 바스카라(릴라바티, 비쟈가니타를 저술). 인도

수학의 발전. 라마누잔. 인도의 대수적 방법.

10장 중세 유럽의 수학
1. 5-15세기 유럽 수학의 발달
2. 교재연구: 피보나치수열의 성질
내용: 5~15세기 유럽 수학의 발달. 제르베르의 학교. 산판파. 필산파. 중세 유럽의 대학들. 베이컨의 철학. 피보나치의 산반서. 네모라리우스. 오렘. 슈케. 삼각함수의 발전. 뮐러의 '삼각법의 모든 것'

제 11장 르네상스 시대의 수학
1. 고차방정식의 해법
2. 수학 기호의 발달
2. 교재연구: 방정식 $z^n=1$과 정n각형의 작도
내용: 르네상스 시대의 수학. 방정식의 풀이에 관련된 연구들. 페로. 타르탈야. 카르다노. 페라리. 허근. 봄벨리. 방정식의 일반 해법에 관련된 연구들(아벨, 갈로아). 스테빈의 기호 표기. 비에트의 대수적 기호 체계

제 12장 17세기의 새로운 수학, 해석기가하학의 발명
1. 변량에 대한 수학의 시작
2. 데카르트의 해석기하학
3. 페르마의 해석기하학
4. 교재연구: 페르마 소정리
내용: 변량에 대한 수학의 시작. 변량에 대한 연구의 특징. 수학적 자연과학(갈릴레이, 케플러, 뉴턴). 학술 단체의 설립 및 학술 잡지의 출판(런던 왕립학회, 파리 학술원). 데카르트의 해석기하학. 방법서설. 변량의 도입. 데카르트에 의한 파푸스 문제의 해결. 데카르트의 몇몇 문제해결의 예. 데카르트의 발견술. 곡선의 분류. 방정식의 가약성. 페르마의 해석기하학. 직교 좌표계의 도입. 대수적 방법의 사용.

제 13장 17세기의 계산 방법
1. 다양한 계산들
2. 로그의 발명
3. 계산도구의 발명
4. 교재연구: $\int_1^x \frac{1}{t}dt = \ln x$의 증명

내용: 삼각함수표. 삼각함수의 항등식들. 뷔르기의 로그. 네이피어의 로그. 스페이델의 자연로그표. 건터의 로그자. 오일러의 로그함수. 지수함수에 대한 연구. 파스칼. 라이프니츠의 산술 연산기 발명

참 고 문 헌

Kolmogorov A. N. (1991). 수학의 역사적 발달에서 수학. 모스크바: 과학 출판사.
Kolman (1936). 현대 수학의 대상과 방법. 모스크바: 국립 사회-경제 출판사.