신호공간 다이버시티 기법이 적용된 시스템에서 최대비 합성 수신의 이득 분석

*전성호 경일수 김만식
KBS 방송기술연구소
*jeonsh@kbs.co.kr

Symbol Error Rate and Diversity Analysis of Receive MRC with Signal Space Diversity

*Jeon, Sungho Kyung, Ilsoo Kim, Man-Sik
Broadcast Technical Research Institute, Korean Broadcasting System (KBS)

요 약

본 논문에서는 신호 공간 다이버시티 (Signal Space Diversity) 기법이 적용된 시스템에서 최대비 합성 (Maximal Ratio Combining) 수신시 성능 이득에 대해서 분석하였다. 먼저 심볼 오류율(Symbol Error Rate)을 수학적으로 유도하였다. 유도된 공식으로부터 상한(Upper Bound) 분석을 통해 공간 신호 다이버시티 기법이 결합될 경우 기존 대비 2배, 즉 '2×수신안테나 수' 만큼의 다이버시티 이득을 가짐을 증명하였다. 그리고 모의실험 결과와 유도된 공식 결과 값이 서로 일치함을 보여 정확성을 입증하였으며, 유도된 공식을 기반으로 신호 대 잡음비(SNR; Signal-to-Noise Ratio), 수신 안테나 개수 등 주어진 시스템 변수에 따른 최적 회전 각도를 정확히 도출할 수 있음을 보였다.

1. 서론

본 논문에서는 신호 공간 다이버시티 (Signal Space Diversity) 기법이 적용된 시스템에서 최대비 합성 (Maximal Ratio Combining) 수신시 성능 이득에 대해서 분석하였다. 신호 공간 다이버시티 기법은 일정각도만큼 신호 성상점을 회전시킨 '회전 성상도(Rotated Constellation)'와 신호점의 실수부와 허수부 성분의 직교화 (orthogonalization)를 위한 '성분 인터리빙(Component Interleaver)'으로 구성되어있다. 따라서 추가적인 전력이나 대역폭의 증대 없이 수신 성능을 개선시킬 수 있는 개루프 (Open-Loop) 송신 방법으로, 방송 시스템 적용 타당성을 검증받아 올해 제정된 DVB-T2 표준에 채택되었다.

최근 DVB-NGH(Next Generation Handheld) 등에서 진행되고 있는 차세대 모바일 방송의 전송 기술 개발 논의에서는 다중 안테나 (MIMO) 기술이 중요하게 부각되고 있다. DVB-T2 표준은 송수신 안테나 각각 1개(SISO)인 환경을 가정하고 있어 표준에 정의된 회전 각도를 그대로 MIMO 환경에 적용할 경우 최적의 심볼 오류율 성능과 최대 신호 공간 다이버시티 이득을 기대하기 어렵다. 따라서 다수 개의 수신 안테나를 사용하는 MIMO 환경에 적합한 회전 각도를 획득하기 위해서는 추가적인 연구와 모의실험(Simulation)이 요구된다.

본 논문에서는 먼저 심볼 오류율(Symbol Error Rate)을 수학적으로 유도하였다. 유도된 공식으로부터 상한(Upper Bound) 분석을 통해 공간 신호 다이버시티 기법이 결합될 경우 기존 대비 2배, 즉 '2×수신 안테나 수' 만큼의 다이버시티 이득을 가짐을 증명하였다. 그리고 모의실험 결과와 유도된 공식 결과 값이 서로 일치함을 보여 정확성을 입증하였으며, 신호 대 잡음비(SNR; Signal-to-Noise Ratio), 수신 안테나 개수 등 주어진 시스템 변수에 따른 최적 회전 각도를 유도된 공식을 기반으로 반복적인 모의실험 없이도 간단하게 도출할 수 있음을 보였다.

본 연구는 방송통신위원회, 지식경제부 및 한국산업기술평가관리원의 IT 원천기술개발사업의 일환으로 수행한 연구로부터 도출된 것이며, [2009-F-029-01, 방통융합형 차세대 모바일방송 핵심기술 개발] 본 논문의 내용은 제70회 IEEE VTC 2009 Fall에서도 발표하였음.

2. 시스템 모델

가. 신호 공간 다이버시티 (Signal Space Diversity) 기술

[1][2]에서 2차원 QAM 성상도에 특정형태의 회전을 취해 모든 신호점 간의 공유부분을 없애 서로 다른 성분의 수를 최대화하는 형태의 새로운 다이버시티 기법이 소개되었다. 일반적으로 알려진 형태의 다이버시티와 구별하기 위해 이를 변조 다이버시티(modulation diversity) 또는 신호 공간 다이버시티라 한다. 신호 공간 다이버시티가 적용될 경우, 추가적인 전력이나 대역폭의 희생 없이 검파에 있어 성능 이득을 얻을 수 있기 때문에 DVB-T2 [3] 등 새롭게 개발되는 방송 시스템에 적용되어 활용되고 있다. [그림 1]의 시스템 모델에서 보는 바와 같이, 기본적으로 다이버시티 이득은 1) 회전 행렬을 이용한 신호 성상점의 회전(rotation)과 2) 성분 인터리빙에 의한 신호점의 실수부와 허수부의 직교화의 두 가지 처리과정을 통해 얻어진다.

[그림 2]는 일반적인 4-QAM, 16-QAM 성상도를 회전시켜 만들어진 회전 성상도이다. 기존 성상도 X에 (1)의 회전 행렬 R을 곱해 일정 각도만큼 회전시키게 되면, 2개 신호점간에 In-phase (I) 성분과 Quadrature (Q) 성분 모두 서로 일치하지 않기 때문에 신호 공간 다이버시티 차수가 2가 된다.

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}, \text{ 단, } \theta\text{는 성상 회전 각도} \quad (1)$$

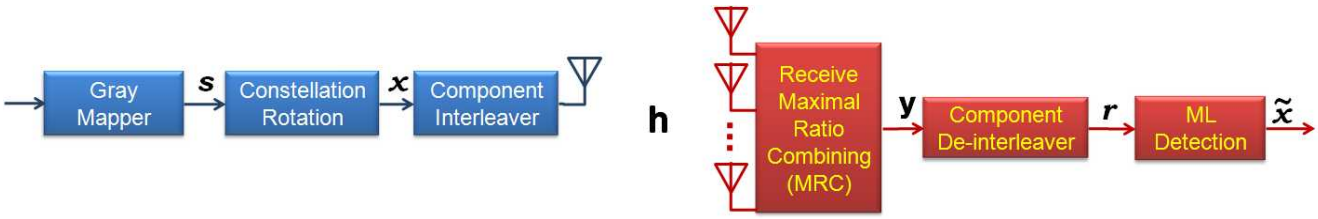

그림 1. 신호 공간 다이버시티 기술과 최대비 합성 수신 기법이 적용된 시스템 모델

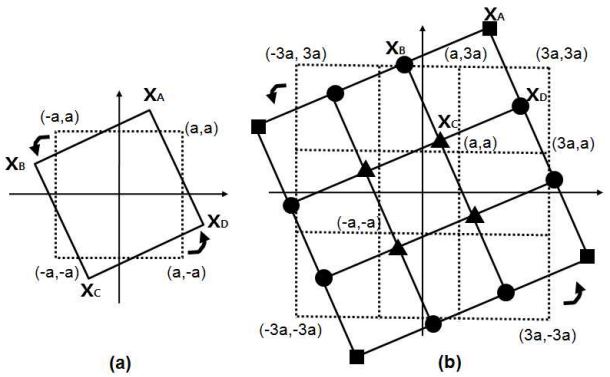

그림 2. 기존 성상도와 회전 성상도 (a) 4-QAM (b) 16-QAM

페이딩 채널에서 성상도를 회전하여 성분 인터리빙을 적용하면, 회전된 I 와 Q 성분이 서로 독립적인 페이딩을 겪게 되므로 기대하는 신호 공간 다이버시티 이득을 얻을 수 있다.

나. 최대비 합성 수신 기법

신호 공간 다이버시티 기법은 M_R개의 수신 안테나를 최대비 합성 수신 기법과 결합하여 사용될 경우 최적의 성능을 발휘할 수 있다. 서로 독립적인 페이딩을 겪었기 때문에 최대비 합성 수신 이후 성분 역인터리빙(De-interleaving) 될 경우 I 와 Q 성분의 크기가 서로 독립적으로 복원되는 성분 인터리빙의 장점과, 신호점 간에 서로 공유하고 있는 부분이 없다는 회전 성상의 장점이 최대로 작용하게 된다. 즉, I 나 Q 두 성분 중 하나만 정확하게 수신되었더라도 송신 심볼을 정확하게 추정할 수 있어 복조 성능이 크게 향상되게 된다.

3. 심볼 오류율 및 다이버시티 이득 분석

가. 심볼 오류율 분석

수신 신호의 모델을 (2)와 같이 정의하자.

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}x + \mathbf{n} \tag{2}$$

여기서 x는 최대비 합성 후 최대 우도 검파법(Maximum Likelihood)에 의해서 검파를 한다고 가정하면, 추정된 심볼 $\tilde{x}$은 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{x} = \arg\min_{x\in\mathcal{C}} [\,|\, r_{I,p} - \|\mathbf{h}_p\| x_I \,|\, + |\, r_{Q,p} - \|\mathbf{h}_q\| x_Q \,|\,] \tag{3}$$

여기서 r은 (2)식의 수신 신호를 성분 역인터리빙 한 후의 신호를 나타내며, $\|\cdot\|$는 최대비 합성을 위한 Norm 연산자를 의미하며, 첨자 I, Q는 각각 I와 Q 성분을 의미한다. 이를 최근접 이웃(nearest neighbors)을 기반으로 심볼 오류율을 나타내면 4-QAM의 경우는 (4)와 같이, 16-QAM일 경우는 (5)와 같이 정리된다.

$$P^{4QAM} = 2P_1^{4QAM} + P_2^{4QAM} \tag{4}$$

$$P^{16QAM} = 3P_1^{16QAM} + \frac{5}{4}P_2^{16QAM} \tag{5}$$

여기서 P_1은 수평 방향의 이웃 간에 발생한 오류율, P_2는 대각선 방향의 이웃 간에 발생한 오류율을 의미한다. 각각의 수식에 대해서 분석을 해보면, P_1^{4QAM} 는 (6)에 카이-제곱(Chi-square) 분포를 갖는 χ_p와 χ_q에 대한 적분으로 나타낼 수 있다.

$$P[\mathbf{x}_A \to \mathbf{x}_B |\ \|\mathbf{h}_p\|, \|\mathbf{h}_q\|] = Q\left(\sqrt{\sigma^2 \mathrm{SNR}\left(\chi_p^2 \cos^2\theta + \chi_q^2 \sin^2\theta\right)}\right) \tag{6}$$

여기서, σ^2은 채널 $\mathbf{h}$의 분산 성분을 나타내는 것으로써, 여기서는 Rayleigh 환경을 가정하고 있으므로 I, Q 성분 각각은 독립적인 가우시안 분포를 가짐으로 1/2을 가진다. 유사한 방법으로, P_2^{4QAM} 는 (7)에 Chi-square 분포를 갖는 χ_p와 χ_q에 대한 적분으로 나타낼 수 있다.

$$P[\mathbf{x}_A \to \mathbf{x}_C |\ \|\mathbf{h}_p\|, \|\mathbf{h}_q\|] = Q\left(\sqrt{2\sigma^2 \mathrm{SNR}\left(\chi_p^2 \left(1+\sin^2 2\theta\right) + \chi_q^2 \left(1-\sin^2 2\theta\right)\right)}\right) \tag{7}$$

16-QAM의 경우에도 아래와 같이 나타낼 수 있다. P_1^{16QAM} 는 (6)에 Chi-square 분포를 갖는 χ_p와 χ_q에 대한 적분으로 나타낼 수 있다.

$$P[\mathbf{x}_A \to \mathbf{x}_B |\ \|\mathbf{h}_p\|, \|\mathbf{h}_q\|] = Q\left(\sqrt{\frac{\sigma^2 \mathrm{SNR}}{5}\left(\chi_p^2 \cos^2\theta + \chi_q^2 \sin^2\theta\right)}\right) \tag{8}$$

유사한 방법으로, P_2^{16QAM} 는 (7)에 Chi-square 분포를 갖는 χ_p와 χ_q에 대한 적분으로 나타낼 수 있다.

$$P[\mathbf{x}_A \to \mathbf{x}_C |\ \|\mathbf{h}_p\|, \|\mathbf{h}_q\|] = Q\left(\sqrt{\frac{2\sigma^2 \mathrm{SNR}}{5}\left(\chi_p^2 \left(1+\sin^2 2\theta\right) + \chi_q^2 \left(1-\sin^2 2\theta\right)\right)}\right) \tag{9}$$

나. 다이버시티 이득 분석

공식 $Q(x) \le \frac{1}{2}e^{-x^2/2}$을 기반으로 상한 분석법을 적용하면, 유도된 (6)은 (10)과 같이 표현할 수 있다.

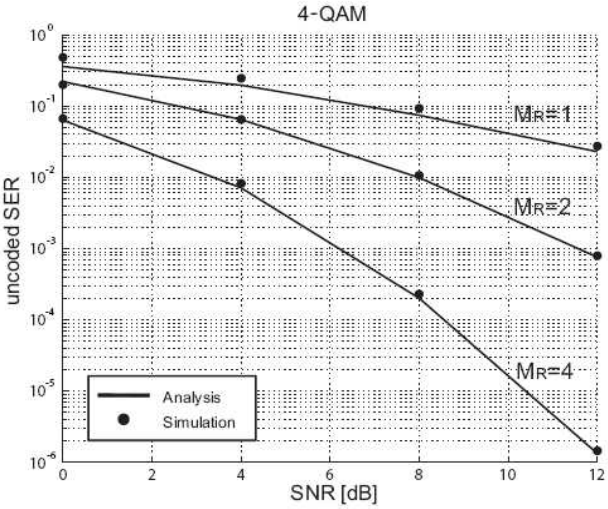

그림 3. 4-QAM 환경에서 SNR에 따른 심볼오류율, θ=29.0°

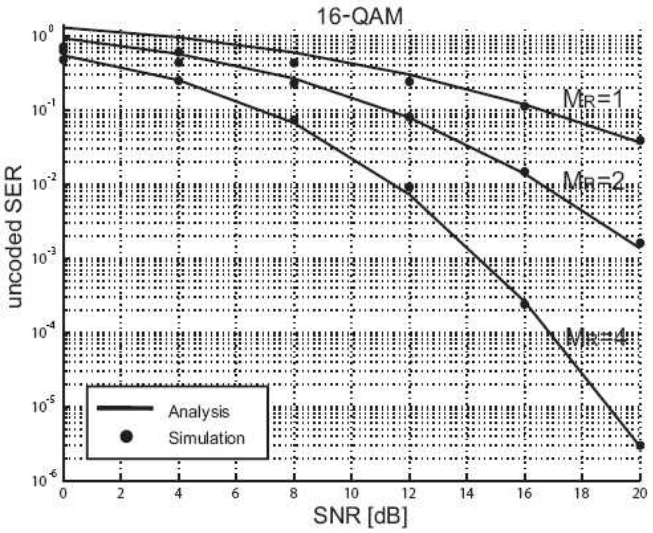

그림 4. 16-QAM 환경에서 SNR에 따른 심볼오류율, θ=16.8°

$$
\begin{aligned}
& P[\mathbf{x}_A \to \mathbf{x}_B] \\
= \; & E_{\chi_p^2,\chi_q^2}\left[\frac{1}{2}\exp\left(-\sigma^2 \mathsf{SNR}\left(\chi_p^2\cos^2\theta + \chi_q^2\sin^2\theta\right)\right)\right] \\
= \; & \frac{1}{2}\left(1+2\sigma^2\mathsf{SNR}\cos^2\theta\right)^{-M_R}\left(1+2\sigma^2\mathsf{SNR}\sin^2\theta\right)^{-M_R}. \\
\le \; & \frac{1}{2}\left(2\sigma^2\cos\theta\sin\theta\right)^{-2M_R}\mathsf{SNR}^{-2M_R} \\
= \; & \alpha_1 \mathsf{SNR}^{-2M_R}. \qquad (10)
\end{aligned}
$$

여기서 α_1은 SNR에 관한 값을 제외한 나머지로 연산과정에서 발생되는 상수이다. 동일한 방법이 (7)-(9)에 적용됨으로 4-QAM과 16-QAM에 대해서 각각에 대해서 정리를 하면

$$P_{SER}^{4QAM} \le (2\alpha_1 + \alpha_2)\,\mathsf{SNR}^{-2M_R}. \qquad (11)$$

$$P_{SER}^{16QAM} \le \left(3\beta_1 + \frac{5}{4}\beta_2\right)\mathsf{SNR}^{-2M_R}. \qquad (12)$$

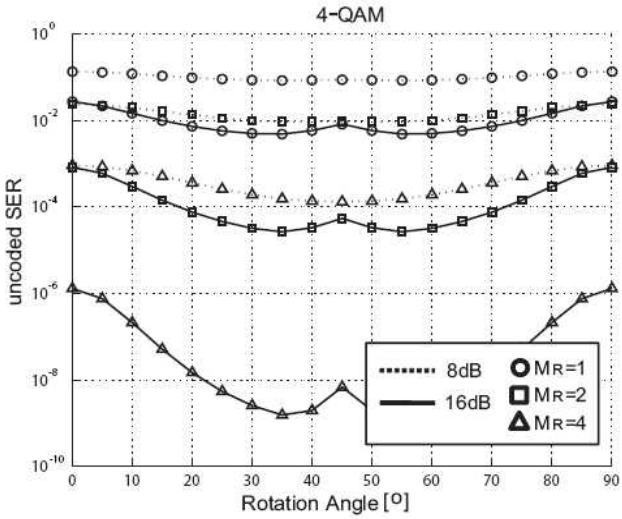

그림 5. 4-QAM 환경에서 회전각도에 따른 심볼오류율

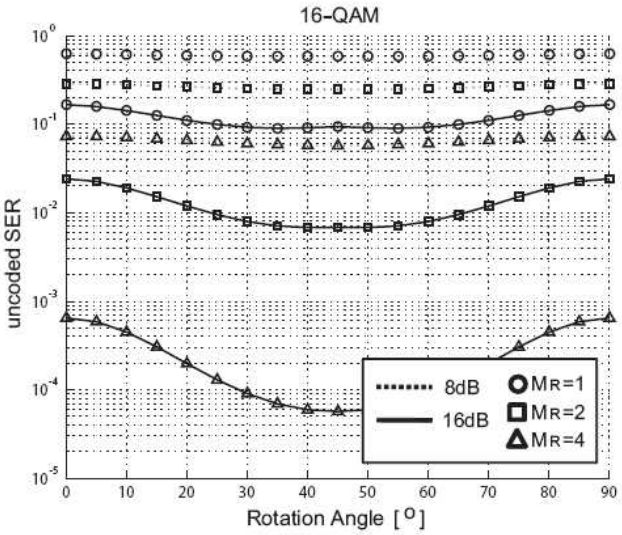

그림 6. 16-QAM 환경에서 회전각도에 따른 심볼오류율

여기서 $\alpha_2, \beta_1, \beta_2$는 α_1와 같은 이유로 발생되는 상수이다. 결론적으로 기존 최대비 합성법으로부터 얻을 수 있는 다이버시티 이득 MR 대비 2배의 향상이 있음을 (11), (12)로부터 알 수 있다. 자세한 수학적 유도는 [4]에서 상세히 기술하고 있다.

4. 모의실험 결과

가. SNR에 따른 심볼 오류율

[그림3]과 [그림4]는 (4)와 (5)에 유도된 공식을 기반으로 SNR에 따른 심볼 오류율 성능 결과를 공식으로부터 도출된 결과와 Monte-Carlo 실험 결과 간의 일치정도를 비교해서 나타내었다. 성상 회전 각도는 DVB-T2 표준[3]에서 정의하고 있는 값, 즉 4-QAM에서는 29.0°, 16-QAM에서는 16.8°를 적용하였다. 그래프에 보이는 바와 같이, 유도된 결과와 실험 결과 간에 높은 정확도로 일치함을 확인할 수 있다. 성능 측면에서 수신 안테나 수가 증가할수록 성능이 향상됨을 알 수 있고, 높은 SNR에서의 심볼 오류율 곡선의 기울기는 '2×수신안테나 수'를 가짐을 알 수 있다.

나. 회전 각도에 따른 심볼 오류율

유도된 공식을 활용할 경우, 주어진 송수신 환경에서의 최적 회전 각도를 시뮬레이션 없이 수학적으로 쉽게 도출할 수 있다. [그림5]와 [그림6]에서는 성상 회전 각도에 따른 심볼 오류율을 나타내었다. 성상 회전각도는 '목표 SNR 값'과 '수신 안테나 수'에 따라서 다름을 확인할 수 있고, 수신 안테나 수가 많고 목표 SNR이 높을수록 성상 회전 각도에 의한 성능 변화율이 큰 것을 알 수 있다. 특징적으로, 45°를 기준으로 성능 곡선이 대칭임을 알 수 있으며, 단일 안테나 (SISO) 환경과 달리 다중 안테나 (MIMO) 환경에서는 모든 송신 환경을 만족하는 단 하나의 최적 회적 각도는 존재하지 않음으로, 성능 마진에 따라서 설계하고자 하는 시스템에서 최적 회전 각도를 선정해야 한다.

5. 결론

본 논문에서는 신호 공간 다이버시티 기법이 적용된 시스템에서 최대비 합성 수신시 성능 이득에 대해서 수학적으로 분석하였다. 향후 차세대 모바일 방송 시스템 설계시 유도된 공식으로부터 신호 대 잡음비, 수신 안테나 개수 등 주어진 시스템 변수에 따른 최적 회전 각도를 정확히 도출할 수 있으며, 수학에 기반을 둔 객관적인 성능 평가지표로 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

[1] K. Boulle and J.-C. Belfiore, ''Modulation schemes designed for the Rayleigh fading channel,''in Proc. CISS'92, Mar. 1992.

[2] J. Boutros and E. Viterbo, ''Signal space diversity: A power- and bandwidth-efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel,'' IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 44, no. 4, pp. 1453-1467, July 1998.

[3] DVB Document A122, Framing Structure, Channel Coding and Modulation for a Second Generation Digital Terrestrial Television Broadcasting System (DVB-T2), June 2008.

[4] S. Jeon, I. Kyung and M.-S. Kim, " Component-Interleaved Receive MRC with Rotated Constellation for Signal Space Diversity," in Proc. IEEE VTC 2009 Fall, Sept. 2009.