

# 인공송신원 전자탐사 자료의 효율적인 3차원 모델링

정용현<sup>1)</sup>, 손정술<sup>2)</sup>, 이태종<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>한국지질자원연구원 지열연구실, [frolo@snu.ac.kr](mailto:frolo@snu.ac.kr)

<sup>2)</sup>한국지질자원연구원 자원탐사개발연구실

## Efficient 3D Modeling of CSEM Data

Yong Hyun Chung<sup>1)</sup>, Jeong-Sul Son<sup>2)</sup>, Tae Jong Lee<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Geothermal Resources Dept., KIGAM

<sup>2)</sup>Exploration Geophysics & Mining Engineering Dept., KIGAM

**요약** : 유한요소법을 이용한 3차원 모델링은 모형에 대한 기하학적 유연성에도 불구하고 대형 연립방정식에 대한 계산이 필요하여 실용성에는 많은 제약이 있었다. 본 연구에서는 최근 컴퓨터와 수치해석기술을 바탕으로 직접해법과 반복해법을 선택적으로 사용한 효율적인 유한요소 3차원 모델링을 구현하였다. 직접해법인 PARDISO는 멀티코어 계산환경에서 병렬 연산을 이용하여 계산속도를 현저히 감소시킬 수 있었고 특히 단일 주파수 다중 송신의 계산에서 최대의 계산효율을 보였다. 소규모 메모리 환경에서는 BiCGSTAB(l)이 다른 반복해법들에 비해 빠르고 안정적으로 수치해를 계산하였다. 효율적인 3차원 모델링은 주어진 문제와 상황에 적합한 해법을 선택적으로 사용함으로써 가능하다. 모델링에는 다양한 형태의 인공송신원이 고려되어 있으며 향후 3차원 역산의 효율적인 엔진으로 활용할 수 있다.

**주요어** : 3차원 전자탐사 모델링, 유한요소법, 병렬연산, PARDISO, BiCGSTAB(l)

**Abstract** : Despite its flexibility to complex geometry, three-dimensional(3D) electromagnetic(EM) modeling schemes using finite element method(FEM) have been faced to practical limitation due to the resulting large system of equations to be solved. An efficient 3D FEM modeling scheme has been developed, which can adopt either direct or iterative solver depending on the problems. The direct solver PARDISO can reduce the computing time remarkably by incorporating parallel computing on multi-core processor systems, which is appropriate for single frequency multi-source configurations. When limited memory, the iterative solver BiCGSTAB(l) can provide fast and stable convergence. Efficient 3D simulations can be performed by choosing an optimum solver depending on the computing environment and the problems to be solved. This modeling includes various types of controlled-sources and can be exploited as an efficient engine for 3D inversion.

**Keywords** : 3D EM modeling, FEM, parallel computing, PARDISO, BiCGSTAB(l)

## 1. 서론

유한요소법은 복잡한 모형을 손쉽게 다룰 수 있는 차별화된 장점에도 불구하고 다른 기법들에 비해 상대적으로 많은 계산시간과 저장용량이 필요해 실용성에는 한계가 있었다. 그러나 컴퓨터 및 주변기술의 지속적인 발달로 64비트 운영체제에서는 과거보다 더 많은 저장용량의 사용이 가능해졌고, 듀얼코어, 쿼드코어 등 멀티코어 프로세서들이 일반화되면서 하드웨어 벤더들도 병렬처리기법인 OpenMP를 적극적으로 활용한 수치해석 소프트웨어들을 자사의 하드웨어에 최적화된 형태로 제공하고 있다. 슈퍼컴퓨터와 클러스터에서나 사용하던 병렬연산이 이제 고성능의 개인 컴퓨터에서 가능해졌으며 충분한 저장용량을 갖춘 멀티코어 프로세서 시스템에서는 직접해법이 효율적인 수치모델링 수단으로 선택될 수 있다. 단, 저장용량의 문제는 여전히 남아 있어, 경우에 따라 반복해법이 유일한 대안이 된다. 본 연구에서는 유한요소법 수치해 계산을 위한 직접해법과 반복해법을 비교하고, 이들의 적절한 활용을 통하여 다양한 전자탐사에 사용되는 인공송신원에 대응할 수 있는 3차원 모델링 엔진을 구축하고자 하였다.

## 2. 이론

전자탐사의 지배방정식은 전자기장의 기본식인 맥스웰 방정식에서 출발하여, 준정적 근사가 가능한 약  $10^{-3} \sim 10^6$  Hz의 주파수대역에서는 다음과 같이 이차장(secondary field) 미분방정식으로 표현된다.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_s + i\omega\mu\sigma\mathbf{E}_s = -i\omega\mu\Delta\sigma\mathbf{E}_p \quad (1)$$

이차장 미분방정식은 송신원에 의한 배경매질의 반응을 일차장(primary field)으로 분리해 내어 해석적으로 접근하는 방법으로, 모델링의 송신항을 다양한 형태로 일반화하는 게 가능하며, 송신원 부근에 조밀한 격자가 필요하지 않아 저장용량에도 이득이 있다. 수치해석에서는 지층모형을 이산화하여 미분방정식을 근사하는데, 변유한요소법은 이산화에 의해 발생할 수 있는 계산오류를 최소화하도록 형상함수를 정의한 수치해석 방법으로, 절점에 기초한 유한요소법보다 적은 수의 미지수로 대칭인 계수행렬을 조합할 수 있어 직접해법을 적용하기에 유리하다. 한편, 위 방정식은 유일해가 존재하지 않는 것이 오래 전부터 알려져 있으며, 계수행렬 특성에 영향을 많이 받는 반복해법에서는 JACOBI, SSOR, ILU(k), ILUT와 같이 계수행렬의 특성을 개선하기 위한 전처리기법을 사용하고, 직접해법에서는 LU, LDL, LDL<sup>T</sup>, Cholesky 등으로 계수행렬을 직접 분해(factorization)하여 수치해를 계산한다.

## 3 결과 및 토의

수치모델링에 사용된 PC의 사양은 Table 1에 기술한 바와 같다. 2개의 쿼드코어 프로세서가 탑재되어 물리적으로 8개의 스레드(thread)를 동시 사용할 수 있으며, 저장용량은 최대 72GB의 사용이 가능하다. 인텔사에서 제공하는 MKL(Math Kernel Library)을 이용하면 멀티스레딩을 이용한 병렬연산이 가능하다. 직접해법은 MKL에 포함된 PARDISO(Schenk and Gartner, 2004)를 사용하였다. 직접해법의 연산과정은 Table 2와 같이 세 부분으로 나뉘는데, 계수행렬을 분해하는 과정에서 대부분의 연산시간이 소요된다. 멀티스레딩에 의한 병렬연산의 효과도 여기서 뚜렷이 나타나며, 8개의 스레드를 동시 사용하는 경우 스레드를 1개만 사용했을 때에 비해 약 4배 이상의 신속한 연산이 이루어졌다. 이러한 병렬연산의 속도향상은 스레드수와 정비례하지는 않으며 Fig. 1의 (a)에 나타나는 바와 같이 향상도는

쓰레드 증가에 따라 점차 완만해진다. Fig 1의 (b)에는 미지수의 개수(DOF: Degree Of Freedom)에 대한 PARDISO의 성능을 나타낸다. 그림과 같이 미지수 증가는 연산에 사용되는 저장용량을 쓰레드와 무관하게 증가시키며, 반면 멀티쓰레딩의 효과는 더욱 배가된다.  $10^6$ 개 미지수에서 저장용량은 약 17~17.5GB로 늘어나지만, 멀티쓰레딩 효과는 수치해의 계산을 10분 이내로 단축시킨다. 직접해법의 저장용량 사용은 계수행렬을 분해해서 저장하는 데서 기인하는데 계수행렬과 벡터의 곱만이 필요한 반복해법과 크게 비교된다. 직접해법이 최대효율을 발휘하는 것은 선형방정식의 우변항이 여러 개 존재하는 경우로 후퇴대입만으로 즉각적인 추가계산이 반복적으로 가능하다. 즉, 다수의 송신지점을 사용하거나 형태가 다른 송신원을 여러 개 사용하는 경우에는 직접해법이 적합하다. 그러나 직접해법은 계산 시스템의 저장용량에 의해 그 사용이 제한되므로 저장용량이 소규모인 경우에는 반복해법의 이용이 필요하다. 지금까지 신속하고 안정적인 수렴을 위해 다양한 반복해법과 전처리기법들이 연구되어 왔는데(Saad and van der Vorst, 2000), 문제에 따라 적합한 전처리기법과 반복해법을 찾는 비교과정이 필요하다. Fig. 2에 도시한 바와 같이 BiCGSTAB(l)(Sleijpen and Fokkema, 1993)은 다른 반복해법들에 비해 안정적인 수렴양상을 보이며 PARDISO와 함께 상황에 맞춰 선택적으로 적용하기에 적합하였다. 모델링의 검증을 위해 Fig. 3과 같이 Um and Alumbaugh(2007)의 연구에 사용된 3차원 저류층 모형에 대해 적용한 결과, Um 등의 연구결과에서와 같이 대기과 해수층에서 차이를 보이는 전류밀도 거동을 확인할 수 있었다. Fig. 4는  $100\Omega\text{m}$ 의 지중에  $400\text{m}\times 400\text{m}\times 400\text{m}$  규모의  $10\Omega\text{m}$  전도체가 존재하는 경우 다양한 송신원으로부터 야기된 이차 자기장의 분포를 이상체의 중심을 지나는 단면에서의 벡터선도로 비교한 것이다. 직접해법을 이용하면 이처럼 다양한 송신원의 반응을 단 한번의 행렬분해로 계산할 수 있어서 사전정보로부터 구성된 지질모델에 대해 탐사를 설계할 때 효율적일 것이다. 또한 상반성을 이용한 역산계산에서 특히 유용한 엔진으로 사용될 수 있다.

## 감사의 글

이 연구는 한국지질자원연구원 기본사업, “저온 지열 열병합 발전에 활용가능한 심부 지열 수 자원 확보 기술 개발 사업”의 지원을 받아 수행되었다.

## 참고문헌

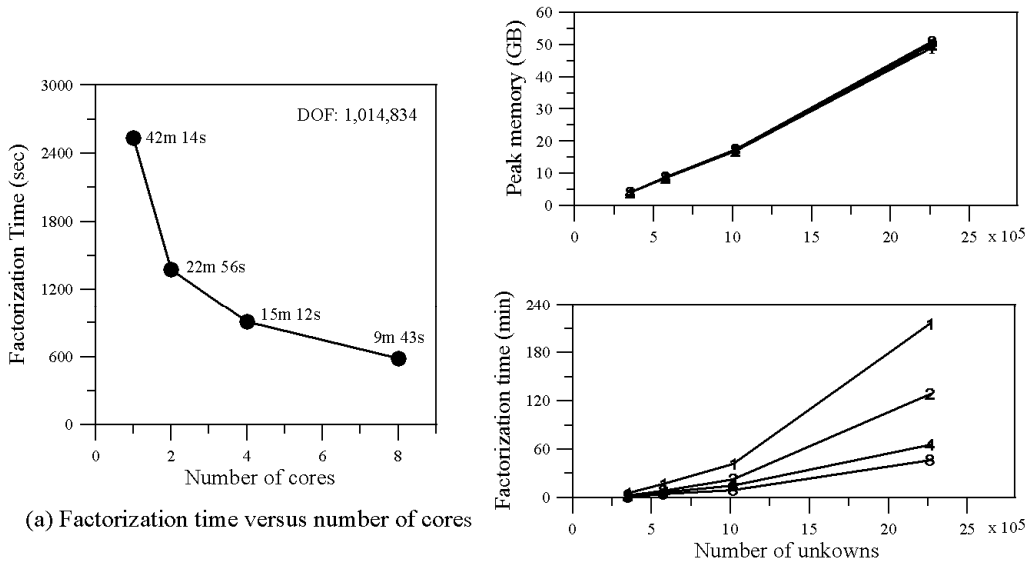
- Saad, Y., and H. A. van der Vorst, 2000, Iterative solution of linear systems in the 20th century, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **123**(1-2), 1-33.
- Schenk, O., and K. Gartner, 2004, Solving unsymmetric sparse systems of linear equations with PARDISO. *Journal of Future Generation Computer Systems*, **20**(3), 475-487.
- Sleijpen, G. L. G. and Fokkema, D. R., 1993, BiCGSTAB(l) for linear matrices involving nonsymmetric matrices with complex spectrum: *ETNA*, **1**, 11-32.
- Um, E. S., and D. L. Alumbaugh, 2007, On the physics of the marine controlled-source electromagnetic method, *Geophysics*, **72**(2), WA13-WA26.

Table 1. Hardware configuration

|                  |                              |
|------------------|------------------------------|
| Processor        | Intel® Xeon® Processor X5550 |
| No of cores      | 8 (Quad Core × 2)            |
| CPU Speed        | 2.66 GHz                     |
| Bus Speed        | 6.4 GT/s                     |
| RAM              | 72 GB                        |
| Operating System | Windows XP Professional X64  |

Table 2. Break-up of solver execution time

| Remark                              | Threads |         |        |        |
|-------------------------------------|---------|---------|--------|--------|
|                                     | 1       | 2       | 4      | 8      |
| Reordering & Symbolic Factorization | 21.46   | 20.00   | 19.29  | 19.06  |
| Factorization                       | 2533.77 | 1375.56 | 912.36 | 583.03 |
| Back Substitution                   | 7.87    | 7.71    | 7.80   | 7.54   |



(b) Memory(top) and time(bottom) for a single solution

Fig. 1. Performance of the PARDISO.

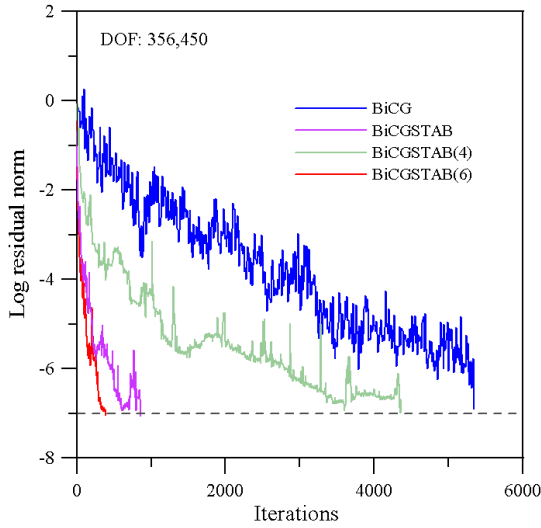


Fig. 2. Convergence behavior of iterative solvers.

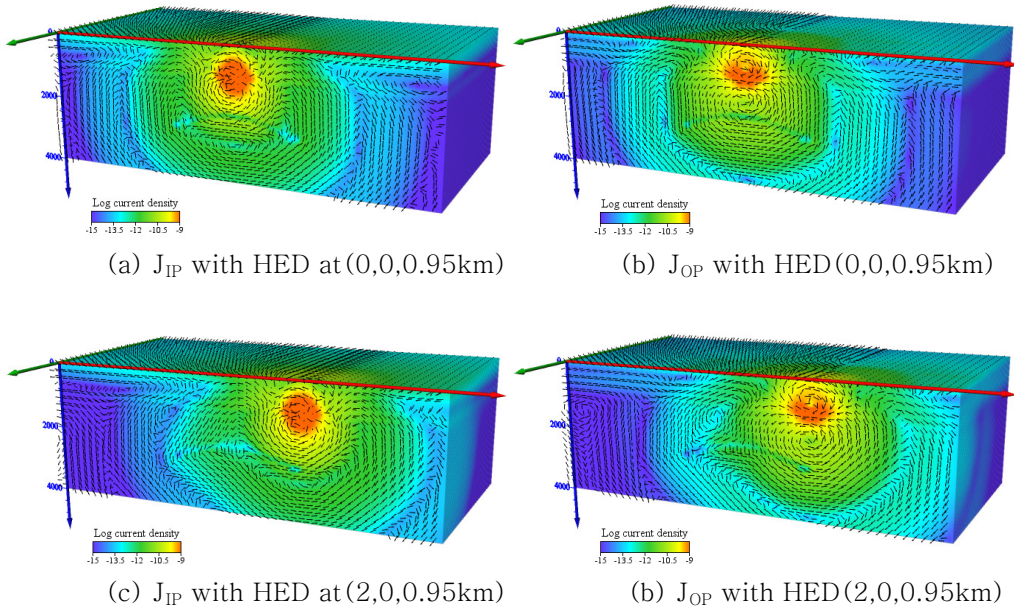


Fig. 3. Total current density vector plots per the unit-source moment in the background and 3D reservoir models. A 0.63 Hz source is employed. Scale is in  $\text{Log}_{10}(\text{A}/\text{m}^2)$

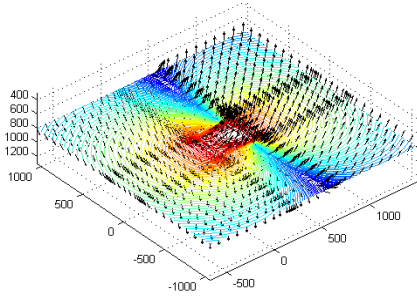
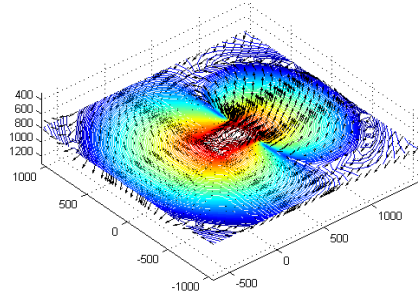
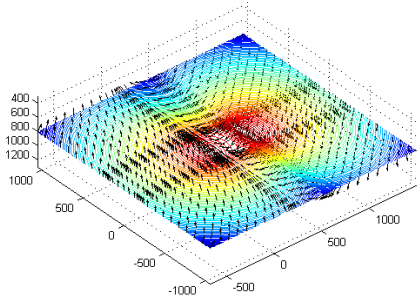
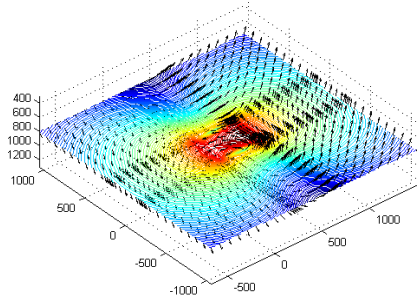
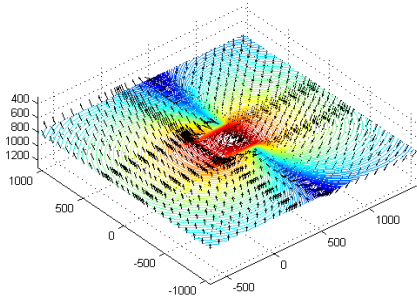
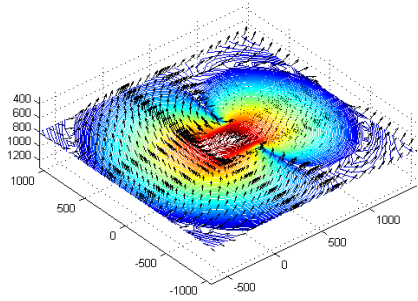
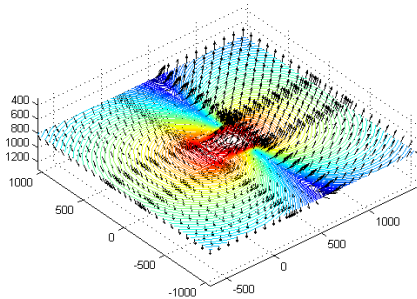
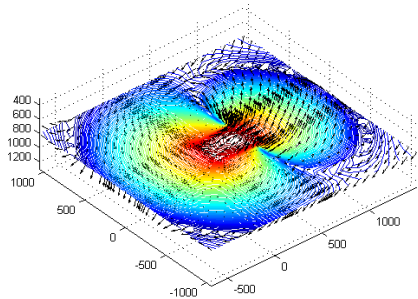
(a)  $H_{IP}^S$  with VMD at (800,0,0)(b)  $H_{OP}^S$  with VMD at (800,0,0)(c)  $H_{IP}^S$  with HEB(100m along Y)(d)  $H_{OP}^S$  with HEB(100m along Y)(e)  $H_{IP}^S$  with HRL centered at (800,0,0)(f)  $H_{OP}^S$  with HRL centered at (800,0,0)(g)  $H_{IP}^S$  with HCL centered at (800,0,0)(h)  $H_{OP}^S$  with HCL centered at (800,0,0)

Fig. 4. Secondary magnetic field associated with a  $10 \Omega m$  block in a  $100 \Omega m$  halfspace. Scale is in  $\text{Log}_{10}(\text{A/m})$ .