

# 제어모멘트자이로용 모멘텀휠의 동역학모델링과 진동분석

박종오\*, 명현삼\*\*, 이현재\*\*, 방효충\*\*, 추연규\*\*\*

\*동아대학교, \*\*한국과학기술원, \*\*\*진주산업대학교

Dynamics Modeling and Vibration Analysis of Momentum Wheel for the Control Moment

Gyros

Jongoh Park\*, Hyunsam Myung\*\*, Henzeh Lee\*\*, Hyochoong Bang\*\*, \*\*\*Yeongyu Choo

\*Dong-A University, \*\*KAIST, \*\*\*Jinju National University

E-mail : g9672291@donga.ac.kr

## 요 약

우주비행체의 정밀 자세제어에 있어서 자세지향 및 안정성을 저해하는 구동기 교란의 효과는 매우 중요한 요소 중 하나라 할 수 있다. 최근 CMG는 그 구조의 복잡성에도 불구하고 반작용휠에 비교할 때 고효율·저중량이라는 장점에 근거하여 인공위성의 차세대 구동기로 많은 연구가 진행되고 있다. 정밀자세제어가 요구되는 인공위성의 구동기로 이용되기 위해서는 CMG가 위성 동체에 주게 될 교란력의 특성을 파악하는 것이 필수적이다. 본 논문에서는 CMG의 교란토크 및 교란력을 분석하기 위해 정적·동적 불균형을 가정하고, 라그랑지안 방법을 이용하여 해석적 모델을 유도하고 휠을 제작하여 진동을 분석하였다.

## ABSTRACT

Actuator-induced disturbance is one of the crucial factors of spacecraft attitude pointing and stability in fine attitude control problems. The control moment gyros (CMGs) are known as very attractive actuators from the point of high power and low weight. In order to develop a CMG as an actuator for fine controls, CMG-induced disturbances should be analyzed. Therefore, this paper aims to develop an analytic model and predict the effect of disturbances of CMGs by assuming static and dynamic imbalances. The proposed model is induced by the Lagrangian method on the basis of the small signal assumption. In this research, mechanical system of the CMG is designed and the main components of CMG are produced.

## 키워드

반작용휠, 교란토크, Control Moment Gyros, Analytic Modeling

## 1. 서 론

우주비행체의 다양한 임무를 위해서는 빠른 자세기동과 정밀자세제어를 필요로 한다. 이를 위해 최근 고효율의 대용량의 토크를 발생시킬 수 있는 제어모멘트자이로(Control Moment Gyros: CMGs) 구동기가 개발되어 사용되고 있다. 인공위성의 자세지향 및 안정성은 고해상도의 영상획득 및 3차원 지도제작 등을 요구하는 임무일수록 그 중요성이 커진다. 인공위성의 자세지향 성능을 결정하는 많은 오차요인들 중 자세제어용 구동기에 의한 외란은 고성능 위성에서 가장 중요한 문제라고 할 수 있다.

CMG는 고속으로 회전하는 휠에 짐벌을 결합

하고 짐벌의 각속도를 제어함으로써 휠의 각모멘텀과 짐벌 각속도에 비례하는 출력토크를 생성하는 구동기이다. CMG는 동일한 소모전력과 부피로 더 큰 출력토크를 얻을 수 있다는 점에서 반작용휠을 대체할 제어수단이 되고 있다.[1-2]

그러나 이러한 장점에도 불구하고 특이점(Singularity) 문제와 모멘텀휠의 진동 유발 저감에 따라 성능이 크게 영향을 받는다. 따라서 본 연구에서는 모멘텀휠의 진동 유발 원인과 해결방안을 얻기 위해 설계 과정에서 정밀모델링을 통하여 모멘텀휠에서 발생하는 교란력과 교란토크에 대한 실험적 및 해석적 분석을 수행하였다.

모멘텀휠은 성형과정 및 장착과정 등에서 정적 및 동적 불균형이 발생하게 된다. 정적 불균형은

질량중심의 위치가 기하학적 중심과 다름을 의미하고, 동적 불균형은 주축에 대한 관성모멘트가 휠의 회전축에 대하여 비대칭임을 의미한다. 정적 및 동적 불균형을 포함하는 휠이 고속으로 회전하면 이러한 불균형에 의하여 교란력과 교란토크가 발생하게 된다. 고속으로 회전하는 휠이 짐벌축에 대하여 회전하므로 교란력이 동체에 미치는 영향은 짐벌과 휠의 회전속도에 따라 다르다. 균형 잡힌 이상적인 휠의 경우 회전축과 베어링의 유연성을 선형 스프링과 댐퍼로 대신 할 수 있으며, 라그랑지(Lagrange) 방법을 이용하여 전체 시스템의 운동방정식을 유도할 수 있다.[3]

## II. 본 론

이상적인 휠에 진동 및 회전이 없는 경우 관성좌표계가 짐벌축과 휠 회전축, 그리고 두 축에 수직인 축으로 관성좌표계가 놓인다고 가정하자. 휠의 회전축인 Z축 방향의 휠의 회전속도를  $\Omega$ 라 하고 이 값은 일정하다. 짐벌제어모터에 의해 짐벌회전 토크가 인가되면 짐벌축인 Y축 방향으로  $\dot{\gamma}(t)$ 의 회전이 이루어진다. 그림 1은 CMG의 형상 및 관성좌표계를 나타낸 것이다.

관성좌표계 XYZ에서 짐벌 축에 대한 회전  $\gamma$ 에 의해 변환된 좌표계를 X'Y'Z'이라 한다. 휠은 짐벌의 회전  $\gamma$ 와 관계없이 짐벌에 대하여 반경 방향으로 2개의 회전자유도를 갖는다. 반면 회전축 방향은 휠 회전속도  $\Omega$ 로 고정된다.

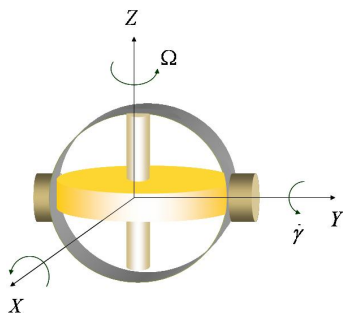


그림 1. CMG 형상 및 관성좌표계

따라서 X'Y'Z' 좌표계로부터 2-1-3 오일러(Euler) 회전에 의한 좌표변환을 고려할 수 있다. 2축(Y')에 대하여 각  $\phi$  만큼 회전한 좌표계를 abc, 1축(a)에 대하여 각  $\theta$  만큼 회전한 좌표계를 x'y'z'이라 정의하고, 3축(z')에 대하여  $\psi$  만큼 회전하여 휠고정 좌표계 xyz로 변환된다고

하면, 휠의 회전속도  $\Omega = \dot{\psi}$ 이 된다.[4]

### 2.1 휠의 정적·동적 불균형

휠의 기하학적 대칭축인 x'/y'/z'축에 대하여 이상적인 휠의 관성모멘트를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$I_{x'y'z'} = \text{diag}\{I_{rr} \ I_{rr} \ I_{zz}\} \quad (1)$$

짐벌의 관성모멘트는 일반적으로 무시할 수 없는 값을 갖지만, 짐벌의 회전속도인  $\dot{\gamma}$ 이 휠 각 속도에 비해 매우 작으므로 무시될 수 있다고 가정한다. 여기에 축방향에 대한 휠의 진동을 모델링하기 위하여 휠 중심으로부터 거리  $d_k$  및  $d_b$ 에 스프링상수  $k/2$  및 감쇠계수  $b/2$ 의 스프링과 댐퍼 네 개가 각각 그림 2와 같이 대칭으로 놓인다고 가정한다. 이상적인 휠과 달리 실제 휠의 불균형은 휠의 질량중심이 기하학적 중심에서 벗어난 경우와 휠의 관성모멘트에 대한 주축이 기하학적 축인 x'y'z'축에 어긋난 경우이다. 이 특성을 모델링하기 위하여 그림 2와 같이 점질량을 배치하여 동적·정적 불균형을 고찰해보자.

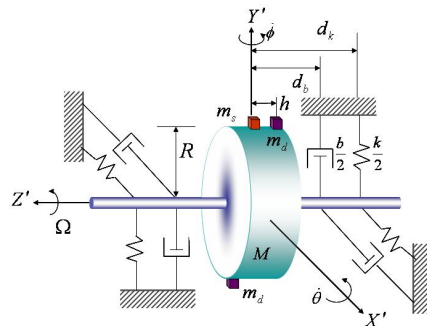


그림 2. 불균형 휠의 등가 해석모델

정적 불균형 점질량  $m_s$ 로 질량중심의 편이를 모델링하고, 두 개의 동적불균형 점질량  $m_d$ 는 그림 2와 같이 원점에 대칭으로 배치하여 관성모멘트의 불균형을 모델링한다. 본 연구에서는 실제 질량중심이 x'y' 평면에 존재한다고 가정하였다.

### 2.2 CMG 운동방정식 유도

라그랑지 에너지방법을 이용하여 불균형 휠이 갖는 질량중심의 편이와 반경방향 회전을 일반화 좌표로서  $q = \{x, y, \theta, \phi\}^T$ 라 정의하여 유도한다. 라그랑지안(Lagrangian)은 일반화 좌표  $q$ 로 다음과 같이 정의되어지며,

$$L(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, t) = T - V \quad (2)$$

라그랑지 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\delta W}{\delta q_i}, \quad i=1, \dots, 4 \quad (3)$$

짐벌의 질량을 무시할 수 있다고 가정할 때, 불균형이 존재하지 않는 이상적인 휠을 고려하면,  $x'y'z'$  좌표계로 표현한 관성좌표계에 대한 휠의 회전속도와 휠 질량중심의 병진운동 속도는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\omega_{x'y'z'} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ (\dot{\phi} + \dot{\gamma}) \cos \theta \\ \Omega - (\dot{\phi} + \dot{\gamma}) \sin \theta \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$v_{x'y'z'} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ -\dot{\gamma}x \end{Bmatrix} \quad (5)$$

휠의 질량을  $M$ 이라 하면 균형 휠의 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_w = \frac{1}{2} \omega^T I \omega + \frac{1}{2} M v^T v \quad (6)$$

그림 2에서 고속으로 회전하는 휠의 뒤틀림에 의해 스프링에 저장되는 위치에너지와 댐퍼에 의해 가해진 일을 고려하여야 한다.[3] 이 에너지는 휠과 짐벌의 상대운동을 의미하므로, 짐벌의 회전 속도와는 무관한 양을 갖게 된다. 위치에너지와 일은 각각 식(7-8)로 표현된다.

$$V = k/2 \{ d_k^2 (\sin^2 \theta + \sin^2 \phi) + x^2 + y^2 \} \quad (7)$$

$$\delta W = -b [\dot{\gamma} \delta y + \dot{x} \delta x + d_c^2 (\dot{\theta} c^2 \theta \delta \theta + \dot{\phi} c^2 \phi \delta \phi)] \quad (8)$$

균형휠 모델에 대한 라그랑지안은 식(6)과 (7)을 식(2)에 대입하면 다음 식(9)과 같이 나타내어진다.

$$L_w = 1/2 [ (\dot{\theta}^2 + (\dot{\phi} + \dot{\gamma})^2 \cos^2 \theta I_{rr} + (\Omega - (\dot{\phi} + \dot{\gamma}) \sin \theta)^2 I_{zz} + M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)) - k(d_k^2 (\sin^2 \theta + \sin^2 \phi) + x^2 + y^2) ] \quad (9)$$

CMG의 운동방정식을 유도하기 위하여 일반화좌표에 대한 미분방정식인 식(3)을 풀어야 한다. 일반화 좌표  $x, y, \theta, \phi$ 가 작은 값이라 가정하면, 선형화를 통하여 최종적으로 다음과 같이 병진운동 및 회전운동에 대하여 서로 분리된 시변 선형 방정식을 얻을 수 있다.[4]

식(10)와 (11)에 포함된 파라미터들은 각각,

$$M_t = M + m_s + 2m_d, \quad b_\theta = b d_b^2, \quad k_\theta = k d_k^2,$$

$$\tilde{I} = 2m_d r_d^2 + m_s r_s^2, \quad U_s = m_s r_s^2,$$

$$U_d = 2m_d r_d h,$$

$$I_\theta = I_{rr} + 2m_d h^2 + \tilde{I} c^2(\Omega t),$$

$$I_\phi = I_{rr} + 2m_d h^2 + \tilde{I} s^2(\Omega t) \text{ 로 각각 정의된다.}$$

이 중에서  $U_s$ 는 정적 불균형,  $U_d$ 를 동적 불균형이라 부른다. 식 (10)는 질량중심의 병진운동을, 식 (11)은 휠의 회전운동 나타내고 있다. 정적 불균형은 질량중심의 이동을 의미하므로 병진운동을 유발하는 교란력을 발생시키고, 동적 불균형은 관성모멘트의 주축을 변화시키므로, 휠의 부가적인 회전운동을 유발하는 교란토크를 발생시킨다.

$$\begin{bmatrix} M_t & 0 \\ 0 & M_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k - M_t \tilde{\gamma}^2 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_s (\Omega^2 + \tilde{\gamma}^2) s(\Omega t) \\ U_s \Omega^2 c(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} I_\theta & 1/2 \tilde{I} s(2\Omega t) \\ 1/2 \tilde{I} s(2\Omega t) & I_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} \frac{b_\theta}{\Omega} - \tilde{I} s(2\Omega t) & I_{zz} + 2\tilde{I} c^2(\Omega t) \\ -I_{zz} - 2\tilde{I} s^2(\Omega t) & \frac{b_\theta}{\Omega} + \tilde{I} s(2\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\theta - (I_{zz} + \tilde{I} - I_\phi) \tilde{\gamma}^2 & 0 \\ 0 & k_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_d (\Omega^2 - \tilde{\gamma}^2) c(\Omega t) \\ U_d \Omega^2 s(\Omega t) - I_{rr} \ddot{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -I_{zz} \Omega \dot{\gamma} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

식 (11)에서 CMG의 짐벌회전이 진동 유발에 미치는 영향을 살펴보자. 먼저 식 (10)에서와 마찬가지로  $X'$  축 운동방정식의 스프링상수( $k_\theta$ )가 감소됨으로써 두 회전축의 진동주파수가 분리된다. 결과적으로 회전진동의 중심축이 변하게 된다. 우변의 항은 짐벌회전에 의해 위성체에 전달되는 출력토크를 의미한다. CMG 출력토크와 교란토크를 비교하면  $I_{zz}$ 는 휠 회전속도와 짐벌회전속도 곱에 비례하여 출력 토크를 생성하는 반면 동적 불균형  $U_d$ 는  $\Omega^2$ 에 비례하여 교란토크를 만들어내므로  $\Omega$ 에 비례하여 교란토크와 출력토크의 비가 증가하게 된다. 미소불균형이 존재하더라도 출력 토크 생성을 위한 동작 시에는 그 영향이 더 크게 나타나게 됨을 예측할 수 있다.

### 2.3 CMG의 밸런싱 및 진동분석

CMG의 동역학모델링과 진동에 대한 실험과 분석을 위해 표 1과 같은 특성을 지닌 CMG를 설계·제작하였다. 그리고 밸런싱 장비를 이용하여  $m_s$ ,  $m_d$ 를 표 1과 같이 밸런싱하였다. 그리고 짐벌축의 Misalignment는 0.05 mm이내이다.

표 1. 정적·동적 불균형을 포함하는 제작된 CMG의 휠 모델

파라미터	수치	파라미터	수치
$M_t$	2.9 kg	$k$	21.7 N/μm
$R$	12.1 cm	$d_k$	2.37 cm
$r_s$	12.1 cm	$b$	5067 kg/s
$r_d$	12.1 cm	$d_b$	2.37 cm
$h$	4.0 cm	$U_s$	0.12 gcm
$m_s$	0.01 g	$U_d$	2.90 gcm <sup>2</sup>
$m_d$	0.03 g	재질	AL7075

그림 3은 제작된 CMG의 실물사진이다. 부식방지를 위하여 Anodizing처리를 하였다.

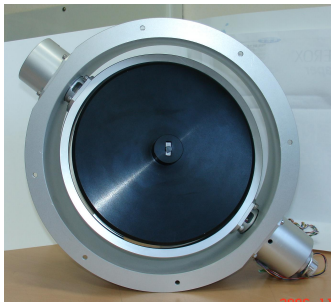


그림 3. 제작된 CMG의 형상

그림 4는 밸런싱 이후의 모멘텀휠의 회전속도 2,100 rpm에 대한 FFT 진동분석파형이다. 밸런싱 이전의 1차 진동의 크기는 8.4mm/s 이었으며, 밸런싱 이후의 크기는 0.1mm/s로 크게 개선되었다. 이는 밸런싱 이전 0.64g의 동적불균형 미소질량이 큰 교란토크를 유발시킴을 알 수있다. 그림 5 및 6은 모멘텀휠의 x 반경방향에 대한 교란력과 교란토크를 나타낸 것이다.

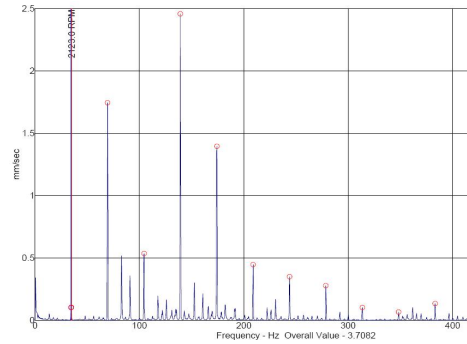


그림 4. 밸런싱 후의 휠의 진동 FFT

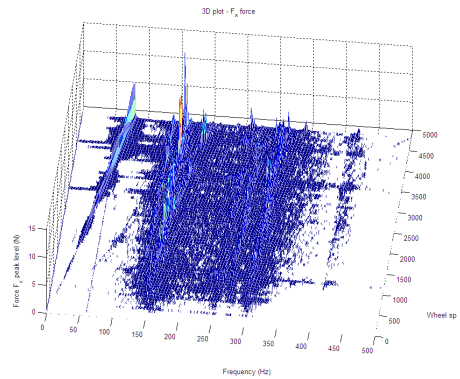


그림 5. 모멘텀휠의 x반경방향 교란력

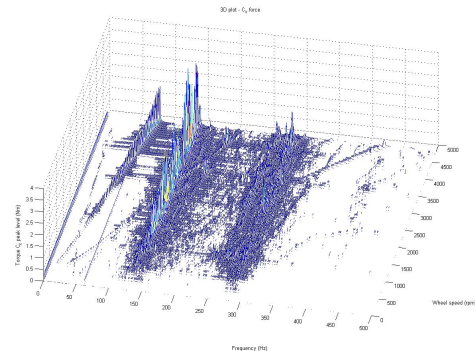


그림 6. 모멘텀휠의 x반경방향 교란토크

### III. 결 론

본 연구에서는 우주비행체가 CMG를 구동기로 이용하는 경우, CMG 휠의 정적 및 동적 불균형, 휠의 회전, 짐벌의 회전속도 등이 교란토크 발생에 주는 영향에 대한 해석적 모델링과 제작된 CMG의 모멘텀휠에 대한진동분석을 수행하였다. 그 결과 짐벌의 회전은 교란력과 교란토크에 의해 발생하는 병진 및 회전운동의 진동주파수를 분리하는 효과를 야기한다. 또한, 회전속도 제곱

에 비례하는 교란력과 교란토크의 크기를 조절할 수 있음을 유도하고 물리적 의미를 설명하였다. 교란토크와 출력토크의 비가 휠 속도에 비례하여 증가하므로, 고출력을 위하여 CMG 휠의 회전속도를 증가시키는 경우 교란토크는 회전속도 제곱에 비례하여 커지게 됨을 해석적으로 유도하였다. 본 연구의 동역학모델링 결과는 CMG 제작 및 실험을 통하여 검증되고 논의되었다.

## 참고문헌

- [1] Heiberg, C. J., "A Practical Approach to Modeling Single-Gimbal Control Moment Gyroscopes in Agile Spacecraft", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Denver, CO, USA, Aug. 14-17, 2000.
- [2] Lappas, V. J., Steyn, W. H., Underwood, C. I., "Practical Results on the Development of a Control Moment Gyro Based Attitude Control System for Agile Small Satellites", *AIAA/USU Small Satellite Conference*, Logan, Utah, August 12-15, 2002.
- [3] Masterson, R. A., Miller, D. W., and Grogan, R. L., "Development of Empirical and Analytical Reaction Wheel Disturbance Models", *AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*, St. Louis, MO, USA, Apr. 12-15, 1999.
- [4] 명현삼, 이현재, 박종오, 방효충, 오시환, 용기력, "Analytic Modeling of Control Moment Gyros", *한국항공우주학회지*, 제35권 7호, pp. 640-646, 7. 2007.