

# Lyapunov 지수를 이용한 전력 수요 시계열 예측

추연규\* · 박재현\*\* · 김영일\*\*

\*진주산업대학교 전자공학과 · \*\*경상대학교 전자공학과

## Time Series Forecast of Maximum Electrical Power using Lyapunov Exponent

Yeongyu Choo\* · Jae-hyeon Park\*\* · Young-il Kim\*\*

\*Jinju National University · \*\*Kyungsang National University

E-mail : ygchhoo@jinju.ac.kr

### 요 약

비선형 동력학 시스템으로 구성된 전력 수요의 시계열 데이터를 예측하기 위해 적용된 신경망 및 퍼지 적응 알고리즘 등은 예측오차가 상대적으로 크게 나타났다. 이는 전력수요 시계열 데이터가 가지고 있는 카오스적인 성질에 기인하며 이 중 초기값에 민감한 의존성은 장기적인 예측을 더욱더 어렵게 하는 요인으로 작용한다. 전력수요 시계열 데이터가 가지고 있는 카오스적인 성질을 정량 및 정성적인 방식으로 분석을 수행하고, 시스템 동력학적 특성의 정량분석에 이용되는 Lyapunov 지수를 이용하여 어트랙터 재구성, 다차원 카오스 시계열 데이터를 예측하는 방식으로 수요예측 시뮬레이션을 수행하고 결과를 비교 평가하여 기존 제안방식보다 실용적이며 효과적임을 확인한다.

### ABSTRACT

Generally the neural network and the fuzzy compensative algorithm are applied to forecast the time series for power demand with a characteristic of non-linear dynamic system, but it has a few prediction errors relatively. It also makes long term forecast difficult for sensitivity on the initial condition. On this paper, we evaluate the chaotic characteristic of electrical power demand with analysis methods of qualitative and quantitative and perform a forecast simulation of electrical power demand in regular sequence, attractor reconstruction, time series forecast for multi dimension using Lyapunov exponent quantitatively. We compare simulated results with the previous method and verify that the purpose one being more practice and effective than it.

### 키워드

Chaos, Lyapunov Exponent, Time Series, Electrical Power Demand, Forecast

## 1. 서 론

현대산업사회의 발전과 생활방식의 향상에 따라 전력수요 및 공급에 대한 인식이 점차 강조되고 있다. 에너지 절약 및 환경보존과 밀접한 관련이 있는 전력공급은 정확한 수요예측을 통해서 안정적인 공급이 가능하다.<sup>1)</sup>

전력수요예측은 생산과 소비가 동시에 이루어지는 특징으로 인하여 실시간으로 변화하는 전력수요에 지속적이고 안정적 공급이 이루어질 수 있도록 정확한 운용을 필요로 한다. 특히 전력수요 단기에측은 시간대별 사용자 수요를 고려하여

전력설비운용계획과 발전계획을 기초로 하고 있으며 이전부터 시계열 분석방법, 회귀분석법, 신경망 분석방법 등이 적용되어져 왔다. 정확한 예측이 어려운 전력수요의 비선형적인 특성은 카오스 이론적인 접근을 통해 카오스적인 성질을 가지고 있는 것으로 확인되었다.<sup>2)</sup>

본 논문에서는 경남 진주지역의 전력수요가 카오스적인 성질을 가지고 있는지 정량 및 정성적인 방식으로 분석을 수행하고 수요 시계열데이터 분석을 통해 획득된 Lyapunov 지수를 이용하여 단기에측을 수행하고 예측결과와 실제 수요간의 오차를 산출하여 기존 방식과 비교 평가한다.

## II. 본 론

### 1) 카오스 신호분석

예측가능한 결정론적 동력학 시스템은 선형적 시스템으로서 규칙 참조에 의해 모든 미래가 현재상태와 유일한 궤도로 대응이 가능하나 카오스 시스템은 연속적이지 못하고 어떤 변화에 대해 불규칙적으로 대응하는 비선형 시스템에 기초를 두고 있다.

이러한 모든 현상은 초기상태의 아주 작은 불확실성도 계속 증폭되면 어느 시간 이후에는 급격한 차이를 보이게 된다는 초기조건에 민감한 의존성에 기인한다. 또한 잡음신호와 유사한 주파수 스펙트럼이 지속적으로 결합된 현상을 보이며, 카오스 특성에 의해 혼합된 동력학적인 궤도가 모든 위상공간에서 나타난 것이 주요 특징이다.

이러한 카오스 특징을 가지는 시스템을 판단하기 위해서 적용하는 방법은 크게 시계열 데이터를 위상공간에서 어트랙터 형태로 표현하여 잡음과 비교평가하거나 파워스펙트럼(power spectrum), 자기상관함수(auto-correlation function)에 의한 정성 분석과 시계열 데이터의 상관차원(correlation dimension) 및 리아푸노프 지수(Lyapunov exponent)에 의한 정량분석 두 가지로 구분한다.

### 2) 어트랙터 재구성과 리아푸노프 지수

카오스 어트랙터를 정량적으로 분석하기 위해 사용하는 리아푸노프 지수는 초기조건에 대한 카오스적인 궤도의 민감성을 측정하는 좋은 도구로 사용된다. 리아푸노프 지수는 위상공간에서 어트랙터가 확장하고 수축하는 과정에서 시스템이 안정화되거나 불안정화되는 정도를 위상수학적 척도로 나타낸다. 양의 값을 가지는 최대 리아푸노프 지수는 위상공간의 궤도가 점차적으로 분리되어 카오스 특성의 존재 가능성을 나타내며, 음의 값을 가지는 최대 리아푸노프 지수는 궤도가 점차적으로 수축되어 소멸하는 경우를 나타낸다. 시계열 데이터로부터 리아푸노프 지수를 구하기 위해서는 시계열 데이터의 어트랙터 재구성(tractor reconstruction)후 최대 리아푸노프 지수를 산출한다.

다차원 동력학시스템의 시계열 데이터로부터 다양한 종류의 동력학 시스템을 규명하거나 잡음을 포함하는 기이한 어트랙터의 존재여부를 수학적으로 접근하기 위해 1980년대 Takens는 어트랙터 재구성과 관련된 수학적 기초를 제공하였다. 기이한 어트랙터를 제공하는 시스템에서 이산 시간적으로 상태변수를 시계열 데이터 형태로 작성한 뒤 시간간격을  $\tau$ 로 하는 벡터를 식 (1)과 같이 작성한다.

$$z_0 = z(0), z_1 = z(\tau), z_2 = z(2\tau), \dots (1)$$

다음 시간지연  $T$ 를 선택하고 식 (2)와 같은 시계열 데이터의 벡터를 작성한다.

$$\begin{pmatrix} z(0), & z(T), & z(2T) \\ z(\tau), & z(\tau + T), & z(\tau + 2T) \\ \vdots \\ z(k\tau), & z(k\tau + T), & z(k\tau + 2T) \end{pmatrix} (2)$$

작성된 벡터를 선분절 연결 형태로 3차원 상공간에 재구성하여 표시하면 다양한 형태의 어트랙터를 획득할 수 있으나 3차원 이상의 고차원 어트랙터는 식 (3)과 같은 벡터를 이용하여 재구성한다.

$$u(t) = (z(t), z(t+T), \dots, z(t+2NT)) (3)$$

여기서  $1+2N$ 을 매입차원(embedding dimension)이라고 하며  $N$ 은 충분히 큰 값을 선택한다. 시간지연  $T$ 의 선택은 임의적으로 적용할 수 있으나 자기상관함수의 형태에 따라 결정하는 방법에 의해 획득된 값을 적용한다.

어트랙터를 재구성한 후 Wolf et al.이 제안한 방법을 이용하여 다음과 같은 과정을 통해 최대 리아푸노프 지수  $\lambda_1$ 를 산출한다.<sup>3)</sup> 이 방법은 선택된 궤적으로부터 이웃궤적의 발산정도를 원궤적과 비교하여 어트랙터 전구간에 걸쳐  $n$ 번 반복 과정을 통해 획득된다. 식 (4)는 임의의 좌표  $t_2 - t_1$ 공간  $D_1$ 에서  $D_2$ 까지 두 개 지점의 발산율을 나타내며, 식 (5)는  $n$ 번 반복과정을 통해 구해진 리아푸노프 지수를 나타낸다.

$$\frac{\log_e(D_2/D_1)}{t_2 - t_1} (4)$$

$$\lambda_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \left[ \left[ \frac{(t_{i+1} - t_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} (t_{i+1} - t_i)} \right] \left[ \frac{\log_e(D_{i+1}/D_i)}{(t_{i+1} - t_i)} \right] \right]}{\sum_{i=1}^{n-1} \log_e(D_{i+1}/D_i)} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \log_e(D_{i+1}/D_i)}{t_n - t_1} (5)$$

### 3) 리아푸노프 지수를 이용한 단기예측

리아푸노프 지수를 이용한 단기예측 수행과정은 다음과 같이 진행된다. 우선 예측대상 시계열 데이터를 매입차원 위상공간에 재구성하고 최대 리아푸노프 지수를 획득한 뒤, 카오스 특성을 고려하여 알려지지 않은 위상공간의 포인트를 계산한다.<sup>4)</sup> 그리고 시간축을 기준으로 예측 위상공간 포인트를 복구하여 시계열 데이터의 예측값을 획득한다. 구체적으로 살펴보면 카오스적인 성질은 가진 시계열 데이터를 식 (6)과 같이 설정한다. 여기서  $N$ 은 시계열 데이터의 길이를 의미한다.

$$x(1), x(2), x(3), \dots, x(N) (6)$$

이미 알려진 시계열 데이터를  $D$ 차원 위상공간으로 시간지연  $T$ 을 이용하여 재구성하면 식

(7)과 같은 위상공간 포인트를 획득할 수 있다.

$$Y(I), I \in [1 [N - (D - 1) T]] \quad (7)$$

이 식을 다시 전개하면 매입 위상공간에서  $N - (D - 1) T$  포인트 또한 획득이 가능하다. 이 포인트를  $Y(N - (D - 1) T)$ 라 하고 가장 인접한 포인트를  $Y(\min\_dist)$ 라고 하며 이 두 포인트 간의 간격을  $Diff_0$ 라고 한다. 이어지는 포인트에서  $Diff_1 / Diff_0$ 가 적은 오차를 가진다고 한다면  $Y(N - (D - 1) T + 1)$ 과  $Y(\min\_dist + 1)$ 의 간격인  $Diff_1$ 은 식 (8)에 이미 계산된 리아푸노프 지수를 이용하여 구할 수 있다. 단, 여기서  $\lambda$ 는 리아푸노프 지수를 의미하며,  $K$ 는  $Diff_0$ 에서  $Diff_1$ 까지의 구간수를 의미한다.

$$Diff_1 = Diff_0 \cdot 2^{K \cdot \lambda} \quad (8)$$

$Y(\min\_dist + 1)$  포인트는 이미 알고 있으므로  $Y(N - (D - 1) T + 1)$ 을 계산을 통해 구한 뒤  $X(N + 1)$  값을 예측할 수 있다. 동일한 방식으로 이후 시계열 데이터 값을 예측할 수 있으며, 보다 더 장기적인 예측은 카오스의 특성과 리아푸노프 지수에 의존적이다.

### III. 실험 및 고찰

#### 1) 진주지역 전력수요 시계열 데이터 분석

본 연구에 사용한 전력수요 시계열 데이터는 경상남도 진주지역에 공급되는 전력수요량을 측정 한 것으로 1998년 1월부터 1998년 12월까지의 시간별 데이터를 가지고 단기예측 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 1은 1998년 진주지역에 공급된 전력수요 시계열 데이터의 일부를 나타낸 것이다.

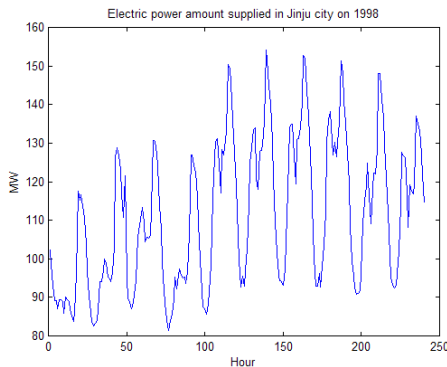


그림 1. 전력수요 시계열 데이터 일부

시계열 데이터를 위상공간에서 어트랙터로 나타내면 그림 2와 같으며 구성형태를 볼 때 주기적인 신호와 구분이 되며 잡음신호에서만 관찰할 수 있는 위상공간 전체에 걸친 임의적 분포는 관찰할 수 없다.

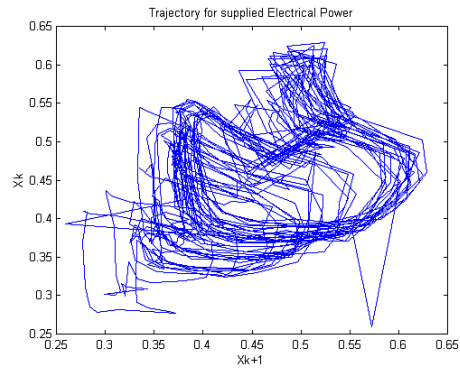


그림 2. 시계열 데이터의 위상공간 궤적 표현

시계열 데이터가 가지는 카오스적인 성질을 분석하기 위해 정량적 분석방법인 상관차원과 리아푸노프 지수를 이용한다. 상관차원은 일차원적인 벡터 형태의 데이터로 구성된 시계열 신호를 매입차원으로 재구성한 후 설정되어 있는 범위 내의 반경을 변화시켜가면서 반경 내의 궤적들 간의 간섭정도를 계산하여 구한다. 표 1은 장기간에 걸쳐 수집된 시계열 데이터를 이용하여 매입차원을 1부터 6까지 변경하면서 획득된 상관차원 값이며, 그림 3은 매입차원별 상관적분을 도식화한 것이다.

표 1. 시계열 데이터의 매입차원별 상관차원

구분	1	2	3	4	5	6
Power	0.9526	1.8437	1.9655	1.5393	1.1781	0.8771

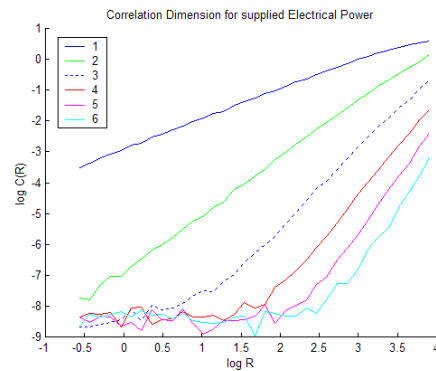


그림 3. 시계열 데이터의 상관적분

표 2의 최대 리아푸노프 지수는 Wolf et al.에 의해 제안된 방법에 의해 산출된 것으로 시계열 데이터의 매입차원을 2부터 6까지 달리하면서 어트랙터를 재구성한 뒤에 계산한 결과이다. 결과에서 보는 것과 같이 0보다 큰 양수의 값을 가지므로 전력수요 시계열 데이터는 카오스적인 성질을 가진 비선형 시스템으로 해석할 수 있다.

표 2. 매입차원별 최대 리아푸노프 지수

구분	2	3	4	5	6
L.E.	0.5441	0.1089	0.0394	0.0396	0.0371

표 3. 알고리즘별 예측 오차 비교표

구분	RMSE	MAPE	MSE
퍼지보상	0.6489	6.5103	9.6105
리아푸노프	0.2118	1.8334	3.1372

2) 리아푸노프 지수를 이용한 단기예측

제안한 단기예측 방법의 성능을 평가하기 위해 진주시의 1998년도 전력수요 시계열 데이터를 이용하여 기존 퍼지 보상 알고리즘을 이용한 예측 방법과 최대 리아푸노프 지수를 이용한 예측 방법으로 예측 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를 비교하였다. 예측구간은 시계열 데이터 전구간중 일부에 대해 실시하였으며 실제 데이터와 예측 데이터간의 오차를 비교하기 위해 RMSE(Root Mean Square Error), MAPE(Mean Absolute Percent Error), MSE(Mean Square)을 계산하였다. 그림 4는 기존 알고리즘으로 예측한 결과를 나타낸 것이며, 그림 5는 본 논문에서 제안한 알고리즘으로 예측한 결과를 나타낸 것이다.

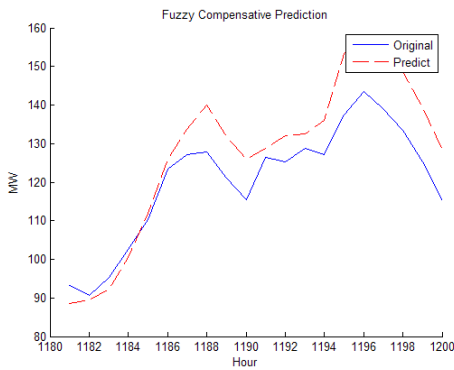


그림 4. 퍼지 보상 알고리즘을 이용한 전력수요 예측 결과

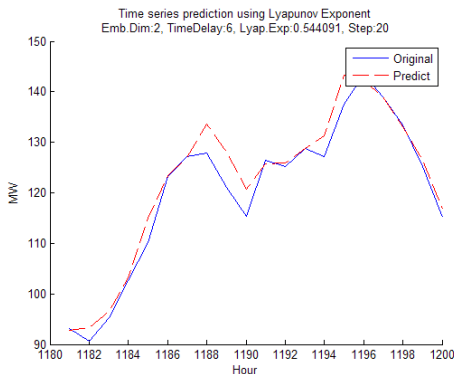


그림 5. 최대 리아푸노프 지수를 이용한 전력수요 예측 결과

표 3은 알고리즘별 예측 오차를 세가지 오차항목을 계산한 것으로, 시계열 데이터 일부구간에 한정되어 예측 시뮬레이션이 수행되었음에도 불구하고 우수한 성능을 보여주었다.

IV. 결 론

본 논문에서는 카오스 특성을 가진 전력수요 시계열 데이터를 기초로 하여 다양한 매입차원으로 어트랙터를 재구성한 뒤에 이로부터 획득한 최대 리아푸노프 지수를 이용하여 실존 데이터 이후의 데이터를 예측하는 방법을 제안하였다. 카오스 특징을 가진 비선형시스템의 공통적인 특징인 초기조건에 민감한 의존성과 이를 판별하기 위한 리아푸노프 지수를 어트랙터의 재구성을 통해 산출한 뒤, 이를 다양한 매입차원에서 궤적들 포인트 간의 거리 계산에 이용한 뒤 시계열 데이터를 예측하였다. 특정지역을 대상으로 실시한 시뮬레이션 결과 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

첫째, 시뮬레이션 실행결과 이전에 제안된 퍼지 보상방식의 예측 데이터 오차보다 향상된 결과를 나타내었다. 둘째, 카오스의 대표적인 특성인 초기조건에 민감한 의존성으로 인하여 단기예측에는 우수한 예측결과를 획득할 수 있었으나 시간이 경과할수록 예측오차가 확대됨을 알 수 있었다. 셋째, 매입차원이 높을수록 예측오차가 작아지며 정밀해진 것으로 확인되었다.

향후 제안된 예측방법을 개선하기 위해서는 장기예측의 정확성을 확대하기 위해 신경망이나 퍼지와 같은 지능형 알고리즘 도입도 검토해야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

[1] C. E. Asburt, "Weather load model for electric demand and energy forecasting", IEEE Trans. on Power Appr. and Sys., Vol. PAS-94, pp.1111-1116, 1975

[2] M. T. Hagan and S. M. Behr, "The time series approach to short-term load forecasting", paper 87. WM 044-1, presented at the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, New Orleans, LA, Feb. 1987.

[3] G. L. Baker and J. P. Gollub, "Chaotic Dynamics", Cambridge University Press, p.150-163, 1996

[4] Jun Zhang and K.C. Lam, "Time series prediction using Lyapunov exponents in embedding phase space", CEE Vol. 30, pp.4-7, 2004