GLM에서 제약과 비제약 혼합모형의 고찰 및 확장

- Extension and Review of Restricted and Unrestricted Mixed Models in the Generalized Linear Models -

최 성 운*
Sungwoon Choi*

Abstract

The research contributes extending and reviewing of restricted (constrained) and unrestricted (unconstrained) models in GLM(Generalized Linear Models). The paper includes the methodology for finding EMS(Expected Mean Square) and F_0 ratio. The results can be applied to the gauge R&R(Reproducibility and Repeatability) in MSA(Measurement System Analysis).
Keywords : Restricted(Constrained), Unrestricted(Unconstrained) Models, GLM, Gauge R&R, MSA

1. 서론

실험계획법(DOE : Design of Experiment)은 제품기술 및 생산기술의 최적조건을 설계하는 통계적 분석방법이다. DOE에서는 통상 기술적으로 재현 가능한 고정모수인자(Fixed Factor)의 반복(Replication)에 의한 CRD(Completely Randomized Design) 실험배치를 많이 사용하고 있다.

그러나 최근 MSA(Measurement System Analysis)의 게이지 R&R (Reproducibility and Repeatability)에서 계측자 정밀도인 재현성과 계측기 정밀도인 반복성, 부품정밀도 등을 평가하기 위해 랜덤변량 인자(Random Factor)가 포함된 측정모형의 사용이 증가일로에 있다.[1-2]

* 경원대학교 산업공학과

랜덤변량인자는 여러 명의 계측자 또는 여러 개의 부품에서 몇 명 또는 몇 개를 랜덤하게 선택하는 집단인자만으로 구성될 경우 랜덤변량 모형(Random Model)이라 한다. 또한 날짜별, 로트별 등과 같이 층별된 측정조건을 일정하게 하는 블록인자 역시 랜덤변량인자로 고정모수인자와 같이 측정이 수행될 경우 RBD (Randomized Block Design)의 혼합모형(Mixed Model)이 된다. 혼합모형은 반복(Replication) 또는 되풀이(Repetition)가 있는 경우 교호작용(Interaction)이 검출되며 고정모수인자와 랜덤변량인자의 곱으로 표현된다.

고정모수 인자는 기술적으로 재현성이 가능해서 인자처리수준간의 총평균이 고정된 값이 나와 인자처리수준의 평균과 총평균의 편차 합으로 표현되는 효과(Effect, Contrast)의 합 또는 평균이 영(Zero)이 된다. 이와 같이 교호작용효과는 정규분포이나 독립이 아니므로 혼합모형에서 교호작용의 합이 고정모수인자 효과에 대응하는 첨자에 대해 영(Zero)이 되어야 한다. 이런 제약조건을 사용하는 경우 RCM(Restricted and Constrained Model)이라 하고 사용하지 않는 경우 UUM(Unrestricted and Unconstrained Model)이라 한다.

RCM과 UUM의 차이는 ANOVA(Analysis of Variance)의 EMS(Expected Mean Square)에서 교호작용의 유무에 있고 이는 F_o값을 구하는 방법에 차이가 있어 P-Value 값이 다르게 나온다. RCM은 교호작용이 독립이 아닌 단점은 있으나 교호작용 효과와 교락된 랜덤변량인자의 1차 효과를 집중해서 검출하는 경우 유용하며 정확한 (Exact) F_o검정을 실시한 수 있는 장점이 있다. UUM은 교호작용은 제약 없이 그대로 모형에 남아 있게 하여 독립성(NID : Normally Independent Distribution)을 유지할 수 있는 장점이 있는 반면에 3원 혼합모형인 경우 랜덤변량인자의 1차 효과를 합성 MS(Mean Square)와 Satterthwaite의 자유도를 사용한 근사(Approximate, Pseudo) F_o검정을 실시해야 하는 단점이 있다.

이 두 가지 모형을 사용하는 전문가 집단이 양분되어 현재도 계속 논란중에 있고 MINITAB에서 UUM은 Default로, RCM은 Option으로 되어 있다.[3-8]

따라서 본 연구에서는 첫째 혼합모형의 RCM, UUM을 고찰하고 게이지 R&R에 적용가능한 모형으로 확장 개발하여 계측자, 계측기, 부품정밀도를 구하는 절차를 제안한다. 둘째 확정된 혼합모형의 RCM, UUM 각각에 대한 EMS를 구하는 방법을 단계로 제시한 후 ANOVA 분석 평가를 위해 P-Value의 F_0값 계산 방법을 제시한다.

2. 2원혼합 측정모형

2.1 고정모수 측정모형

계측자 A$(i=1,2,...l)$, 부품 B$(j=1,2,...,m)$, 반복(Replication) $(k=1,2,...,r)$이며 계측자, 부품은 전원 l명, m개 모두를 선택하여 측정하는 경우 고정모수인자가 되며, CRD의 고정모수 측정모형이 된다. 측정 데이터 구조모형식 $y_{ijk}=\mu+a_i+b_j+(ab)_{ij}+e_{ijk}$이며 EMS와 F_0공식은 <표1>과 같다.

<표1> 고정모수 측정모형

Factor	Source	MS	EMS	F_0
F	A	MS_A	$\sigma_E^2 + mr\sigma_A^2$	MS_A / MS_E
F	B	MS_B	$\sigma_E^2 + lr\sigma_B^2$	MS_B / MS_E
F	$A \times B$	$MS_{A \times B}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_E$
R	E	MS_E	σ_E^2	

<표1>에서 모든 인자가 유의적일 경우 고정모수인자이므로 모평균의 구간추정값을 구할 수 있으며 계측기 정밀도의 반복성은 $\sigma_E^2 = MS_E$가 된다.

2.2 랜덤변량 측정모형

계측자 A, 부품 B가 L명에서 l명, M개에서 m개 랜덤하게 선택되었을 경우 랜덤변량측정모형이 되며 이 경우 되풀이(Repetition)의 이방 분할법(Two-Way Cell Split-Plot Design)의 랜덤화 순서를 실시하여 특성값 y를 구해야 한다. 측정 데이터 구조모형식은 $y_{ijk} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{(1)ij} + e_{(2)ijk}$와 F_0공식은 <표2>와 같다.

<표2> 랜덤변량 측정모형

Factor	Source	MS	EMS	F_0
R	A	MS_A	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + mr\sigma_A^2$	MS_A / MS_E
R	B	MS_B	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + lr\sigma_B^2$	MS_B / MS_E
R	$A \times B$	$MS_{A \times B}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_E$
R	E	MS_E	σ_E^2	

<표2>에서 모든 인자가 유의적일 경우 계측자 정밀도의 재현성은 $\sigma_A^2 + \sigma_{A \times B}^2$이 되며$\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{A \times B})/mr, \sigma_{A \times B}^2 = (MS_{A \times B} - MS_E)/r$으로 구한다. 부품정밀도 $\sigma_{B=}^2 (MS_B - MS_{A \times B})/lr$이고 계측기 정밀도 반복성은 $\sigma_E^2 = MS_E$가 된다.

2.3 혼합 측정모형 RBD_1

계측자 A는 전원 l명을 모두 선택하는 경우 고정모수 인자가 되며 부품 B는 M개에서 m개를 랜덤하게 선택하는 경우 랜덤변량인자가 되어 RBD의 혼합측정모형이 된다. 반복(Replication)이 있는 측정데이터 구조모형식은 $y_{ijk} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + e_{ijk}$이며

랜덤변량인자 $B \sim N(o, \sigma_B^2), A \times B \sim N(0, (l-1)\sigma_{A \times B}^2 / l), E \sim N(0, \sigma_E^2)$이다. EMS와 F_0공식은 <표3>과 같다.

<표3> 혼합 측정모형 RBD_1

Factor	Source	MS	,RCM		UUM	
			EMS	F_o	EMS	F_0
F	A	MS_A	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + mr\sigma_A^{2\,\prime}$	$MS_A / MS_{A \times B}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + mr\sigma_A^2$	$MS_A / MS_{A \times B}$
R	B	MS_B	$\sigma_E^2 + lr\sigma_B^2$	MS_B / MS_E	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + lr\sigma_B^2$	$MS_B / MS_{A \times B}$
R	$A \times B$	$MS_{A \times B}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_E$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_E$
R	E	MS_E	σ_E^2			

<표3>의 RCM에서 σ_A^2은 고정모수인자의 합이 영(Zero)이므로 평균도 영인 모분산의 표시이다. UUM은 2.2절의 랜덤변량측정 모형과 동일하며 RCM과 차이는 교호작용의 유무에 있다. 즉 RCM에서는 교호작용 $A \times B$의 효과가 랜덤 변량인자 B에 교락(Comfounding)되어 있어 B의 검출이 더 명확하게 이루어 질 수 있다.

<표3>에서 모든 인자가 유의적일 경우 계측자 A는 고정모수인자이므로 모평균을 구간추정하고 계측자 정밀도인 재현성 $\sigma_{A \times B}^2 = (MS_{A \times B} - MS_E)/r$이 되고 계측기 정밀도인 반복성 $\sigma_E^2 = MS_E$, 부품정밀도 RCM에서는 $\sigma_B^2 = (MS_B - MS_E)/lr$, UUM에서는 $\sigma_B^2 = (MS_B - MS_{A \times B})/lr$이 된다.

2.4 혼합 측정모형 RBD_2

계측자 A는 L명에서 l명을 랜덤하게 선택하는 경우 랜덤변량 인자가 되며 부표 B는 m개를 모두 선택하는 경우 고정모수인자가 되며 RBD의 혼합측정모형이 된다. 반복이 있는 측정하는 모형식은 2.3과 동일하나 랜덤변량인자 $A \sim N(0, \sigma_A^2)$, $A \times B \sim N(0, (m-1)\sigma_{A \times B}/m)$, $E \sim N(0, \sigma_E^2)$이며 EMS와 F_0공식은 <표4>와 같다.

<표4> 혼합 측정모형 RBD_2

Factor	Source	MS	RCM		UUM	
			EMS	F_0	EMS	F_0
R	A	MS_A	$\sigma_E^2 + mr\sigma_A^2$	MS_A / MS_E	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + mr\sigma_A^2$	$MS_A / MS_{A \times B}$
F	B	MS_B	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + lr\sigma_B^2$	$MS_B / ME_{A \times B}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + lr\sigma_B^2$	$MS_B / MS_{A \times B}$
R	$A \times B$	$MS_{A \times B}$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_E$	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_E$
R	E	MS_E	σ_E^2			

<표4>에서 모든 인자가 유의한 경우 부품 B는 고정 모수인자이므로 모평균을 구간추정하고 계측자 정밀도인 재현성을 $\sigma_A^2+\sigma_{A\times B}^2$으로 RCM에서 $\sigma_A^2=(MS_A-MS_E)/mr$, UUM에서 $\sigma_A^2=(MS_A-MS_{A\times B})/mr, \sigma_{A\times B}^2=(MS_{A\times B}-MS_E)/r$이 되고 계측기 정밀도인 반복성 $\sigma_E^2=MS_E$가 된다.

2.5 혼합 측정모형 RBD_3

계측자 A, 부품 B 모두 l명, m개를 전부 선택했을 때 날짜별 Block인자 R로 측정을 실시할 경우 RBD인 혼합 측정모형이 된다. 측정 데이터 구조모형식 $y_{ijk}=\mu+a_i+b_j+(ab)_{ij}+r_k+e_{ijk}$, $r_k\sim N(0,\sigma_k^2)$이 되며 EMS와 F_0는 <표5>로 RCM과 UUM은 같다.

<표5> 혼합 측정모형 RBD_3

Factor	Source	MS	RCM=UUM EMS	RCM=UUM F_0
F	A	MS_A	$\sigma_E^2+mr\sigma_A^2{}'$	MS_A/MS_E
F	B	MS_B	$\sigma_E^2+lr\sigma_B^2{}'$	MS_B/MS_E
F	$A\times B$	$MS_{A\times B}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B}^2{}'$	$MS_{A\times B}/MS_E$
R	R	MS_R	$\sigma_E^2+lm\sigma_R^2$	MS_R/MS_E
R	E	MS_E	σ_E^2	

<표5>에서 모든 인자가 유의할 경우 고정모수인자이므로 모평균을 구간추정하여 계측기 정밀도인 반복성 $\sigma_E^2=MS_E$가 된다.

3. 3원혼합 측정모형

계측자 $A(i=1,2,\cdots,l)$, 부품 $B(j=1,2,\cdots,m)$, 측정조건 $C(k=1,2,\cdots,n)$ 반복 $(p=1,2,\cdots,r)$의 3원 혼합 측정 모형의 구조식 $y_{ijkp}=\mu+a_i+b_j+c_k+(ab)_{ij}+(ac)_{ik}+(bc)_{jk}+(abc)_{ijk}+e_{ijkp}$이다.

3.1 부품 B가 랜덤 확률인자인 경우

RCM에서 랜덤 변량인자 $B\sim N(0,\sigma_B^2)$, $A\times B\sim N(0,(l-1)\sigma_{A\times B}^2/l)$, $B\times C\sim N(0,(n-1)\sigma_{A\times B}^2/n)$, $\sigma_E^2\sim N(o,\sigma_E^2)$이며 UUM에서는 $A\times B\sim N(0,\sigma_{A\times B}^2)$, $B\times C\sim N(0,\sigma_{B\times C}^2)$이고 EMS와 F_0는 <표6>과 같다.

<표6> B가 랜덤확률인자

Factor	Source	MS	RCM EMS	RCM F_0	UUM EMS	UUM F_0
F	A	MS_A	$\sigma_E^2+nr\sigma_{A\times B}^2+mnr\sigma_A^2{}'$	$MS_A/MS_{A\times B}$	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B\times C}^2+nr\sigma_{A\times B}^2+\boxed{mnr\sigma_A^2}^{*}$	$MS_A/MS_{A\times B}$
R	B	MS_B	$\sigma_E^2+lnr\sigma_B^2$	Ms_B/MS_E	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B\times C}^2+lr\sigma_{B\times C}^2+nr\sigma_{A\times B}^2+lnr\sigma_B^2$	근사검정
F	C	MS_C	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B\times C}^2+lmr\sigma_C^2{}'$	$MS_C/MS_{B\times C}$	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B\times C}^2+lr\sigma_{B\times C}^2+\boxed{lnr\sigma_c^2}^{*}$	$MS_C/MS_{B\times C}$
R	$A\times B$	$MS_{A\times B}$	$\sigma_E^2+nr\sigma_{A\times B}^2$	MS_C/MS_E	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B\times C}^2+nr\sigma_{A\times B}^2$	$MS_{A\times B}/MS_{A\times B\times C}$
F	$A\times C$	$MS_{A\times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2+nr\sigma_{A\times C}^2{}'$	$MS_{A\times C}/MS_{A\times B\times C}$	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B\times C}^2+\boxed{mr\sigma_{A\times C}^2}^{*}$	$MS_{A\times C}/MS_{A\times B\times C}$
R	$B\times C$	$MS_{B\times C}$	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B\times C}^2$	$MS_{B\times C}/MS_E$	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B\times C}^2+lr\sigma_{B\times C}^2{}^{*}$	$MS_{B\times C}/MS_{A\times B\times C}$
R	$A\times B\times C$	$MS_{A\times B\times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^{2}{}'$	$MS_{A\times B\times C}/MS_E$	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B\times C}^2$	$MS_{A\times B\times C}/MS_E$
R	E	MS_E	σ_E^2		σ_E^2	

* : A와 C는 A×C와 연계

<표6>에서 RCM의 EMS와 F_0를 구하는 절차는 ⅰ) EMS : 3원 고정모수 모형에서 먹물이론으로 고정모수인자에 확률변량인자와의 교호작용 항이 들어온다. ⅱ) F_0 : 확률변량인자는 MS_E로 나누며 고정모수인자는 바로 위 차수의 랜덤 변량인자의 교호작용으로 나눈다. UUM의 EMS와 F_0를 구하는 절차는 I) EMS : 3원 고정모수모형을 기본으로 랜덤변량인자의 교호작용의 모든 변수들은 그 차수 이전의 모든 변수의 요인에 항으로 들어온다. 예를 들어 $A\times B\times C$는 모든 항에, $B\times C$는, B와 C에 $A\times B$는 A와 B의 EMS에 들어온다. ii) 정확한F_0 : 3원 확률변량인자는 MS_E로 나누며 2원 교호작용은 3원 교호작용으로 나눈다. 1차 고정모수인자는 랜덤변량 2원 교호작용으로 나눈다. iii) 근사가상 F_0 : 1원 랜덤확률인자는 2원 교호작용의 랜덤변량인자의 합성 MS와 Satterthwaite로 근사 가상검정을 실시한다.

3.2 계측자 A가 랜덤확률인자인 경우

<표7> A가 랜덤확률인자

Factor	Source	MS	RCM EMS	RCM F_0	UUM EMS	UUM F_0
R	A	MS_A	$\sigma_E^2+mnr\sigma_A^2$	MS_A/MS_E	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2+nr\sigma_{A\times B}^2+lr\sigma_{B\times C}^2+mnr\sigma_A^2$	근사검정
F	B	MS_B	$\sigma_E^2+nr\sigma_{A\times B}^2+lnr\sigma_B^2{}'$	$MS_B/MS_{A\times B}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2+nr\sigma_{A\times B}^2+\boxed{lnr\sigma_B^2}^{*}$	$MS_B/MS_{A\times B}$
F	C	MS_C	$\sigma_E^2+nr\sigma_{A\times C}^2+lmr\sigma_C^2{}'$	$MS_C/MS_{A\times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2+lr\sigma_{A\times C}^2+\boxed{lmr\sigma_C^2}^{*}$	$MS_C/MS_{A\times C}$
R	$A\times B$	$MS_{A\times B}$	$\sigma_E^2+nr\sigma_{A\times B}^2$	$MS_{A\times B}/MS_E$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2+nr\sigma_{A\times B}^2$	$MS_{A\times B}/MS_{A\times B\times C}$
R	$A\times C$	$MS_{A\times C}$	$\sigma_E^2+mr\sigma_{A\times C}^2$	$MS_{A\times C}/MS_E$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2+mr\sigma_{A\times C}^2$	$MS_{A\times B}/MS_{A\times B\times C}$
R	$B\times C$	$MS_{B\times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2+lr\sigma_{B\times C}^2{}'$	$MS_{B\times C}/MS_{A\times B\times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2+\boxed{lr\sigma_{B\times C}^2}^{*}$	$MS_{A\times C}/MS_{A\times B\times C}$
R	$A\times B\times C$	$MS_{A\times B\times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2$	$MS_{A\times B\times C}/MS_E$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A\times B\times C}^2$	$MS_{B\times C}/MS_{A\times B\times C}$
R	E	MS_E	σ_E^2		σ_E^2	$MS_{A\times B\times C}/MS_E$

* B와 C는 $B\times C$와 연계

RCM에서 랜덤변량인자 $A \sim N(0, \sigma_A^2), A \times B \sim N(o, (m-1)\sigma_{A \times B}^2/m)$, $A \times C \sim N(0, (n-1)\sigma_{A \times C}^2/n), E \sim N(0, \sigma_E^2)$이며 UUM에서 $A \times B \sim N(0, \sigma_{A \times B}^2)$, $A \times C \sim N(0, \sigma_{A \times C}^2)$이고 EMS와 F_0는 <표7>과 같다.

3.3 측정조건 C가 랜덤확률인자인 경우

RCM에서 랜덤변량인자 $C \sim N(0, \sigma_C^2), A \times C \sim N(0, (l-1)\sigma_{A \times C}^2/l)$, $B \times C \sim N(0, (m-1)\sigma_{B \times C}^2/m)$, $E \sim N(0, \sigma_E^2)$이며 UUM에서 $A \times C \sim N(0, \sigma_{A \times C}^2)$, $B \times C \sim N(0, \sigma_{B \times C}^2)$ 이고 EMS와 F_0는 <표8>과 같다.

<표8> C가 랜덤확률인자

Factor	Source	MS	RCM		UUM	
			EMS	F_0	EMS	F_0
F	A	MS_A	$\sigma_E^2+mr\sigma_{A \times C}^2+mnr\sigma_A^2{}'$	$MS_A/MS_{A \times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A \times B \times C}^2+mr\sigma_{A \times C}^2+\boxed{mnr\sigma_A^2}^*$	$MS_A/MS_{A \times C}$
F	B	MS_B	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B \times C}^2+lnr\sigma_B^2{}'$	$MS_B/MS_{B \times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A \times B \times C}^2+lr\sigma_{B \times C}^2+\boxed{lnr\sigma_B^2}^*$	$MS_B/MS_{B \times C}$
R	C	MS_C	$\sigma_E^2+lmr\sigma_C^2$	MS_C/MS_E	$\sigma_E^2+r\sigma_{A \times B \times C}^2+mr\sigma_{A \times C}^2+lr\sigma_{B \times C}^2+lmr\sigma_C^2$	근사검정
F	$A \times B$	$MS_{A \times B}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A \times B \times C}^2+nr\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B}/MS_{A \times B \times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A \times B \times C}^2+\boxed{nr\sigma_{A \times B}^2}^*$	$MS_{A \times B}/MS_{A \times B \times C}$
R	$A \times C$	$MS_{A \times C}$	$\sigma_E^2+mr\sigma_{A \times C}^2{}'$	$MS_{A \times C}/MS_E$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A \times B \times C}^2+mr\sigma_{A \times C}^2$	$MS_{A \times C}/MS_{A \times B \times C}$
R	$B \times C$	$MS_{B \times C}$	$\sigma_E^2+lr\sigma_{B \times C}^2$	$MS_{B \times C}/MS_E$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A \times B \times C}^2+lr\sigma_{B \times C}^2$	$MS_{B \times C}/MS_{A \times B \times C}$
R	$A \times B \times C$	$MS_{A \times B \times C}$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A \times B \times C}^2$	$MS_{B \times C}/MS_E$	$\sigma_E^2+r\sigma_{A \times B \times C}^2$	$MS_{A \times B \times C}/MS_E$
R	E	MS_E	σ_E^2	$MS_{A \times B \times C}/MS_E$	σ_E^2	

* A와 B는 A×B와 연계

4. 결론

본 연구에서는 MSA의 게이지 R&R에서 계측자 정밀도인 재현성, 계측기 정밀도인 반복성, 부품의 정밀도를 구할 수 있는 혼합측정 모형을 제시하였다. 2원, 3원, 혼합측정 모형을 확장하여 교호작용에 제약을 주는 RCM과 제약을 주지 않는 UUM으로 유형화하여 각각 EMS와 P-Value의 F_0공식을 구하는 단계를 제안하였다. 향후 연구로 개발된 측정 모형에 대한 분산성분을 신뢰구간으로 추정하는데 있다.

5. 참 고 문 헌

[1] 최성운, “측정시스템 분석 모형의 고찰 및 새로운 모형의 제안”, 대한안전경영과학회지, 10 (1) (2008) : 191-195.

[2] 새 MINITAB 실무완성, 이레테크, 2005.

[3] Voss D.T., "Resolving the Mixed Models Controversy", The American Statistician, 53 (4) (1999) : 352-356.

[4] Harville D.A, "Alternative Formulations and Procedures for the Two-Way Mixed Model", 34 (1978) : 441-453.

[5] Mclean R.A., Sanders W.L., Stroup W.W., "A Unified Approach to Mixed Liner Models", The American Statistician, 45 (1) (1991) : 54-64.

[6] Schwartz C.J., "The Mixed-Model ANOVA : The Truth, the Computer Packages, the Books Part I : Balanced Data", The American Statistician, 47 (1) (1993) : 48-59.

[7] Davenport J.M., Webster J.J., "A Comparision of Some Approximate F-tests ", 15 (1973) : 779-789.

[8] Hocking R.R., "A Discussion of the Two-Way Mixed Model", The American Statistician, 27 (4) (1973) : 148-152.