

일차방정식의 유형에 따라 나타난 풀이과정에서의 반응

서 종 진 (한남대학교)

아동들은 산술 학습 초기에 수학 기호 "+", "=" 그리고 $3+4$ 와 같은 식을 접하게 된다. 기호 '=' 은 성인들에게 여러 가지 의미를 가진다. 가장 기본적인 것은 아마도 동일성(sameness)에 대한 추상 개념이다. 이것은 현실세계의 대상들로부터 수많은 집합들의 동일성을 경험함으로써 생기는 등식(equality)에 대한 직관적 개념이다. 이러한 직관적 개념이 아동들에게 나타나기를 바라는 등식의 개념이다. 가르치는 결과로서 나타나는 등식(equality)에 대한 더 정교한 개념은 동치관계이다(Behr, et al, 1976).

어린 아동일수록 성인과는 다른 식으로 상징을 해석한다. 이를테면, $2+3=5$ 을 항등식으로 보지 못하고, '2 하고 3 을 더하면 5 가 된다'라고 읽는 것에서 알 수 있듯이, 이식을 조작적으로 해석한다. 7학년 학생들에게 등호를 사용하는 예를 제시해 보도록 하였을 때 좌변에 있는 두 수를 계산하여 그 결과를 우변에 놓은 식으로 한정하였다는 것이다(Herscovics, & Kieran, 1980). 아동들이 $2 \times \square = 18$ 과 같은 문제를 풀었을 때, 그들이 미지수나 방정식 개념에 대해 어떤 이해를 하고 있고, 대수를 다룰 수 있다고 보는 경향이 있다. 그런데, 아동들은 이러한 유형의 문제를 풀 때 자신들의 기억 속에 저장된 산술적 사실을 그저 회상한다는 것이다. 따라서 답을 구하기 위한 아동들의 추측은 심리적 산술에 그친다는 것이다(Herscovics, & Kieran, 1980).

아동들은 산술 연산 문제에서 보이지 않는 요소(elements)가 왼쪽에 있는 것(예, $5+\square=13$, $\square+8=13$)보다 오른쪽에 있을 때(예, $13=5+\square$, $13=\square+8$) 보이지 않는 요소(elements)를 찾는 데 더 많은 어려움을 겪는다(Weaver, 1971, 1973). 학생들이 등호를 좌변과 우변을 분리하는 기호로 파악하는 현상에서는, 학생들이 등호 양변을 동시에 조작하지 못한다는 사실이다. 이처럼 방정식의 풀이에서 학생들은 정확한 등호 해석 대신 자신만의 방법으로 등호를 해석하고 있기 때문에, 방정식의 풀이 과정에서 요구되는 절차를 이해하지 못하는 것이다. 이항을 이용해서 방정식을 푸는 과정에서는 기계적인 방정식의 조작에 그친다는 사실이다. 학생들은 자신이 수행하는 조작의 의미를 이해하지 못하고 있으며, 이것은 학생들이 방정식의 풀이에서 어떤 조작이 가능한지를 이해하지 못하고 있음을 보여 주는 것이다(Byer & Herscovics, 1977; Kieran, 1984; 김성준, 2004).

중학교에 들어서서 학생들이 처음으로 변수가 있는 일차방정식을 접하게 된다. 그들은 일차방정식을 학습하면서 먼저, 등식의 성질을 배우고 이를 이용하여 일차방정식을 해결하고 그 후에 이항을 이용하여 일차방정식의 해를 구하는 과정을 학습하게 된다. 그리고 일차방정식의 처음 학습 과정에서 좌변에 변수가 있는 일차방정식을 주로 다루게 된다. 이후 학습 과정에서 우변에 변수가 있는 일차방정식을 다루는 정도는 낮다고 할 수 있다. 그러므로 이러한 과정을 통하여 학습한 학생들의 일

차방정식 풀이 과정에서 나타나는 여러 가지 현상들을 조사하고 분석하는 일은 학습 내용의 구성과 문제의 구성 분포 등의 다양한 정보를 줄 것으로 보인다.

본고에서는, 학생들이 일차방정식을 해결할 때 어떠한 방법을 선호하는지 그리고 주어진 문항에 대하여 등호관계를 올바르게 표현하는지, 변수가 좌변에 있는 일차방정식과 우변에 있는 일차방정식 중 어느 유형을 어려워하는지 조사하여 보았다. 이러한 조사는 기초 조사이지만 현 시점에서 일차방정식을 해결하는 과정에서 나타나는 현상으로 한 번은 짚고 넘어가야 할 문제일 것이다.

조사결과, 일차방정식의 풀이 과정에서 좌변과 우변에 변수 x 가 있는 문항에서 차이가 있었다. 학생들의 풀이과정을 분석한 결과, 좌변에 변수 x 가 있는 일차방정식을 해결한 학생이 우변에 변수 x 가 있는 문항을 해결한다고 할 수 없다는 것이다. 그리고 일차방정식의 풀이 과정에서 등식의 성질을 이용하기 보다는 이항을 이용하여 해결하는 것으로 나타났다. 또한, 등식의 성질을 이용하여 구하라는 지시가 있는 문항에서도 대부분 이항을 사용하여 해결한 것으로 나타났다. 이러한 결과들은 일차방정식에 대한 이해가 부족한 것으로 볼 수 있다. 이러한 상황을 해결하기 위한 한 방안으로, 우변에 변수가 있는 문항을 자주 접할 수 있는 기회를 제공하고 이항과 더불어 등식의 성질을 사용하여 해결할 수 있는 훈련을 많이 할 필요성이 있을 것이다. 그리고 일차방정식의 풀이 과정에서 하나 또는 그 이상의 몇 문항에서는 등호관계를 올바르게 표현하였지만 나머지 몇 문항에 대하여는 등호관계를 올바르게 표현하지 못한 반응이 나타나 한 문항이나 몇 개의 문항을 잘 해결한다고 해서 다른 문항까지 해결한다고 판단하기에는 다소 어려움이 따르므로 여러 개의 다양한 문항을 제공하여 학생들이 어떠한 반응을 보이고 있는지를 파악해야 한다는 것이다.

일차방정식의 풀이과정에서의 학생들의 반응은 여러 가지를 제공한다고 할 수 있다. 일차방정식의 학습 후 학생들이 어려움을 겪고 있는 문제가 무엇인지 개별적인 면담이나 여러 문제를 제공하여 어떠한 학생이 어떠한 형태의 일차방정식의 문제를 해결하는데 어려움을 가지고 있는지 파악하여 교정할 필요성이 있다는 것이다.

참 고 문 헌

- 김성준 (2004). 대수의 사고 요소 분석 및 학습-지도 방향 탐색, 서울대학교 박사학위논문.
- Behr, M. et. al (1976). "How Children View Equality Sentences." PMDC Technical Report No.3. Tallahassee: Florida State University(ERIC Document Reproduction Service No. ED 144802).
- Byers, V. & Herscovics, N. (1977). Understanding school mathematics. *Mathematics Teaching* 81, pp.24-27
- Herscovics, N. & Kieran, C. (1980). Constructing Meaning for the Concept of Equation, Mathematics Teacher: In B. Moses(ed), Algebraic Thinking, Grades K-12: Reading from Nctm's School-Based Journals and Other Publications (Paperback), National Council of

Teachers of Mathematics(1999), pp.181-188

Kieran, C. (1984). A comparison between novice and more-expert algebra students on tasks dealing with the equivalence of equations. In J.M. Moser(Ed.), Proceedings of the Sixth Annual Meeting of PME-NA(83-91). Madison: University of Wisconsin.