원자빔 주파수 표준기 분석도구로서의 정규화 역변환법

Regularized Inverse as a Diagnostic Tool in an Atomic Beam Frequency Standard

박영호, 이수형*, 박상언*, 권택용*, 이호성*, 강훈수
광주과학기술원 고등광기술연구소, *한국표준과학연구원
wavy@gist.ac.kr

열원자빔을 이용한 주파수 표준기의 동작은 램지 신호로부터 원자의 속도분포, 라비 주파수, 공진기 응답함수, 제만 부준위 원자밀도 등의 변수들을 정확히 측정하는 일로부터 시작된다. 원자의 속도분포 $\boldsymbol{\rho}(T)$는 타당하지 않은 역변환 문제(ill-posed inverse problem) $\boldsymbol{S}_i = \Sigma_j \boldsymbol{P}_{ij} \boldsymbol{\rho}_j$의 정규화된 해(regularized solution)이다[1]. 여기서 $\boldsymbol{S}_i = S(\Delta_i)$는 마이크로파 주파수($\Delta_i$)에 따른 램지 스펙트럼을 나타내고, $\boldsymbol{\rho}_j = \rho(T_j)$는 미지수로써 표류 영역을 지나는데 걸린 시간이 T_j인 원자의 밀도를 나타낸다. $\boldsymbol{P}_{ij} = P(b, \Delta_i, T_j)$는 상호작용 영역에서 라비 주파수가 b인 섭동필드를 보는 원자의 전이확률을 나타낸다. 실험적으로 측정된 램지 신호와 정규화된 해로부터 이론적 전이 확률식에 의해 재생된 값 사이의 불일치를 나타내는 지표로써 다음과 같은 양을 정의할 수 있다.

$$V = \| \boldsymbol{S} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{\rho} \|^2 \qquad (1)$$

이와 같은 불일치는 신호 $\boldsymbol{S}$의 측정시 유입되는 백색잡음에 의한 것과 전이확률의 이론식 $\boldsymbol{P}$가 실제와 다른데서 오는 계통 효과, 그리고 라비 주파수 b 값을 정확히 알지 못하는 데서 오는 에러가 포함된다. 선모양이 충분히 부드러우면서 불일치 값 V를 되도록 작게하는 속도분포 $\boldsymbol{\rho}$를 구하는 과정을 정규화 역변환이라 한다. 정규화 역변환법이 원자 주파수 표준기의 신호분석에 처음 이용된 것은 A. Makdissi[2] 등이 라비주파수 값 b가 알려진 경우에 대해 단일 램지 신호로부터 원자의 속도 분포를 구한 것이다. 그러나 이 방법은 b 값을 구하는 과정이 일반적이지 않고 부정확하다는 문제가 있으며 더욱이 타당하지 않은 역변환 문제가 갖는 근본적 약점인 잃어버린 정보 영역의 임의 값 재생으로 인한 오차가 크다는 단점이 있다. 본 연구에서는 A Makdissi의 근본적인 문제점을 개선하기 위해 마이크로파 세기를 달리하여 얻은 두 램지 신호를 이용하였고, 식 (1)에 대해 최적화 (optimization)를 수행함으로써 매우 정확한 라비 주파수를 얻는 방법을 확립하였다.

램지 신호는 다양한 속도의 원자가 만들어내는 간섭 무늬가 합쳐져 있는데, 마이크로파의 세기를 π-pulse로 느끼는 특정 속도의 원자들은 전이확률이 매우 작아 램지 신호에 거의 기여하지 않는다. 따라서 램지 신호에는 해당 속도의 원자들에 대한 밀도 정보가 포함되지 않게 된다. 마이크로파 세기를 달리하는 경우 밀도 정보를 잃게 되는 속도 값이 달라지게되므로 마이크로파 세기를 달리하여 얻은 두 램지 신호를 이용할 경우 모든 속도의 원자 밀도 정보를 얻을 수가 있다. 또한 식 (1)의 불일치 값은 라비 주파수의 최적값 부근에서 2차 함수적으로 커지는 특성을 갖는다. 따라서 b 값을 달리하면서 반복적으로 정규화 역변환을 수행하여 V를 최소화할 경우 매우 정확한 라비 주파수 값을 찾게 된다. 이 방법은 기존에 알려진 라비 주파수 측정법에 비해 약 10배 정도 더 정확하다.

본 연구를 통해 확립된 정규화 역변환법은 표준과학연구원의 광펌핑 원자 주파수 표준기의 신호 분석에 응용되고 있다. 일례로 7개의 제만 스펙트럼 각각에 대해 정규화 역변환을 수행하면 7개의 속도분포 함수와 7개의 라비 주파수 값을 얻을 수 있다. 속도분포 함수의 적분 값들은 각 제만 부준위에 분포하고 있는 원자의 밀도를 나타내는데, 이를 이용하여 중요한 주파수 편이 항목인 라비 당김(Rabi pulling) 편이가 계산된다. 7개의 라비 주파수 값들은 해당 전이선의 전이강도로 나누어주면 마이크로파 진폭에 해당하는 값이 된다. 이를 통해 공진기 내부에 축적되는(build up) 마이크로파의 주파수 응답함수를 얻을 수 있으며, 공진기 당김(cavity pulling) 편이의 계산을 위한 중요 변수로 사용된다. 공진기 응답함수를 얻기 위한 기존의 방법은 ac Zeeman 효과를 이용한 것으로 두 대의 주파수 합성기가 필요하였고, 불확도 평가의 정례화 과정에 포함시키기 어려워 주파수 편이량의 실시간 보정이 불가능하였다. 이밖에도 제 주파수 편이의 불확도에 큰 영향을 미치는 원자 빔 구멍에 분포하는 소멸파에 의한 효과를 정량적으로 분석하고 보정하는 데에도 정규화 역변환법이 이용된다. 그림 1 (a)는 정규화 역변환법을 통해 얻어지는 전형적인 원자의 속도분포를 나타낸다. 실선의 데이터는 소멸파에 의한 효과가 보정되지 않은 경우 얻어지는 분포함수로써 음 값을 갖는 등 선모양에 잘못된 패턴이 나타나 있다. (b)는 소멸파가 미치는 유효 거리 λ를 매개 변수로하여 불일치 값 V의 변화를 측정한 것으로 상호작용 영역의 길이에 1 mm의 추가적인 유효거리를 도입할 경우 불일치가 약 7배 줄어 들며 (a)의 점선 데이터와 같이 매우 안정적인 속도분포 함수가 얻어짐을 확인할 수 있다. 그림 2는 유효거리의 도입으로 2차 도플러 및 공진기 양끝 위상차에 의한 계통 불확도가 획기적으로 감소되고 있음을 나타낸다.

정규화 역변환 방법은 소형 램지 공진기를 이용하는 원자 시계, 예를 들면 인공 위성에 탑재되는 우주형 원자 시계 등에서 최적의 성능을 이끌어내기 위한 분석 도구(diagnostic tool)로써 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

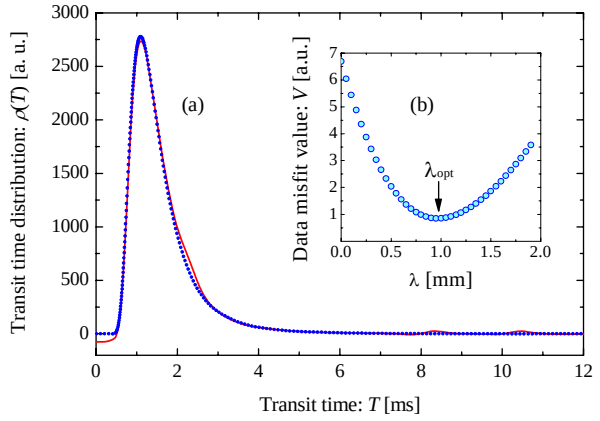

그림 1. (a) 정규화 역변환법에 의해 구해진 원자의 속도분포 함수. 최적의 유효거리가 도입된 경우 잘못된 패턴이 사라진다. (b) 유효거리 입에 따른 불일치 값의 변화.

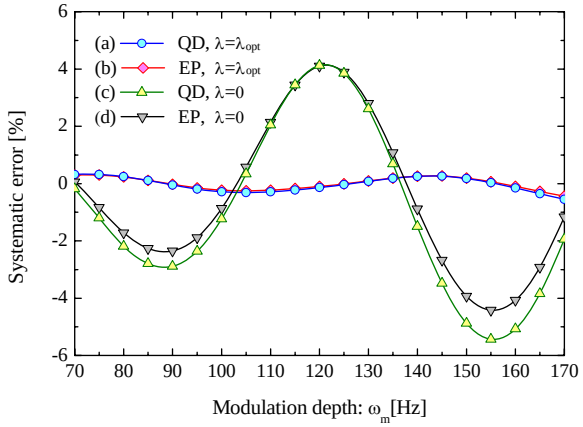

그림 2. 유효거리 도입 전후의 2차 도플러 편이(QD) 및 공진기 위상 편이(EP)의 불확도 변화. 불확도가 약 10배 정도 개선됨.

참고문헌

1. Young-Ho Park, Soo Heyong Lee, Sang Eon Park, Ho Seong Lee, and Taeg Yong Kwon, Appl. Phys. Lett. 90, 174112 (2007).
2. Ala'a Makdissi and Emeric de Clercq, IEEE Trans. Utrason., Ferroelect., Freq. Contr. 44(3), 637 (1997).