

# 시간 의존성 구성방정식을 이용한 AA6022-T4 판재의 탄성 복원 예측

박태준<sup>1</sup>· 류한선<sup>2</sup>· 이명규<sup>3</sup>· 정경환<sup>4</sup>· R.H. Wagoner<sup>5</sup>· 정관수<sup>#</sup>

## Time-Dependent Spring-back Prediction of Aluminum Alloy 6022-T4 Sheets Using Time-Dependent Constitutive law

T. Park, R. Ryou, M. G. Lee, K. H. Chung, R.H. Wagoner, K. Chung

### Abstract

The time-dependent constitutive law was developed based on viscoelastic-plasticity to describe the time-dependent spring-back behavior of aluminum alloy 6022-T4 sheets. Besides nonlinear viscoelasticity, non-quadratic anisotropic yield function, Yld2000-2d, was used to account for the anisotropic yield behavior, while the combined isotropic-kinematic hardening law was used to represent the Bauschinger effect and transient hardening. For verification purposes, finite element simulations were performed for the draw-bending and the results were compared with experimental results.

**Key Words :** Time-dependent spring-back, Viscoelasticity, Combined isotropic-kinematic hardening, Anisotropic yield function, AA6022-T4, Draw-bending tests

### 1. 서 론

알루미늄 합금 판재는 가벼운 장점에도 불구하고 상용 철강 재료와 비교해서 낮은 성형성과 높은 탄성복원을 갖는 특성으로 인해 자동차 산업에 적용하는데 어려움이 있다. 이 중 탄성복원은 성형 이후의 추가적인 변형이므로 최종 제품의 품질에 큰 영향을 미치게 된다. 인장, 굽힘과 풀림 거동이 동시에 일어나는 특정 조건 하에서 알루미늄 합금이 시간 의존적인 탄성복원 거동을 보이는 것이 관찰되었다.

본 연구에서는 알루미늄 합금 6022-T4 판재의 시간 의존적인 탄성 복원을 구현하기 위하여 점탄성-소성 이론을 바탕으로 시간 의존적인 구성방정식을 개발하였다. 시간 의존적인 거동을 위한 비선형적 점탄성 이론과 더불어, 비이차 항복 함수인 Yld2000-2d를 사용하여 비등방성 항복 거동

을 표현하였으며, 복합 등방성 이동 경화 법칙을 사용하여 Bauschinger 효과와 transient 경화 거동을 구현하였다. 개발 된 구성방정식을 토대로 사용자 정의 코드(user subroutine)를 작성하여 유한요소 프로그램인 ABAQUS/Standard에 적용하였다. 이를 이용하여 인장 굽힘(draw-bending) 시험을 전산모사 한 결과를 실제 실험 결과와 비교하여 개발된 구성방정식의 타당성을 검증하였다.

### 2. 이 론

#### 2.1 점탄성 거동

점탄성-소성 이론에서 총 변형률 증가량  $d\epsilon$ 는 다음 식과 같이 점탄성 성분  $d\epsilon^e$  와 소성 성분  $d\epsilon^p$ 로 나눌 수 있다.

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p \quad (1)$$

1. 서울대학교 재료공학부

2. 삼성전자

3. 한국기계연구원 부설 재료연구소

4. 포스코

5. Ohio State University

# 교신저자: 서울대학교, E-mail: kchung@snu.ac.kr

코시(Cauchy) 응력 텐서  $\sigma$  는 점탄성 변형률과 이완 계수  $\mathbf{C}$ 의 이력에 대해 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$\sigma = \int_0^t \mathbf{C}(t-\tau) \frac{d\varepsilon^v}{d\tau} d\tau \quad (2)$$

여기서  $t$ 는 실제 시간이며  $\tau$ 는 변형하는 순간의 시간을 나타내는 더미 시간이다. 평면 응력 조건에서는 (2)식을 다음과 같이 표현할 수 있다[1].

$$\sigma_x(t) = \int_0^t C_{11}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_x^v}{d\tau} d\tau + \int_0^t C_{12}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_y^v}{d\tau} d\tau \quad (3a)$$

$$\sigma_y(t) = \int_0^t C_{21}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_x^v}{d\tau} d\tau + \int_0^t C_{22}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_y^v}{d\tau} d\tau \quad (3b)$$

$$\sigma_{xy}(t) = \int_0^t 2C_{66}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_{xy}^v}{d\tau} d\tau \quad (3c)$$

위에서 아래첨자  $x$ 와  $y$ 는 각각 압연 방향과 압연 방향에 수직인 방향을 의미한다. 아래 그림과 같은 5요소 맥스웰(Maxwell) 모델을 사용하면 응력이완 거동은 식 4와 같이 나타낼 수 있다.

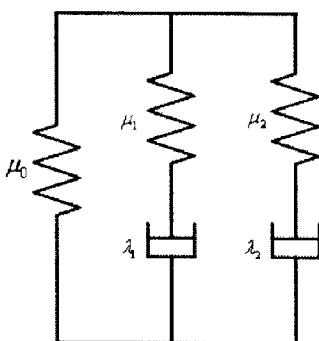


Fig. 1 5-element viscoelastic Maxwell model

$$C(t) = \mu_0 + \sum_{j=1}^2 \mu_j \exp\left(-\frac{\mu_j t}{\lambda_j}\right) \quad (4)$$

그러므로 응력 이완 계수는 다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$C_{11}(t)(=C_{22}(t)) = \mu_0 + \sum_{j=1}^2 \mu_j \exp\left(-\frac{\mu_j t}{\lambda_j}\right) \quad (5a)$$

$$C_{12}(t)(=C_{21}(t)) = \nu C_{11}(t) = \nu C_{22}(t) \quad (5b)$$

$$C_{66}(t) = \frac{1-\nu}{2} C_{11}(t)(=C_{22}(t)) \quad (5c)$$

## 2.2 항복 함수

다음 식과 같은 비이차 비등방성 항복 함수인 Yield2000-2d를 사용하여 비등방성 항복 거동을 표현하였다[2].

$$f^{\frac{1}{m}} = \left\{ \frac{\Phi}{2} \right\}^{\frac{1}{m}} = \bar{\sigma} \quad (6)$$

$$\Phi = |\tilde{S}'_I - \tilde{S}'_H|^m + |2\tilde{S}''_H + \tilde{S}'_I|^m + |2\tilde{S}''_I + \tilde{S}''_H|^m$$

여기서  $\bar{\sigma}$ 는 항복 함수의 크기를 나타내는 유효 응력(effective stress)이며,  $\tilde{S}'_k$ 와  $\tilde{S}''_k$  ( $k = I, H$ )는 각각 대칭 응력 텐서  $\tilde{S}'$ 과  $\tilde{S}''$ 의 주 응력 값이다.  $\tilde{S}$ 는 다음과 같이 코시(Cauchy) 응력 텐서  $\sigma$ 의 구면(deviatoric) 응력 텐서  $s$ 를  $\mathbf{C}'$ 과  $\mathbf{C}''$ 에 의해  $\tilde{S}'$ 과  $\tilde{S}''_k$ 로 선형 변환하여 구할 수 있다.

$$\tilde{s}' = \mathbf{C}' \cdot s = \mathbf{C}' \quad (7)$$

$$\tilde{s}'' = \mathbf{C}'' \cdot s = \mathbf{C}''$$

## 2.3 경화 거동

경화 거동을 효과적으로 구현하기 위하여 다음 형태의 복합 등방성 이동 경화 법칙(combined isotropic-kinematic hardening law)을 이용하였다[3].

$$f(\sigma - \alpha) - \bar{\sigma}_{iso}^m = 0 \quad (8)$$

여기서  $\alpha$ 는 이동 응력(back stress)을 나타내며, 이동 응력의 증가량  $d\alpha$ 는 다음과 같이 두 부분 ( $d\alpha = d\alpha_1 - d\alpha_2$ )으로 나누어 역 하중(reverse loading)시의 transient 경화 거동을 모사할 수 있다.

$$d\alpha_1 = (h_1 d\bar{\varepsilon}) \frac{(\sigma - \alpha)}{\bar{\sigma}_{iso}}, \quad d\alpha_2 = (h_2 d\bar{\varepsilon}) \alpha \quad (9)$$

여기서  $h_1$ 과  $h_2$ 는 각각  $\frac{d\bar{\alpha}_1}{d\bar{\varepsilon}}$  와  $\frac{d\alpha_2}{d\bar{\varepsilon}}$  이다.

### 3. 물성 측정

본 연구에서는 시간 의존적인 탄성 복원을 살피기 위해 0.91mm 두께의 알루미늄 합금 6022-T4 판재의 물성을 측정하였다.

#### 3.1 점탄성 거동

같은 응력을 유지하며 변형률의 변화를 살피는 크리프 시험(creep test)을 수행하여 점탄성 거동을 측정하였다. 174.9MPa의 응력을 유지하며 20분간 시험을 진행하였으며 푸아송 비율  $\nu$ 는 0.33으로 가정하였다. 얻어진 계수는 표 2에 정리하였다.

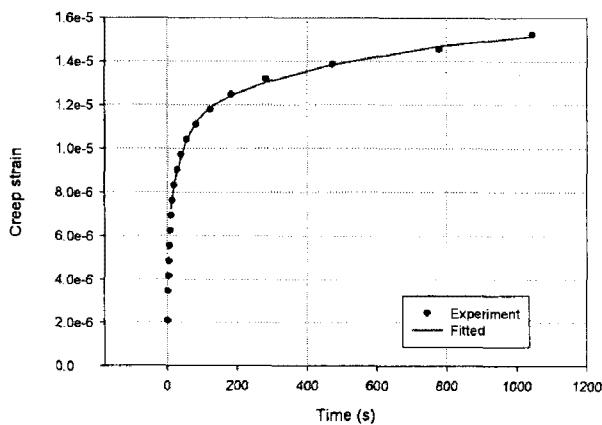


Fig. 2 Creep curve for 6022-T4

Table 2 Viscoelastic parameters of AA6022-T4

$\mu_0$ (MPa)	$\mu_1$ (MPa)	$\mu_2$ (MPa)	$\lambda_1$ (MPa)	$\lambda_2$ (MPa)
40824	19428	8748.7	499310	4051300

#### 3.2 항복 함수

비등방 항복 계수를 결정하기 위해 판재의 압연 방향에 평행, 45도, 수직인 방향으로 각각 ASTM E-8 규격의 시편을 추출하여 일축, 등이축 인장 실험을 수행하였다. 얻어진 Yld2000-2d 계수

는 다음 표 3에 나타내었다.

Table 3 Anisotropic coefficients of Yld2000-2d

m	8.0		
$c'_{11}$	0.89128	$c''_{12}$	-0.090427
$c'_{22}$	1.10055	$c''_{21}$	-0.051406
$c'_{66}$	0.95432	$c''_{22}$	1.10861
$c''_{11}$	1.03057	$c''_{66}$	1.12275

#### 3.3 경화 거동

경화 거동 시 물성을 측정하기 위해 일축 인장/압축 실험을 수행하였다. 등방 경화 법칙 및 이동 경화 법칙에 각각 사용된 공식과 실험을 통해 얻어진 계수를 다음 표 4에 정리하였다.

Table 4 Isotropic-kinematic hardening parameters

$\bar{\sigma}_{iso}$ <sup>a</sup> (Mpa)	$a_1$	$b_1$	$c_1$
	159.3828	204.5088	8.1528
$\bar{\alpha}_1$ <sup>b</sup> (Mpa)	$a_3$	$b_3$	$c_3$
	7371.7451	2692.2589	33.2226
$\alpha_2$ <sup>c</sup> (Mpa)	$a_4$	$b_4$	$c_4$
	234.8797	17.4371	25.9328

$$^a \bar{\sigma}_{iso} = a_1 + b_1 (1 - e^{-c_1 \bar{\varepsilon}})$$

$$^b \bar{\alpha}_1 (\bar{\varepsilon}) = a_3 \bar{\varepsilon} - b_3 / c_3 (1 - e^{-c_3 \bar{\varepsilon}}), \quad ^c \alpha_2 (\bar{\varepsilon}) = a_4 \bar{\varepsilon} + b_4 / c_4 (1 - e^{-c_4 \bar{\varepsilon}})$$

#### 4. Spring-back in draw-bending

아래 그림에 묘사한 것과 같이 인장과 동시에 굽힘/bending(unbending) 거동이 있는 인장-굽힘(draw-bending) 시험을 전산 모사하여 실제 실험 결과와 탄성 복원의 양을 비교해 보았다.

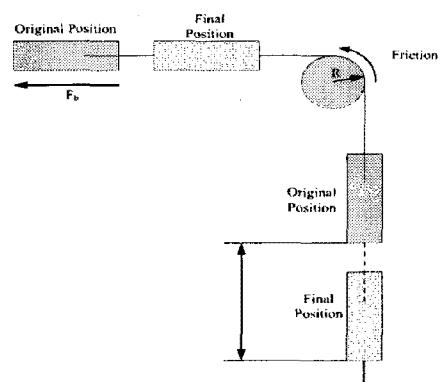


Fig. 3 Schematic view of the draw-bending test

인장하는 힘은 항복 응력의 0.5배에 해당하는 응력이 걸리도록 하였으며, 인장 이후 탄성 복원의 양은 아래 그림에서  $\theta_1$ 과  $\theta_2$ 의 시간에 따른 변화량인  $\Delta\theta$  ( $=\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2$ )를 통해 측정하였다[4].

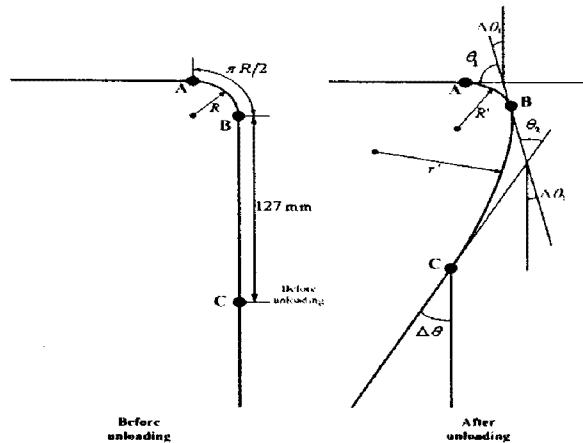


Fig. 4 Parameters for the spring-back

구성방정식을 구현하기 위한 사용자 정의 코드(user subroutine)를 개발하여 ABAQUS/Standard에 적용하여 전산모사 하였다. 성형 도구는 R3D4 요소를 사용하였으며, 시편은 4-node shell 요소인 S4R을 두께 방향으로 5개의 적분점을 두고 사용하였다. 인장 시 도구와 시편 사이의 마찰계수는 0.08로 가정하였다.

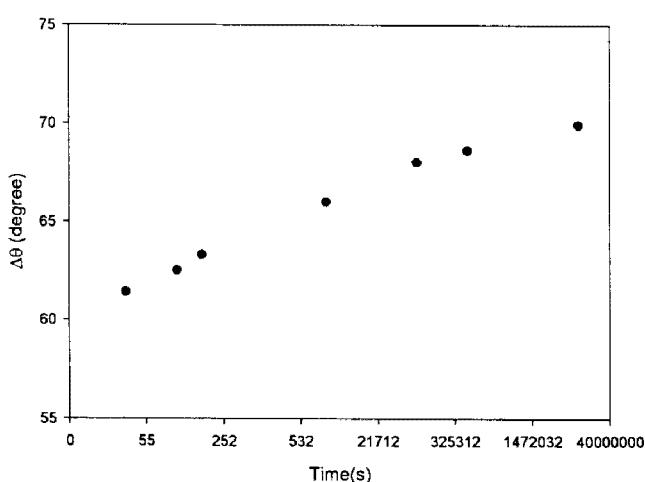


Fig. 5 Measured and simulated spring-back angles

## 5. 결론

점탄성-소성 이론을 바탕으로 AA6022T4 판재의 시간 의존적인 탄성 복원을 구현할 수 있는 구성방정식을 개발하였다. 5 요소로 이루어진 멕스웰 모델을 도입하여 점탄성 거동을 모사하였으며, 비등방성 항복 거동을 위하여 비이차 항복 함수인 Yield2000-2d를 사용하였다. 복합 등방성 이동 경화법칙을 사용하여 인장 이후 하중의 방향이 반대로 바뀌는 경우의 경화 거동을 구현하였다. 사용자 정의 코드(user subroutine)를 작성하여 구성방정식을 유한요소 프로그램인 ABAQUS/Standard에 적용하였다. 이를 이용하여 인장 굽힘(draw-bending) 시험 시 탄성 복원을 전사모사 하였다.

## 후기

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(R11-2005-065).

## 참고문헌

- [1] Chung, K., Ryou, H., 2009, Development of Viscoelastic/rate-sensitive-plastic constitutive law for fiber-reinforced composites and its applications part I: theory and material characterization, Composites Science & Technology 69, 284-291.
- [2] Barlat, F., Brem, J.C., Yoon, J.W., Chung, K., Dick, R.E., Choi, S.-H., Pourboghrat, F., Chu, E., Lege, D.J., 2003, Plane stress yield function for aluminum alloy sheets – Part I: Theory. Int. J. Plasticity 19, 1297-1319.
- [3] Chung, K. Lee, M.-G., Kim, D., Kim, C., Wenner, M.L., Barlat, F., 2005, Spring-back evaluation of automotive sheets based on isotropic-kinematic hardening laws and non-quadratic anisotropic yield functions, Part I: Theory and formulation. Int. J. Plasticity 21, 861-882.
- [4] Wang, J., Wagoner, R., Carden, W., Matlock, D., Barlat, F., 2004, Creep and anelasticity in the springback of aluminum, Int. J. Plasticity 20, 2209-2232