

# 모터 파라미터 변화에 대한 최대의 안정성을 가진 PI 제어기 설계

류지열\*·노석호\*\*

부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부\*, 안동대학교 전자공학과\*\*

## 요 약

본 논문에서는 디커플링 제어를 적용함으로써 간략화된 모터 모델의 파라미터 변화에 대해 최대의 안정성을 가진 PI 제어기를 제안한다. PI 제어기 이득은 시행착오에 의해 각 요소를 줄임으로써 모터 파라미터로부터 직접 획득되며, 카리토노브 방정식은 모터 파라미터에서의 이득 변화를 평가하기 위해 사용되었다. 시스템 극점이 같은 위치에 존재하기 때문에 본 논문에서 제안하는 방법은 빠른 응답을 제공한다.

## I. 서 론

일반적으로 전동기 구동시스템의 경우 위치, 속도, 전류 제어 순의 직렬 구조를 가진다[1]. 따라서 고성능 구동시스템의 경우 최하위 제어기인 전류 제어기의 빠른 전류응답과 전류제한 특성에 따라서 전체 시스템의 성능이 결정된다.

전류제어기로는 다변수상태귀환 제어기[2], 예측 제어기[3], 신경망과 퍼지제어 알고리즘 제어기[4] 및 동기 좌표계 PI 제어기[5] 등이 있다. 먼저 상태귀환 제어기, 예측제어기 및 퍼지제어기의 경우 제어기에 사용되는 알고리즘이 복잡하여 구현이 어렵고 계산이 복잡하며 동기 좌표계 PI 제어의 경우 유도 전동기 및 동기전동기에 존재하는 상호 결합 성분 때문에 제어기 이득결정에 많은 시행오차가 발생한다. 따라서 본 논문에서는 비 간섭제어기[6]를 이용하여 상호 결합 보상을 통해 간략화 시킨 전동기 등가 모델을 사용하여 구현이 간단한 PI 제어기의 이득 설계방법을 제안한다. 제안한 PI 제어기의 이득은 안정도 최대화방법을 이용하여 전동기 상수로부터 직접 구하였기 때문에 이득 결정에 따르는 시행착오를 근본적으로 줄이거나 제거할 수 있는 장점이 있다.

## II. 비간섭 제어기를 가지는 전동기 시스템

### 1. 유도전동기

유도 전동기 동기좌표계 전압방정식은

$$V_{ds}^e = \left( r_s + r_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{ds}^e + \sigma L_s \frac{di_{ds}^e}{dt} - r_r \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr}^e - \omega_e \sigma L_s i_{qs}^e - \omega_r \frac{L_m}{L_r} \lambda_{qr}^e \quad (1)$$

$$V_{qs}^e = \left( r_s + r_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{qs}^e + \sigma L_s \frac{di_{qs}^e}{dt} - r_r \frac{L_m}{L_r} \lambda_{qr}^e + \omega_e \sigma L_s i_{ds}^e + \omega_r \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr}^e \quad (2)$$

로 주어진다. 또, 벡터제어가 정확하게 된다면 즉 동기 좌표계 q축 자속  $\lambda_{qr}^e = 0$  이 되어 식 (1), (2) 는 식(3), (4)로 주어진다.

$$V_{ds}^e = \left( r_s + r_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{ds}^e + \sigma L_s \frac{di_{ds}^e}{dt} - r_r \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr}^e - \omega_e \sigma L_s i_{qs}^e = R_{eq} i_{ds}^e + L_{eq} \frac{di_{ds}^e}{dt} + E_{demf}^e + E_{dcup}^e \quad (3)$$

$$V_{qs}^e = \left( r_s + r_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{qs}^e + \sigma L_s \frac{di_{qs}^e}{dt} + \omega_e \sigma L_s i_{ds}^e + \omega_r \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr}^e = R_{eq} i_{qs}^e + L_{eq} \frac{di_{qs}^e}{dt} + E_{qemf}^e + E_{qcup}^e \quad (4)$$

여기서,  $E_{demf}^e, E_{dcup}^e, E_{qemf}^e, E_{qcup}^e$  는 각각

$$E_{demf}^e = -r_r \left( L_m / L_r \right) \lambda_{dr}^e$$

$$E_{dcup}^e = -\omega_e \sigma L_s i_{qs}^e$$

$$E_{qemf}^e = \omega_r \left( L_m / L_r \right) \lambda_{dr}^e$$

$$E_{qcup}^e = \omega_e \sigma L_s i_{ds}^e$$

로 주어지며, d-q축 역기전력성분과 d-q축 상호결합성분을 의미한다. 식 (1), (2)를 이용하여 유도 전동기의 전류 제어계를 나타내면 그림 1(a)과 같다. 식 (1), (2) 및 그림 1(a)에서의 역기전력 성분과 상호 간섭 성분을 제거하기 위해서 그림 1(b)와 같이 주제어기에 비 간섭제어기를 추가하였다. 그림 1(b)로부터 유도전동기 전체 전달 특성은 식 (5)-(7)과 같다.

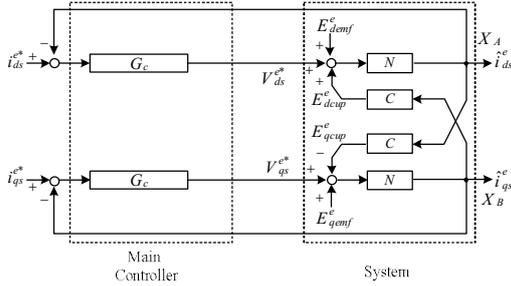
$$\begin{bmatrix} \hat{i}_{ds}^e \\ \hat{i}_{qs}^e \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} g_{dd} & g_{qd} \\ g_{dq} & g_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds}^{e*} \\ i_{qs}^{e*} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\Delta = 1 + \left\{ 2G_c N + (CN)^2 + 2G_c CMN^2 + (G_c NM)^2 \right\} + (G_c N)^2 \quad (6)$$

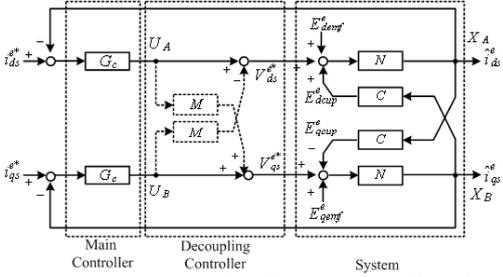
$$\begin{aligned}
 g_{dd} &= G_c N(1 + G_c N + CNM + G_c NM^2) \\
 g_{qd} &= G_c CN^2 - G_c NM \\
 g_{dq} &= G_c NM - G_c CN^2 \\
 g_{qq} &= G_c N(1 + G_c N + CNM + G_c NM^2) \\
 M &= \hat{C}\hat{N}
 \end{aligned} \quad (7)$$

그림 1(b)에서 주 제어기인 PI 제어기를 제외한  $U_A, U_B$  를 입력으로  $X_A, X_B$  를 출력으로 하는 전달 특성은 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned}
 X_A &= (N + CMN^2)U_A + (CN^2 - NM)U_B \\
 X_B &= (NM - CN^2)U_A + (N + CMN^2)U_B
 \end{aligned} \quad (8)$$



(a) 일반적인 전류제어기



(b) 비간섭제어기를 가지는 전류제어기

그림 1. 교류전동기 전류제어 시스템 블록도

식 (8)에서 유도전동기의 상수의 실제 값과 추정된 값이 정확하게 일치하면 즉,  $M = \hat{C}\hat{N} = CN$  이 되어 상호 결합성분이 제거된다. 따라서 식 (5)는 식 (9)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_{ds}^e \\ \hat{i}_{qs}^e \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} g_{dd} & 0 \\ 0 & g_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds}^{e*} \\ i_{qs}^{e*} \end{bmatrix} \quad (9)$$

식 (9)로부터 비 간섭제어기를 추가함으로써 유도전동기 시스템이 2입력 2출력인 다 변수 상호결합 시스템에서 단일 입력 출력 시스템으로 간략화 됨을 알 수 있다. 따라서 유도전동기의 전류 제어제도 직류전동기와 동일하게 설계할 수 있다.

## 2. 동기전동기

동기 전동기의 동기좌표계 전압방정식은

$$\begin{aligned}
 V_{ds}^e &= r_s i_{ds}^e + L_s \frac{di_{ds}^e}{dt} - \omega_e \sigma L_s i_{qs}^e \\
 &= R_{eq} i_{ds}^e + L_{eq} \frac{di_{ds}^e}{dt} + E_{decup}^e
 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 V_{qs}^e &= r_s i_{qs}^e + L_s \frac{di_{qs}^e}{dt} + K_e \omega_e + \omega_e L_s i_{ds}^e \\
 &= R_{eq} i_{qs}^e + L_{eq} \frac{di_{qs}^e}{dt} + E_{qemf}^e + E_{qcup}^e
 \end{aligned} \quad (11)$$

로 주어 진다. 여기서,  $K_e$  는 역기전력 상수이다. 동기 전동기의 경우도 유도전동기와 같이 비간섭제어를 적용시키면 단일 입력 단일 출력 시스템으로 바뀐다.

유도전동기, 동기전동기의 경우 비 간섭제어를 수행하여 모델을 일반화하면 직류 전동기 등가 모델과 같이 저항과 인덕턴스로 구성된 회로와 역기전력으로 표현 할 수 있다.

## III. 안정도 최대화 PI 제어기 이득 설계

그림 2는 간략화 되어진 전동기 구동시스템에 샘플러와 영차 홀드를 포함시킨 전류 제어계의 블록선도를 나타낸다.

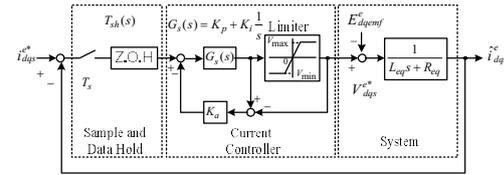


그림 2. 간략화된 전류제어 시스템

리미터(limiter)는 제어기의 출력을 제한하기 위해 사용되고,  $K_a$  는 적분기 포화 방지를 위한 Anti-windup 이득이다. 샘플 및 홀더(sample and data hold)는  $T_{sh}$  로 샘플링 시간이 매우 짧다고 가정하여 영차 홀드를 pade 근사화를 이용하면 식 (12)-(14)로 나타낼 수 있다. 그러므로 개루프 전달 함수 와 폐루프 전달 함수는 각각 식 (15), (16)로 주어진다.

$$e^{-sT_s} = (1 - sT_s/2)/(1 + sT_s/2) \quad (12)$$

$$G_{zoh}(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s} = \frac{2T_s}{sT_s + 2} \quad (13)$$

$$G_{sh}(s) = \frac{2}{sT_s + 2} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 T_{cc}^o(s) &= \frac{K_p s + K_i}{s} \cdot \frac{2}{sT_s + 2} \cdot \frac{1}{L_{eq} s + R_{eq}} \\
 &= \frac{b(K_p s + K_i)}{s(s^2 + a_0 s + a_1)}
 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,

$$\begin{aligned} a_0 &= \left\{ \left( R_{eq}T_s + 2L_{eq} \right) / L_{eq}T_s \right\} \\ a_1 &= \left( 2R_{eq} / L_{eq}T_s \right) \\ b &= \left( 2 / L_{eq}T_s \right) \end{aligned}$$

이다.

$$T_{cc}(s) = \frac{2(K_p s + K_i)}{s(T_s s + 2)(L_{eq} s + R_{eq}) + 2(K_p s + K_i)} \quad (16)$$

식 (16)로부터 특성방정식을 구하면 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned} Q(s) &= s^3 + a_0 s^2 + (a_1 + bK_p)s + bK_i \\ &= c_0 s^3 + c_1 s^2 + c_2 s + c_3 \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,  $c_0 = 1, c_1 = a_0, c_2 = a_1 + bK_p, c_3 = bK_i$  이다.

식 (17)로부터 안정성 최대화되는 PI 제어기 이득을 구하기 위하여  $s = q - \lambda$  를 특성방정식에 대입하여 정리한 새로운 특성방정식은 식 (18)로 표현된다.

$$\begin{aligned} Q_i(q) &= Q(q - \lambda) \\ &= c_0 q^3 + c_1 q^2 + c_2 q + c_3 q = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,  $Q_i(q)$  의 계수는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$c_{kt} = \frac{1}{(n-k)!} \cdot \left. \frac{\partial^{n-k} Q(s)}{\partial s^{n-k}} \right|_{s=-\lambda}, \quad k=0,1,2,\dots,n \quad (19)$$

식 (19)을 이용해서 특성방정식 식 (18)의 계수를 구하면

$$\begin{aligned} c_{3t} &= -3\lambda^3 + a_1 \lambda^2 - (a_2 + b_0 K_p) \lambda + b_0 K_i \\ c_{2t} &= 3\lambda^2 - 2a_1 \lambda + a_2 + b_0 K_p \\ c_{1t} &= -3\lambda + a_1, c_{0t} = 1 \end{aligned} \quad (20)$$

이다. 식 (20)의 계수를 Lienard-Chipart 안정 한계 조건[7]과 Mikhailov필요 안정 한계 조건으로 나타내면 식(21), (22)로 주어진다.

$$\begin{aligned} c_{0t} &= 1 > 0 \\ c_{1t} &= -3\lambda + a_1 \geq 0 \\ c_{2t} &= 3\lambda^2 - 2a_1 \lambda + a_2 + b_0 K_p \geq 0 \\ c_{3t} &= -\lambda^3 + a_1 \lambda^2 - (a_2 + b_0 K_p) \lambda + b_0 K_i \geq 0 \\ \Delta_2 &= c_{1t} c_{2t} - c_{0t} c_{3t} \geq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} Q_i(j\omega) &= -c_{0t} j\omega^3 - c_{1t} \omega^2 + c_{2t} j\omega + c_{3t} \\ &= u_t(\omega) + jv_t(\omega) \\ u_t(\omega) &= -c_{1t} \omega^2 + c_{3t} = 0 \\ v_t(\omega) &= -c_{0t} \omega^3 + c_{2t} \omega = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

마지막으로 등식  $c_{1t} = -3\lambda + a_1 = 0$  이 성립된다고 하면  $\lambda$  가 가능한 안정성도의 최대값  $\lambda_{\max} = (a_1/3)$  을 가지며, 위 두 식 (21), (22)를 정리하면

$$\begin{aligned} c_{3t} &= -\lambda^3 + a_1 \lambda^2 - (a_0 + bK_p) \lambda + bK_i = 0 \\ -c_{0t} \omega^2 + c_{2t} &= -\omega^2 + 3\lambda^2 - 2a_1 \lambda + a_0 + bK_p = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

로 주어진다. 그러므로  $c_{0t} = 1, c_{1t} = 0, c_{3t} = 0, \Delta_2 = c_{1t} c_{2t} - c_{0t} c_{3t} = 0$  이고, 식 (22)과 (23)으로부터  $c_{2t} = \omega^2 \geq 0$  이기 때문에 Lienard-Chipart 안정 한계 조건이 성립된다. 위의 연립방정식을 미지수  $K_p, K_i$  에 대하여  $\lambda = (a_1/3)$  을 고려하여 풀면 구하고자 하는 PI 제어기의 이득은 각각

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{1}{b} \left( \omega^2 + \frac{a_1^2}{3} - a_0 \right) \\ &= \frac{L_{eq} T_s}{2} \left( \omega^2 + \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{R_{eq} T_s + 2L_{eq}}{L_{eq} T_s} \right)^2 - \frac{2R_{eq}}{L_{eq} T_s} \right) \\ K_i &= \frac{a_1}{3b} \left( \omega^2 + \frac{a_1^2}{9} \right) \\ &= \frac{(R_{eq} T_s + 2L_{eq})}{3} \left( \omega^2 + \frac{1}{9} \cdot \left( \frac{R_{eq} T_s + 2L_{eq}}{L_{eq} T_s} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (24)$$

로 주어진다.  $K_p, K_i$  값을 특성 방정식에 대입하면 설계한 제어계의 특성방정식은

$$Q(s) = Q_a(s) \cdot Q_b(s) \quad (25)$$

이다. 여기서,

$$\begin{aligned} Q_a(s) &= s + \frac{1}{3} \frac{R_{eq} T_s + 2L_{eq}}{L_{eq} T_s} \\ Q_b(s) &= \left( s + \frac{1}{3} \frac{R_{eq} T_s + 2L_{eq}}{L_{eq} T_s} \right)^2 + \omega^2 \end{aligned}$$

이다. 또,  $\omega$  는 임의로 정할 수 있는 매개변수이고 진동성 지표  $\mu$  에 정비례 하며,  $\left\{ \left( a_1^2/3 \right) - a_2 \right\} > 0$  이 성립될 때  $\omega = 0$  놓으면 진동성 지표  $\mu = 0$  으로 설정된다. 이 경우 특성 방정식의 모든 근이 일치하고 전달함수는

$$T_{cc}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (26)$$

이다. 여기서,

$$\begin{aligned} N(s) &= \frac{2}{L_{eq} T_s} \left[ \left( \frac{1}{6} \cdot \left( \frac{R_{eq} T_s + 2L_{eq}}{L_{eq} T_s} \right)^2 - R_{eq} \right) s + \frac{1}{27} \cdot \left( \frac{R_{eq} T_s + 2L_{eq}}{L_{eq} T_s} \right)^3 \right] \\ D(s) &= \left[ s + \frac{1}{3} \left( \frac{R_{eq} T_s + 2L_{eq}}{L_{eq} T_s} \right) \right]^3 \end{aligned}$$

이다. 따라서 시스템의 극점이 일치하게 되어 빠른 응답 특성을 갖는 안정도 최대화 PI 제어기의 이득이 설계된다.

#### IV. 결과 및 고찰

본 논문에서의 모의 실험은 두 가지 단계로 구분하여 실시한다. 첫 번째는 비간섭제어기의 유용성 및 제한한 PI 제어기이득의 타당성을 확인하기 위한 실험이며, 다음은 파라미터 변화에 대한 안정성에 대한 실험이다. 먼저 제한한 비-간섭제

