변절점 요소를 이용한 유체-고체 상호작용문제의 해석

The Analysis of Fluid-Solid Interaction Problem by Using Variable-node Element

강 용 수* • 손 동 우** • 김 현 규*** • 임 세 영****

Kang, Yong-Soo • Sohn, Dongwoo • Kim, Hyun-Gyu • Im, Seyoung

요 약

유체-고체 상호작용(FSI)은 산업전반에서 꼭 필요한 분야이면서도 쉽게 접근하기가 어려운 전산역학 분야의 난제 중 하나이다. 유체-고체 상호작용의 전산해석에서 유체와 고체 사이의 불일치 격자망을 어떻게 처리하는가는 매우 어렵고 민감한 부분이 된다. 운동학적 연속성과 계면을 따른 응력의 평형을 추적하기 위해 유체와 고체의 계면에서는 각각의 영역에서 해석된 물리량들을 다른 영역으로 정확히 전달해야 하는데 대부분의 유체-고체 상호작용의 문제들은 불일치 격자를 가지고 있기 때문에 불일치 격자망을 효과적으로 처리하는 수단이 필요하다. 그래서 넓은 분야에 걸쳐 적용 가능한 유체 고체 상호작용 문제에 대한 효과적인 해석방법의 제안이 큰 의미를 갖는다고 생각한다. 따라서 본 연구에서는 유체-고체 계면의 운동을 이동최소제곱 기반의 변절점 요소를 사용하여 모사함으로써 2차원 유체-고체의 상호작용(FSI)을 위한 새로운 접근방법을 제시하였다.

keywords : 유체-고체 상호작용, 변절점 유한요소, Arbitrary Euler-Lagrange(ALE) Formulation

1. 서 론

FSI 문제의 수치 해석은 전형적으로 고체영역에서의 라그란지 유한요소 수식화와 유체영역에서의 임의의 라그란지 오일러(ALE) 유한 요소 수식화에 기초를 둔 방법에 의해 이루어진다. 일반적으로 유체와 고체 영역의 결합은 부여된 적합 조건과 평형 조건에 의해서 계면을 따라 경계조건들의 교환을 통해서 수행된다. 계면에서 유체와 고체가 정확히 결합하기 위해서 특별한 주의가 필요하다. 유체와 고체 영역의 분리된 격자망은 유체-고체 계면에 가까운 유체의 유동을 정확하게 표현하기 위해 비교적 조밀한 유체 격자망이 요구될 때 그들의 공통적인 계면에서 일치하지 않는다. 불일치 격자망과 계면에 따른 부하 이동의 정확성은 결합된 시스템의 해결법에 상당한 영향을 미친다. FSI 문제로의 수치 해법은 유체와 고체 영역를 위한 분리 solver를 사용하는 것과 계면에 따라서 데이터를 교환하는 것에 의해 얻을 수 있다.

본 연구에서 구조물의 기하학적 비선형 효과를 포함하기 위해 updated Lagrange finite element 수식화에 의해서 표현된다. 유체 영역에서 채택된 Arbitrary Lagrangian-Eulerian(ALE) 수식화는 유체-고체 계면의 운동과 양립할 수 있어야 한다. 유체와 고체 영역의 독립적인 이산화는 유체와 고체 영역 모델링의 유연성을 허용한다. 겹침과 틈이 없는 계면의 단일 객체가 정의되고 이동최소제곱 기반의 변절점 요소는 연속성과 일

* 정회원 • KAIST 기계공학과 박사과정 kang79kr@kaist.ac.kr
** KAIST 기계공학과 박사과정 eastaid@kaist.ac.kr
*** 정회원 • 서울산업대학교 기계공학과 교수 khg@snut.ac.kr
**** 정회원 • KAIST 기계공학과 교수 sim@kaist.ac.kr

치 조건을 만족하게 된다. 유체 압력의 동등한 절점력은 고체면의 절점에 직접적으로 적용된다. 불일치 요소를 통한 하중의 전달에 특별한 방법이 없이 현재의 방법은 이동최소제곱 기반의 변절점 요소를 통하여 응력장을 정확하게 이동시킨다. 현재의 방법은 불일치 격자망의 계면에서 법선의 정의와 관련된 어려움이 존재하지 않는다. 결과적으로 현재의 방법은 계면에서 일관성과 평형조건을 위한 어떤 특별한 처리도 필요로 하지 않는다. 나아가서 이동최소제곱 기반의 변절점 요소를 사용하는 경우 완전히 결합된 방정식은 단순한 계산 영역에서 해결된다.

2. 이동최소제곱기반 유한요소(Moving Least Square-based finite elements)

유한요소 해석에서 절점의 연결성(nodal connectivity)을 유지하는 것은 변위의 적합성을 만족시키기 위해 필수적인 기본 사항이다. 따라서 불일치 요소망이 나타나는 경우 요소망을 불일치 계면을 따라 재구성해야 하며, 이는 공학자에게 많은 시간과 노력을 요구한다. 이의 해결을 위해 본 연구그룹에서는 무요소법 형상함수 재생기인 이동최소제곱 근사 기법에 새로운 제약조건을 부여하여 경계 및 불연속문제를 손쉽게 해결할 수 있는 새로운 유한요소인 이동최소제곱기반 유한요소를 개발하였다(Cho et al., 2005; Cho et al., 2006; Cho and and Im, 2005; Lim et al., 2007a; Lim et al., 2007b). 한 변에 임의의 수의 요소를 포함할 수 있는 2차원 (4+n)-절점 유한요소(그림 1 참조), (9+2n)-절점 유한요소, (5+2n)-절점 유한요소, 3차원 (8+m+n+mn)-절점 유한요소, (8+n)-절점 유한요소를 개발하였으며, 유한요소에서 불일치에 관련된 다양한 문제를 해결할 수 있다. 본 연구에서는 이와 같은 변절점 요소를 유체와 고체의 계면에 작용함으로써 연속조건과 일치조건을 만족시킬 것이다.

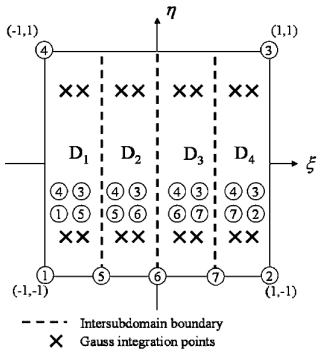

그림 1 n=3인 경계에서 선형 보간한 (4+n)-절점 유한요소(Lim et al., 2007)

3. 유체와 고체의 영역에 대한 지배방정식

3.1. 비압축성 뉴턴 유체 유동의 지배방정식

유체 영역인 Ω_F가 계산 과정동안 상당히 변화될 것이기 때문에 움직이는 격자망에 의존하는 ALE 기술에서 유체 유동을 수식화 하는 것이 편리하다. 비압축성 유체에 대한 운동량 방정식과 연속방정식은 다음과 같다.

$$\rho^F\left(\frac{\partial v_i}{\partial t}+\frac{\partial v_i}{\partial x_j}(v_j-v_j^m)\right)=\rho^F f_i+\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad \text{in} \quad \Omega_F \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial x_k}=0 \quad \text{in } \Omega_F \tag{2}$$

ρ^F, f_i, v_i, σ_{ij}는 유체 밀도, 체적력, 유체 입자의 속도, 응력텐서를 나타내고 대표적으로 v_j^m는 이동 격자망의 속도를 나타낸다. 속도의 차 $v_j - v_j^m$는 전달된 속도를 의미한다. μ를 유체점성 계수, p를 압력이라 할 때, 뉴턴 유체의 구성방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \tag{3}$$

3.2. 비선형 탄성 고체

FSI 문제의 본질적인 특성은 유체-고체 계면의 운동에 있다. 이 연구에서 고체 구조의 유한 변형은 고체 구조의 변경 때문에 발생하는 비교적 넓은 계면의 변화와 유체 구조의 상호작용을 적용하기 위해서 고려된다. 고체영역에서 운동량의 보존은 다음과 같이 표현된다.

$$\rho^S \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \rho^S b_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad \text{in } \Omega_S \tag{5}$$

ρ^S, b_i, u_i는 고체밀도와 체적력, 고체 입자의 변위를 나타낸다. 우리는 관련된 rate potential 존재하는 비례형식의 구성 방정식을 고려한다.

$$\dot{\tau}_{ij}^J = C_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} \tag{6}$$

$\tau_{ij} = J\sigma_{ij}$는 Kirchhoff stress, 윗첨자 J는 Jaumann rate를 의미하며 탄성 텐서 C_{ijkl}는 다음과 같이 표현된다. 이런 형태의 구성방정식은 변형률이 과다하게 증가하지 않는 한 고전적인 Hooke's law와 잘 일치한다.

$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + 2\mu\delta_{ik}\delta_{jl} \tag{7}$$

여기에서 λ과 μ은 등방 탄성 재료에서 Lamé 상수이다.

4. 수치예제

해석하는 모델의 형상정보는 다음과 같다. L=7mm, H=2mm, b=0.226mm가 된다. 고체의 탄성계수는 $E = 2.0 \times 10^1 \mathrm{g/mm\,s^2}$, poisson's ratio는 $\nu = 0.4$이고 고체의 밀도는 $\rho_f = 1.13 \times 10^4 \mathrm{g/mm\,s^3}$ 이다. 유체의 물성은 밀도가 $\rho_s = 1.18 \times 10^6 \mathrm{g/mm\,s^3}$, 동점성계수 $\mu = 1.82 \times 10^5 \mathrm{g/mm\,s}$ 이다. 속도는 채널의 내벽에서는 0이고 채널의 중앙에서 최고속도 v_0를 가지도록 parabolic하게 분포되어 있다.

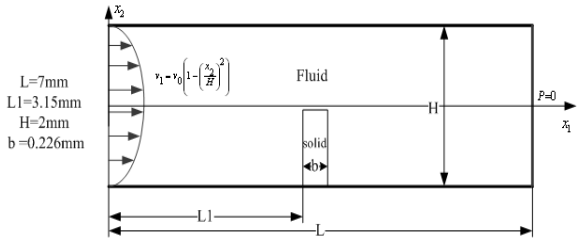

그림 2 해석모델의 형상

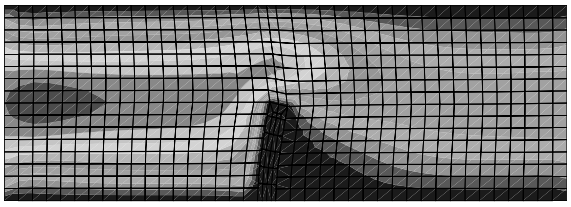

그림 3 속도의 contour plot

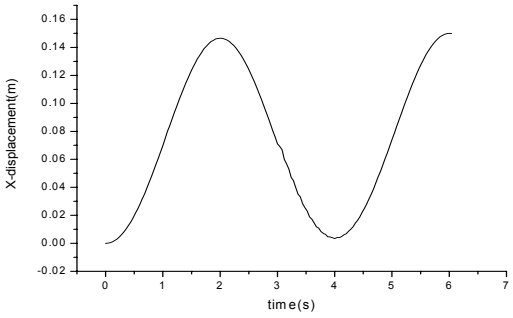

그림 4 고체의 X방향 변위

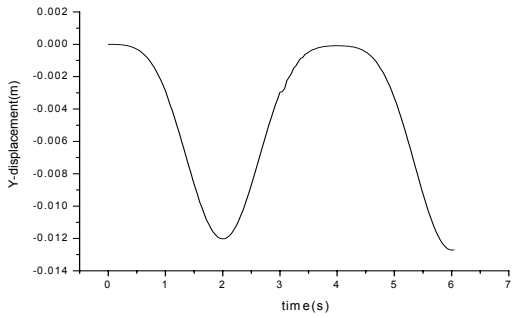

그림 5 고체의 Y방향 변위

5. 결 론

본 논문에서는 유체-고체 상호작용 문제를 해석하는데 있어서 유체와 고체 영역의 분리된 격자망은 유체-고체 계면에 가까운 유체의 유동을 정확하게 표현하기 위해 비교적 조밀한 유체 격자망이 요구될 때 그들의 공통적인 계면에서 일치하지 않는다. 불일치 격자망과 계면에 따른 부하 이동의 정확성은 결합된 시스템의 해에 영향을 미치게 된다. 본 연구에서는 변절점 요소를 이용해서 계면에서 연속조건과 적합조건을 만족함을 확인할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 교육과학기술부의 재원으로 한국과학재단이 주관하는 국가지정연구실사업(NRL)의 지원을 받아 수행되었습니다(R0A-2007-000-20115-0).

참고문헌

Kim, H.-G. (2002) Interface element method(IEM) for a partitioned system with non-matching interfaces, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191, pp.3081-3110.

Cho, Y.-S., Im, S. (2006) MLS-based variable-node elements compatible with quadratic interpolation: Part I. Formulation and application for non-matching meshes, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 65, pp.494-516.

Cho, Y.-S., Im, S. (2006) MLS-based variable-node elements compatible with quadratic interpolation: Part II. Application for finite crack elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 65, pp.517-547.

Cho, Y.-S., Kim, H.-G., Im, S. (2005) An improved interface element with variable nodes for non-matching finite element meshes, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194, pp.3022-3046.

Lim, J.H., Im, S., Cho, Y.-S. (2007) MLS (moving least square)-based finite elements for three-dimensional nonmatching meshes and adaptive mesh refinement, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196, pp.2216~2228.

Lim, J.H., Im, S., Cho, Y.-S. (2007) Variable-node elements for non-matching meshes by means of MLS (moving least-square) scheme, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 72, pp.835~857.