

상용 전자장 해석 프로그램 연동을 위한 전기기기 최적설계 인터페이스 개발

Development of Interface Between Optimization Solver and Commercial EM Software for Design of Electromagnetic Devices

김민호*, 변진규**

Min-Ho Kim, Jin-Kyu Byun

Abstract

In this paper, we use the optimization design theory based on the finite element method and implement the optimal design of electromagnetic devices using COMSOL interface. COMSOL is one of the commercial EM software. Shape information for the design optimization is extracted by CAD in EM software. To calculate the shape of optimal design, sensitive analysis is applied to the design processing in MATLAB. To achieve the design objective in this paper, objective function is defined. According to the sensitive analysis based on the finite element method, we change the design variable after the sensitivity of the objective function is computed. To verify the proposed method, the results are compared with the initial design.

Keywords : optimization, design, sensitive analysis, finite element method

I. 서론

산업이 발달하고 에너지의 가격이 상승함에 따라 새로운 전기기기의 설계에 대한 수요가 계속 늘어나고 있다. 따라서 전기기기의 소형화, 경량화, 정밀화, 고성능화, 고효율화 등을 이룰 수 있는 새로운 설계 기법의 필요성이 커지고 있다[1].

본 논문에서는 전기기기의 형상설계에 상용 전자장 해석 프로그램을 활용하기 위하여 민감도 해석을 이용한 최적설계 solver와 상용 프로그램 사이의 인터페이스 개발에 대하여 다룬다. 상용 전자장 해석 프로그램으로는 사용방법이 간편한 COMSOL을 사용하였다. 전기기기 설계시 복잡한 기기를 모델링하고 물질의 특성을 고려하여 요소분할을 할 때의 어려움을 줄이기 위해 상용 전자장 해석 프로그램의 모델링 기능을 활용하여 설계하고자 하는 기기를 모델링한다. 상용 전자장 해석 프로그램은 최적설계 기능이 미약하고 대상에 대하여 성능을 평가하는 해석 프로그램으로 주요 사용되기 때문에 최적설계를 위하여 이산적 민감도 기반의 MATLAB solver를 개발하고, 상용 프로그램에서 모델링한 형상정보를 추출하여 MATLAB solver에서 이용하기 위한 인터페이스를 개발하였다.

본 논문에서는 전자석의 공극에서 원하는 자속밀도를 얻기 위한 형상 최적설계를 예제로 제시하였다. 형상 최적

설계는 기기의 초기 형상에 대하여 재질 경계의 형상을 변경하여 최적설계를 수행하는 방법이다[2].

설계 목표를 정량화한 목적함수를 정의하고, 설계변수로 는 기기의 매질경계를 구성하는 각 절점의 위치를 설정하였다.

II. 본론

1. 인터페이스 제작

모델을 유한요소법으로 해석할 때 수치해석의 어려움이 있기 때문에 그림1, 그림2와 같이 전자장 해석 프로그램에서 모델을 완성한 후 모델의 절점의 위치와 mesh정보를 추출하여 민감도계산을 위한 이산적 접근의 해석에 쓰도록 한다.

모델에 대한 요소정보를 해석 프로그램에서 추출한 뒤 MATLAB에서 출력된 정보를 가지고 유한요소법을 사용하여 이산적인 접근으로 최적설계를 한다. 최대경사법을 사용하여 변형된 형상의 절점 위치정보를 가지고 다시 전

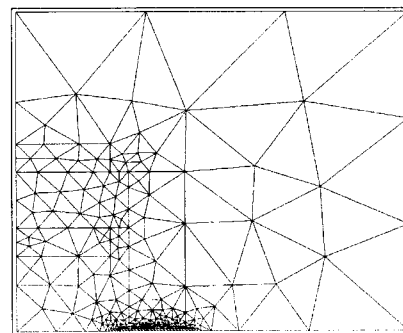


그림 1. COMSOL에서의 모델링

접수일자 : 2009년 8월 14일
 최종완료 : 2009년 8월 18일
 *숭실대학교 전기공학부 대학원
 **숭실대학교 전기공학부
 교신저자, E-mail : jkbyun@ssu.ac.kr

```
# Mesh point coordinates
1.6022259467442492 0
1.636267116438169 0
1.6703082861320888 0
1.5681847770503294 0
1.5341436073564096 0
1.6020978996661404 0.0250
000000000000001
1.7043494558260086 0
1.7383906255199282 0
.
.
.
```

그림 2. COMSOL의 형상정보

자장 해석프로그램에서 형상을 변화시키고 다시 해석하는 작업을 한다. 즉, 연속적으로 분포하는 시스템을 유한개의 작은 영역으로 분리하여 MATLAB에서 행렬 방정식을 풀어 기기의 특성을 해석하고 미분방정식에 변분원리를 적용하여 사용한다.

2. 유한요소법에 따른 민감도 해석

민감도해석을 이용한 전기기기의 최적형상설계는 형상의 변화에 따른 목적함수의 민감도를 바탕으로 형상의 변화량을 계산하고 이 변화량에 따른 적절한 형상의 변화를 통해서 목적함수를 최소화 시키는 형상을 찾는 것이다. 전기기기의 형상 최적화 문제는 보통 목적함수가 설계변수에 대하여 비선형성(nonlinearity)이 있고 음함수(implicit function)이기 때문에, 민감도 해석을 이용한 반복적인 탐색방법을 주로 사용한다. 민감도는 설계변수에 대한 성능(performance)의 상대적인 변화로 정의되며, 수학적으로는 설계변수에 대한 목적함수의 전미분(total derivative)으로 표현된다. 정확한 민감도의 계산은 형상최적화문제의 수치적 모델링에서 기본적으로고도 중요한 단계이다[3].

유한요소법을 바탕으로 주어진 시스템을 이산화된 행렬식으로 표현되는 유한차원화된 상태방정식을 이용하여 설계변수에 대한 목적함수의 민감도를 구한다. 유한요소법을 적용하면 다음과 같은 상태방정식이 얻어진다[4].

$$[K][x] = [f] \tag{1}$$

여기서, $[K]$ 는 시스템행렬 $[x]$ 는 각 절점에서의 상태변수, $[f]$ 는 구동벡터이다.

전기기기설계를 위한 목적함수는 설계변수와 시스템 상태변수의 함수로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F = F[p, x(p)] \tag{2}$$

여기서, p 는 설계변수벡터, $x(p)$ 는 상태변수이다.

상태변수는 설계변수에 따라 바뀌기 때문에 또한 설계변수의 함수가 된다.

설계변수의 변화에 따른 목적함수의 변화율(민감도)은 수학적으로 전미분 형태로 다음과 같이 민감도식으로 표현된다.

$$\frac{dF}{d[p]} = \frac{\partial F}{\partial [p]} + \frac{\partial F}{\partial [x]} \frac{d[x]}{d[p]} \tag{3}$$

우변 둘째 항의 뒷항은 상대변수와 설계변수의 관계로부터 얻어지며, 둘 사이의 관계는 상태방정식으로 주어지는데, 이는 상대변수가 설계변수의 음함수(implicit function)의 형태로 표현되어 있다. 식(3)의 둘째 항의 뒷항을 얻기 위해서는 식(1)의 양변에 미분을 취하여 계산한다. 그 결과는 다음과 같다.

$$\frac{d[x]}{d[p]} = [K]^{-1} \frac{\partial}{\partial [p]} ([f] - [K][\tilde{x}]) \tag{4}$$

여기서, $[\tilde{x}]$ 는 식 (1)의 해로 설계변수에 대해서 불변(constant)이다.

식(4)를 식(3)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{dF}{d[p]} = \frac{\partial F}{\partial [p]} + [\lambda]^T \frac{\partial}{\partial [p]} ([f] - [K][\tilde{x}]) \tag{5}$$

$$[\lambda]^T = \frac{\partial F}{\partial [x]} [K]^{-1} \tag{6}$$

식 (5)은 설계변수 벡터의 크기만큼 시스템방정식의 계산시간을 줄이기 위해 보조 변수법을 도입하여 보조변수 $[\lambda]$ 를 정의한다. 위의 민감도식을 풀어서 전기기기의 최적형상 설계에 사용하게 된다.

3. 최적설계의 흐름도

최적설계 기법의 흐름도는 그림3와 같다. 먼저 설계대상이 주어지면 유한요소법을 사용하여 초기형상에 대한 시스템 해석을 한다. 목적함수 값을 계산하여 그 수렴 여부를 판단하여 값이 원하는 값에 도달하지 못했으면 설계민감도를 다시 구하고 최적화 알고리즘을 이용하여 형상을 변경한 후 최적의 형상을 찾을 때까지 다시 반복과정을 수행하게 된다[5].

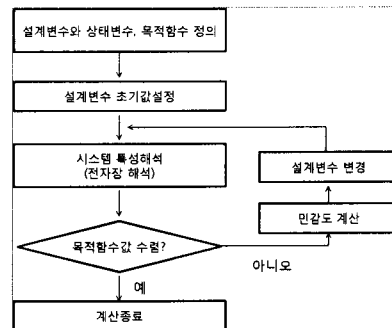


그림 3. 최적 설계의 흐름도

4. 최대경사법을 이용한 최적화

본 논문에서는 설계변수에 대한 목적함수의 1차 미분정보를 이용하는 최적화 기법 중 최대경사법(Steepest Descent Method)을 이용하게 된다. 목적함수의 민감도식을 이용하여 최적화 과정에서 설계변수를 변화시키는 과정

은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[p]_{i+1} = [p]_i + \Delta [p]_i \quad (7)$$

여기서 $[p]_i$ 는 현 단계에서의 설계변수 벡터이고 $[p]_{i+1}$ 은 새로운 설계변수 벡터를 의미한다. $\Delta [p]_i$ 는 진행방향과 진행거리의 정보로부터 얻어진다. 본 논문에서는 다음과 같은 방향벡터와 진행거리를 이용하였다[5].

$$\hat{m} = - \frac{dF}{d[p]} / \left\| \frac{dF}{d[p]} \right\|, \quad l = F / \left\| \frac{dF}{d[p]} \right\| \quad (8)$$

식 (8)을 이용하여 식 (7)을 다시 쓰면

$$[p]_{i+1} = [p]_i - F / \left\| \frac{dF}{d[p]} \right\|^2 \cdot dF/d[p] \quad (9)$$

이 된다. 즉, 현 단계에서의 민감도와 목적함수 값을 계산하면 새로운 설계변수 벡터를 구할 수 있다. 얻어진 새로운 형상의 전자기 시스템에 대한 해석을 수행하고 목적함수와 민감도를 다시 계산하게 된다. 계산과정은 목적함수가 원하는 수렴조건을 만족할 때까지 반복된다. 이러한 민감도 해석을 이용하여 최적 형상 설계를 수행하게 된다.

5. 적용사례

전자식 공극에서의 목적영역에서 원하는 자속밀도를 얻기 위한 문제에 적용하였다. 그림4는 전자장 해석프로그램 상에서 해석하고자 하는 모델이다. 정해진 영역인 공극 내에서 자속밀도 B_x 를 0으로 하고 원하는 B_y 를 얻기 위해 철의 형상을 설계한다. 목적함수는 다음과 같이 정의한다.

$$F = \int (B_{ix} - B_{ox})^2 + (B_{iy} - B_{oy})^2 ds \quad (10)$$

여기서 B_{ix} , B_{iy} 는 목적영역에서 계산된 자속밀도이고, B_{ox} , B_{oy} 는 원하는 목적의 자속밀도 값이고, 적분영역은 목적함수로 정한 영역의 면적이다. 그리고 보조변수식에 도입할 수식은 아래와 같이 된다.

$$\frac{\partial F}{\partial A_{z1}} = \frac{1}{2\Delta_{e1}} c_1^{e1} (c_1^{e1} A_{z1} + c_2^{e1} A_{z2} + c_3^{e1} A_{z3}) - c_1 B_{ox}^{e1} + \frac{1}{2\Delta_{e1}} b_1^{e1} (b_1^{e1} A_{z1} + b_2^{e1} A_{z2} + b_3^{e1} A_{z3}) + b_1 B_{oy}^{e1}$$

$$\begin{aligned} b_i &= y_j - y_k \\ c_i &= x_j - x_k \end{aligned} \quad (11)$$

설계하고자하는 한 절점의 자기벡터 포텐셜 A_{z1} 에 해당되는 요소가 $e1$ 인 경우라고 가정했을 경우 식(11)과 같이 정의 할 수 있다.

앞에서 언급한 최대경사법(Steepest Descent Method)을 사용하여 설계변수로 취한 각 절점의 위치를 이동시켜 전자장 해석 프로그램에서 다시 모델링한 후에 목적함수가

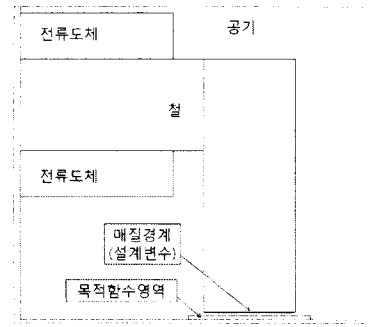


그림 4. 초기형상

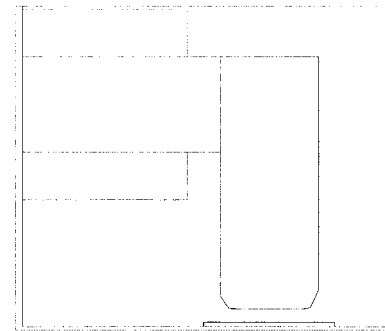


그림 5. 최종형상

수렴 할 때까지 이와 같은 과정으로 반복 계산하였다.

목적함수가 반복적인 계산과정을 통하여 그림5의 최종형상이 나왔으며, 그림7과 같이 목표치에 가깝도록 변한 자속밀도의 분포를 확인 할 수 있다.

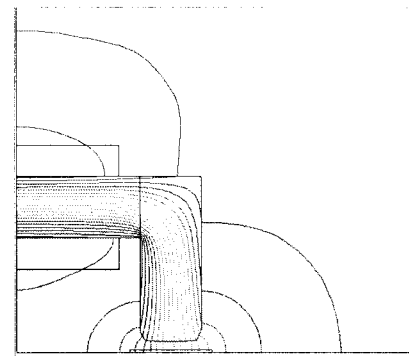


그림 6. 최종형상 결과해석

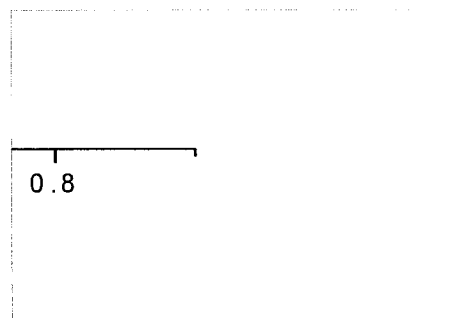


그림 7. 반복계산에 따른 자속밀도

III. 결 론

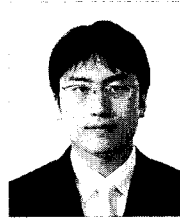
본 논문에서는 최적설계를 위해 유한 요소법에 기반한 민감도 해석법을 사용할 때 전자장 해석 프로그램의 모델링 도구를 통해 얻은 대상기기의 이산화된 정보를 추출하는 인터페이스를 개발하였다. 그리고 MATLAB 기반의 최적화 solver와 상용 전자장 해석 프로그램을 연동하여 민감도 기반의 최적설계를 수행하였다. 수치적 예제에 제안된 최적화 알고리즘과 인터페이스를 적용한 결과 목적함수 값이 목표치에 근접하는 것을 확인할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 지식경제부의 지원에 의하여 기초전력 연구원(2009T100100596) 주관으로 수행된 과제임.

[참 고 문 헌]

- [1] 정현교, 박일한, "전기기기의 최적설계 기법", 대한전기학회지:전기의세계, vol. 45, no. 2, pp. 6-10, 1996.
- [2] Park Il-han, Lee Beam-taek and Hahn Song-yop, "Sensitivity analysis based on analytic approach for shape optimization of electromagnetic devices: interface problem of iron and air," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 27, no. 5, pp. 4142-4145, 1991.
- [3] In-gu Kwak, Young-woo A h and Song-yop Hahn, "Shape Optimization of Electromagnetic Devices using High Order Derivatives," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 35, no. 3, pp. 1726-1729, 1999.
- [4] Se-Hee Lee, Dong-Hun Kim, Joon-Ho Lee, Byung-Sung Kim, and Il-Han Park, "Shape Design Sensitivity for Force Density Distribution of Magnetic Systems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 12, no. 1, pp. 1471-1474, 2002.
- [5] 변진규, "유한요소법과 민감도법을 이용한 유도가열기기의 해석 및 최적설계", 서울대학교, pp. 19-21, 1997.



김민호

2009년 숭실대학교 전기공학과 졸업
2009년~현재 숭실대학교 전기공학과(석사과정)
<관심분야> Optimization, 전자기 수치해석
<e-mail> soul1213@gmail.com



변진규

1995년 서울대학교 전기공학과 졸업
1997년 서울대학교 전기공학과(공학석사)
2001년 서울대학교 전기공학과(공학박사)
2001년~2003년 성균관대학교 정보통신기술연구소 선임연구원
2003년~2005년 University of Illinois at Urbana-Champaign, Post-doc
2005년~2008년 한국전자통신연구원(ETRI) 선임연구원
2007년~현재 TTA TC3 PG309(전파측정) 위원
2007년~현재 IEC TC106 WG5 Member
2008년~현재 한국전자과학회 전자장과 생체관계 연구회 위원
2008년~현재 숭실대학교 조교수
<관심분야> Optimization, Bioelectricity
<e-mail> jkbyun@ssu.ac.kr