



## 익형의 층류박리를 동반한 천이 유동 해석

전상언,<sup>1</sup> 박수형,<sup>\*2</sup> 김상호,<sup>2</sup> 변영환,<sup>2</sup> 이재우,<sup>2</sup> 정경진<sup>3</sup>

### COMPUTATION OF TRANSITION FLOW WITH LAMINAR SEPARATION BUBBLE OVER AN AIRFOIL

S.E. Jeon,<sup>1</sup> S.H. Park,<sup>\*2</sup> S.H. Kim,<sup>2</sup> Y.H. Byun,<sup>2</sup> J.W. Lee,<sup>2</sup> K.J. Jung<sup>3</sup>

*Laminar separation bubble and transitional flow over an airfoil are investigated at a moderate range of Reynolds numbers. In this research, a Reynolds-Averaged Navier-Stokes code is coupled with an empirical transition model that can predict transition onset points and the length of transition region. Without solving the boundary layer equations, approximated e-N method is directly applied to the RANS code and iteratively solved together. The computational results are compared with the experimental data for NACA0012 airfoil. Results of transition onset point and length are compared well with experimental and XFOIL prediction. In high angle of attack the present RANS results show better agreement than XFOIL results using the boundary layer equations.*

**Key Words :** 층류박리(Laminar Separation), 천이유동(Transition Flow), XFOIL

### 1. 서론

중고도 이상의 무인항공기(UAV) 수요가 증가함에 따라 이 영역에서 운용되는 항공기의 요구조건에 최적화된 날개가 필요하다. 이들 항공기는 그 특성상 저 레이놀즈 영역을 비행하며 기존의 날개에서 사용되는 익형으로는 기대하는 효과를 내기 어렵기 때문에 중고도 고고도 환경의 유동에 적합한 익형과 날개가 개발되어 왔다. 이러한 항공기의 특성상 저 받음각에서 장시간 운용되는 목적을 가지고 있고 이때 항력의 대부분은 마찰항력이 차지하게 된다. 저 레이놀즈 수 유동을 특징짓는 가장 중요한 특성은 날개 표면의 넓은 영역에 걸쳐 존재하는 층류박리 영역과 이로 인해 야기되는 층류에서 난류로의 급격한 천이 현상이다. 따라서 층류에서 난류로의 천이현상을 늦출수록 마찰항력이 감소하며 전체 항력 또한 감소하게 된다.

천이현상은 층류유동 내부의 매우 작은 교란이 유동특성과 표면조건 등의 요인으로 급격히 증폭되면서 난류로 변화하는 현상이다. 경계층 천이에 관한 초기의 이론은 Helmholtz(1868),

Kelvin(1880), Reynolds(1883), Reyleight(1879)등에 의해 성립된 비점성 와류이론에 기초하고 있다. Orr(1907)과 Sommerfeld(1908)은 평판에서 2차원 비압축성 경계층 유동에 대해 2차원 교란의 선형 안정성에 관한 상미분 방정식을 제안하였다. Orr-Sommerfeld 방정식은 최근까지도 e-N 방법(또는 N-factor 방법)으로 불리며 물체 표면의 각 지점에서 선형 교란의 증폭율을 계산함으로써 천이점을 예측하는데 널리 사용되고 있다. 하지만 이 방법은 매 iteration에서 미분 방정식을 풀어야 하므로 계산 시간이 오래 걸린다는 단점이 있다. Streamtube 오일러 방정식과 연계한 점성해석에 사용되고 있는 Drela의 근사(approximate) e-N 방법은 가장 큰 주파수의 교란을 직선의 식으로 근사화하여 천이점을 구한다[1].

천이유동 해석의 전통적인 과정은 층류유동-난류유동의 반복계산을 요구하기 때문에 2차원 익형의 범주를 넘어서는 복잡한 문제에 적용하기 어렵고 기존의 경계층 방정식을 이용하는 경우 층류박리 거품의 예측이 어렵다. 따라서 RANS를 이용하여 천이모델을 직접 결합하는 방법이 개발되어 왔다. Lian & Shyy [6]의 경우 비압축성 RANS코드에 경계층 방정식 없이 근사 e-N 기법을 결합하여 계산하였다. Cliquet & Houderville [7]는 천이와 난류방정식을 직접 결합하였고 와류강도(vorticity)의 함수를 이용해 경계층 영역을 정의하고 Fallkner-Skan의 상사해를 이용해 천이점을 지정하는 새로운 방법을 제안하였다. 이는 crossflow 교란까지 고려할 수 있고

1 학생회원, 건국대학교 대학원 항공우주정보시스템공학과

2 정회원, 건국대학교 항공우주정보시스템공학과

3 정회원, 국방과학연구소

\* Corresponding author, E-mail: pish@konkuk.ac.kr



록 고안되어 3차원항공기의 해석에 적용되어 좋은 결과를 제시하였다. 본 연구에서는 In-house RANS 코드인 KFLOW [5]에 근사 e-N 기법을 경계층 방정식의 해석 없이 적용하는 방법을 사용하였다

## 2. 수치해석기법

### 2.1 지배방정식

본 연구에서는 Reynolds-Averaged Navier-Stokes 코드를 개발하여 계산을 수행하였으며 2차원 압축성 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(f_j - f_{vj})}{\partial x_j} = 0 \quad j = 1, 2. \quad (1)$$

여기서  $q$ 는 보존형의 유동변수벡터(conservative variable vector),  $f_i$ 와  $f_{vj}$ 는  $x_j$ 방향으로의 비 점성 유속벡터(inviscid flux vector)와 점성 유속벡터(viscous flux vector)를 나타낸다.

식 (1)의 지배방정식을 공간이산화 하기 위해 격자중심 유한 체적법을 사용하였다 Roe의 FDS(Flux Difference Splitting) 기법을 사용하여 격자 경계면에서의 비 점성 유속(inviscid flux)을 계산하였으며 점성유속의 경우에는 중심차분을 사용하였다. 난류 모델은  $k-\omega$  Wilcox 모델을 사용하였다[5].

### 2.2 경계층 두께 예측

경계층 끝단에서의 속도  $U_e$ 는  $y$ 와 관련된 상수이며 경계층의 두께  $\delta$ 는 다음과 같이 정의 된다

$$\left(\frac{u}{U_e}\right) = 0.99 \quad (2)$$

경계층 방정식을 사용할 경우에는 등엔트로피 조건에 따라 벽면에서의 압력을 이용해 경계층 끝단 속도를 계산하지만 RANS 해석의 경우 속도분포를 직접 이용해  $U_e$ 를 정의할 수 있다.

근사 e-N 방법의 증폭률(amplification factor)값을 계산하기 위해서는 Navier-Stokes 해로부터 추출된 몇 가지 경계층 적분 변수들이 필요하며 이것으로 경계층 두께가 정해진다면 경계층에 수직한 방향으로의 압력은 상수라고 가정하고 벽면에서의 압력으로부터 아래의 공식을 사용하여 계산 할 수 있다[1].

$$U_e = \sqrt{U_\infty^2 - \frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{P_\infty}{\rho_\infty} \left[ \left( \frac{P_w}{\rho_\infty} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right]} \quad (3)$$

다른 방법으로 다음과 같이 와류강도(vorticity)를 이용하여 경계층의 두께를 찾을 수 있다[2].

$$F = \Omega y \quad (4)$$

여기서  $\Omega$ 은 local vorticity를 나타내며  $y$ 는 벽면으로부터 수직방향의 거리를 뜻한다. 식 (4)의 최대값  $F_{max}$ 로부터  $F$ 값이 50%가 되는 지점을  $y_{edge}$ 라 하면 경계층 두께는  $1.2y_{edge}$ 가 된다. 본 연구에서는  $U_e$ 를 식 (3)에서 구한 값에 0.99를 곱한 값과 식 (4)로부터 계산 된 값 중에서 큰 값을 취하였다

$U_e$ 를 계산한 후 이로부터 변위 두께와 운동량 두께를 다음의 식으로 계산 할 수 있다[1].

$$\delta^* = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{\rho U}{\rho_e U_e} \right) dy \quad (5)$$

$$\theta = \int_0^\delta \frac{\rho U}{\rho_e U_e} \left( 1 - \frac{U}{U_e} \right) dy \quad (6)$$

### 2.3 천이점 예측

본 연구에서 천이예측 모델은 Drelich의 근사(approximate) e-N 방법을 사용하였으며 Orr-Sommerfeld 방정식의 exact e-N 방법과 비교해 매 iteration에서 미분방정식을 풀 필요가 없기 때문에 더 효율적이다 압축성 유동의 경우에 형상함수(shape parameter)  $H$ 는 운동학적 형상함수(kinematic shape parameter)  $H_k$ 로 대체 되며 각각 다음과 같이 정의된다[3].

$$H \equiv \frac{\delta^*}{\theta} \quad (7)$$

$$H_k \equiv \frac{\int_0^\delta \left( 1 - \frac{U}{U_e} \right) dy}{\int_0^\delta \frac{U}{U_e} \left( 1 - \frac{U}{U_e} \right) dy} = \frac{H - 0.290 M_e^2}{1 + 0.113 M_e^2} \quad (8)$$

여기서 식 (8)은 운동학적 형상함수를 정의한 것이며 유동의 압축성 효과를 배제한 형상함수의 의미를 가진다. 계산 된 형상함수와 임계레이놀즈 수를 이용하여 에어포일 위에서의 증폭률(amplification factor)  $N$ 값을 계산 할 수 있다[1].

$$\frac{dN}{dRe_\theta} = 0.028 (H_k - 1) - 0.0345 e^{-\left( \frac{3.87}{(H_k - 1)} - 2.52 \right)^2} \quad (9)$$

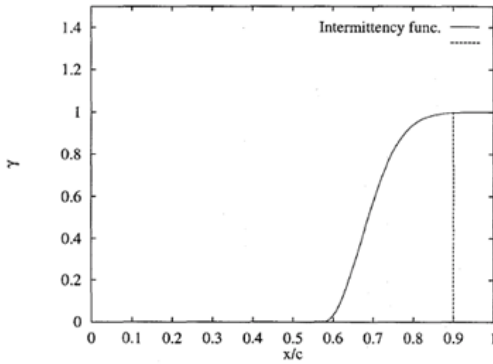


Fig. 1 Intermittency function (Johansen[4]).

$$\log_{10} Re_{\theta} = 2.492 \left( \frac{1}{H_k - 1} \right)^{0.43} + 0.7 \left[ \tanh \left( \frac{14.0}{H_k - 1} - 9.24 \right) + 1 \right] \quad (10)$$

$$m_{H_k} = -0.05 + \frac{2.7}{H_k - 1} - \frac{5.5}{(H_k - 1)^2} + \frac{3.0}{(H_k - 1)^3} + 0.1e^{-\left(\frac{20}{H_k - 1}\right)} \quad (11)$$

$$\frac{dN}{ds} = m_{H_k} \frac{dN}{dRe_{\theta}} \frac{1}{\Theta} \quad (12)$$

여기서 적분을 통해 얻어진  $N$  값이 임계  $N(N_{cr})$  값에 도달하는 지점을 천이점으로 결정한다. 본 연구에서는  $N_{cr}$  값으로 9.0을 사용하였다. 선형보간을 사용할 경우 수렴성에 문제가 발생할 수 있다. 격자중심 유한체적법을 사용하였으므로 임계  $N$  값에 대응하는 천이점을 찾기 위해 Newton-Raphson 방법으로 격자 간의 값을 보간하였다. 이를 통해 후미부 박리(trailing edge separation)가 발생하는 일부 경우를 제외하고는 수렴된 해를 찾을 수 있었다.

## 2.4 Intermittency Function

천이점이 계산 되고 난 후 층류가 완전 난류로 발달 할 때까지의 거리는 아래의 함수로 계산할 수 있다[4]. Chen-Thysson 방법은 층류박리거품을 동반하는 레이놀즈수 105~106 영역에서 실제를 잘 모사하는 것으로 알려져 있다

$$\gamma_{tr} = 1 - \exp \left[ \left( -\frac{U^3}{\nu G_{\gamma_{tr}}} \right) Re_{x_{tr}}^{-1.34} (x - x_{tr}) \int_{x_{tr}}^x \frac{dx}{U} \right] \quad (13)$$

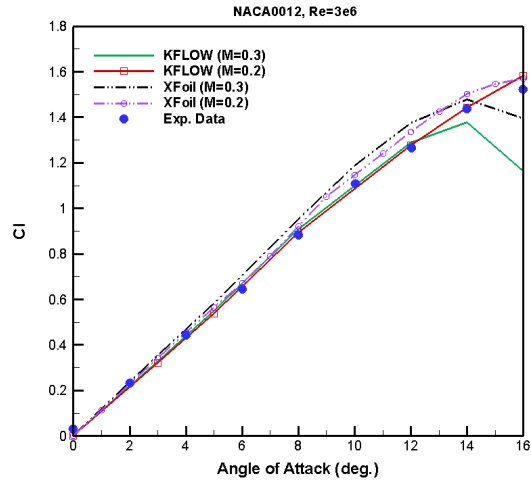


Fig. 2 Lift Coefficient (NACA0012).

$$G_{\gamma_{tr}} = 213 [\log(Re_{x_{tr}}) - 4.732] / 3 \quad (14)$$

Fig. 1은 평균 위에서의 Intermittency function을 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이 식 (13)은 천이점의  $\gamma$ 를 0으로 하고 이 값이 1이 되면 완전 난류가 되며 이 구간의 거리가 천이 영역이 된다. 이때 난류 점성계수는 천이점을 기준으로 구분되고 난류 점성계수의 적용은 다음과 같다

$$\begin{aligned} \gamma_{tr} &= 0, & x &\leq x_{tr} \\ \mu_{transition} &= \gamma_{tr} \mu_{turbulent}, & x &> x_{tr} \end{aligned} \quad (15)$$

## 3. 해석결과

### 3.1 공력계수 결과 비교

계산을 한 유동 조건은  $M=0.2\sim 0.3$ ,  $Re=3e6$  이다. 대상 익형은 NACA0012이며 격자의 개수는  $381 \times 81$ 이고 벽면에서 첫 번째 셀 간격은  $2.5 \times 10^{-6}$ 을 사용하였다. 본 연구에서 사용한 KFLOW 외에도 XFOil을 사용하여 같은 조건에서 계산을 수행하여 실험값과 비교하였다.

Fig. 2는 받음각에 따른 양력 계수를 나타낸다. 양력계수를 비교해보았을 때  $M=0.3$  이하의 저속 유동임에도 불구하고 마하수에 따른 차이를 보이고 있으며  $M=0.3$ 에서는 실속이 더욱 빨리 일어나는 모습을 볼 수 있다. XFOil과 KFLOW 모두  $M=0.2$  조건하에서의 결과가 실험값[8]과 대체로 잘 일치하였으나, XFOIL의 경우 약간 높은 값을 예측하였다.

Fig. 3은 받음각에 따른 항력 계수를 나타낸다. 양력계수와

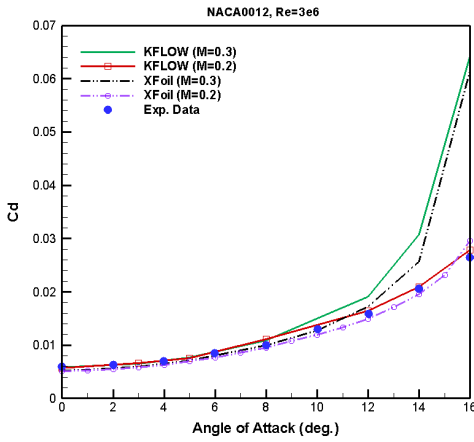


Fig. 3 Drag coefficient (NACA0012).

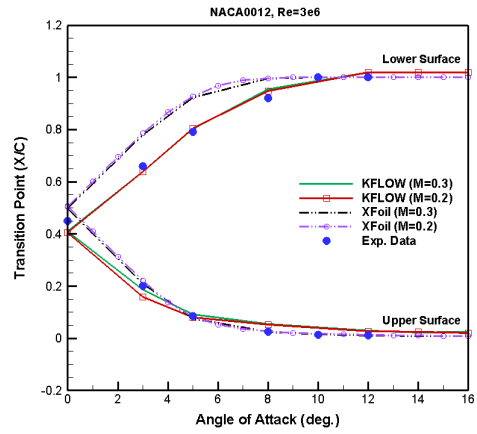


Fig. 5 Transition Point (NACA0012).

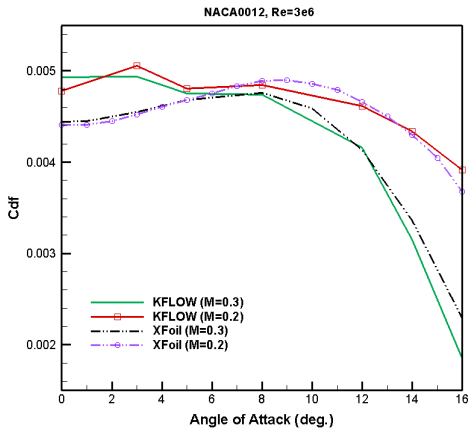


Fig. 4 Skin friction coefficient (NACA0012).

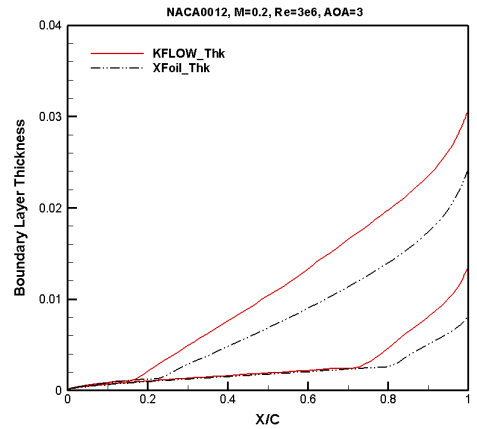


Fig. 6 Boundary Layer Thickness (NACA0012).

마찬가지로 M=0.2의 계산 값이 실험[8]값과 일치하나, M=0.3의 경우에 고받음각에서 항력이 급격히 증가하는 경향을 보이고 있다. 양력계수와 항력 계수의 결과를 살펴보았을 때 비압축성으로 구분되는 저속 유동이지만 두 코드의 계산 결과 모두 고 받음각 상황에서는 마하수에 따라 실험결과와의 차이를 보이고 있다.

Fig. 4는 받음각에 따른 마찰항력계수를 나타낸다 실험값과의 직접적인 비교는 불가능했지만 KFLOW와 XFOIL 모두 받음각이 높아짐에 따라 마찰항력이 줄어드는 경향을 가짐을 볼 수 있다. 이는 익형의 아래 면에서 층류영역이 급격히 넓어지는 것과 연관된다 또한, 마찰항력의 감소에도 불구하고 항력 계수가 커진다는 것은 고받음각에서 압력 항력의 비중이 높아진다는 것을 뜻한다 마하수 0.2와 비교해 볼 때 압력 항력은 마하수 0.3의 고받음각에서 훨씬 크게 증가함을 볼 수

있다. 고받음각에서 선두부에 고속의 영역이 발생함을 고려한다면 당연한 결과로 이해될 수 있을 것이다

### 3.2 천이점 결과 비교

Fig. 5는 받음각에 따른 천이점의 위치를 비교한 그림이다 그림에서 보듯이 천이점의 예측이 계산을 수행한 전 받음각에 대해서 실험값[4]과 잘 일치하는 모습을 볼 수 있으며 경계층 방정식을 직접 이용하는 XFOil 보다 우수한 결과를 보여주었다. XFOIL 결과에 비해 아래면의 천이점이 선두부 쪽에 위치하고 있다 XFOIL의 경계층 방정식은 아래 면에서 발생할 수 있는 후미 박리(trailing edge separation)을 물리적으로 잘 모사하기 어려운 반면 RANS 방정식은 후미부에서의 물리적 현상을 상대적으로 잘 모사하기 때문에 더 나은 결과를 제공하는 것으로 판단된다 그리고 XFOil과의 천이점 예측의



차이가 마찰 항력 계수의 결과를 통해서도 다시 확인 가능하다. 받음각 8도를 기준으로 그 이하의 각도에서는 KFLOW와 XFOil의 마찰항력의 차이가 비교적 크게 발생하는데 이것은 천이점 예측의 차이로 인한 결과라고 볼 수 있다

Fig. 6은 받음각 3도에서의 경계층 두께를 비교하였다 천이점 이후 유동이 난류로 변화하면서 경계층 두께가 두꺼워지고 이로 인해 마찰항력이 크게 증가하게 된다 KFLOW와 XFOIL의 두께 변화가 다른 것은 천이점의 위치가 서로 달라서 경계층이 두꺼워지는 지점이 달라졌기 때문이다

#### 4. 결론 및 향후계획

본 논문에서는 RANS 코드에 경계층 방정식의 해석 없이  $e-N$  기법을 직접 결합하였으며 이것을 통해 총류박리 거품 및 천이점과 천이영역 계산을 수행하였다 본 연구의 해석 결과는 받음각에 따라 실험값과 잘 일치하고 있음을 볼 수 있었으며, 경계층 방정식을 사용한 XFOil보다 천이점 예측에 있어 우수한 결과를 보여주었다 거의 유사한 천이모델을 사용함에도 천이점 예측에 차이가 생기는 것은 유동해석기법에 따라 박리현상이나 익형주변의 유동 분포를 다르게 예측할 수 있기 때문에, 거의 유사한 천이모델을 사용함에도 천이점 예측에 차이가 생기는 것으로 판단된다 향후, 대박리를 동반하는 저레이놀즈수 조건에서 해석기법에 대한 검증은 수행할 계획이다.

#### 후 기

본 연구는 국방과학연구소(UD090014JD)의 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- [1] 2006, Windte, J., Scholz, U. and Radespiel, R., "Validation of the RANS-simulation of laminar separation bubbles on airfoils," *Aerospace Science and Technology 10 (2006.)* pp.484-494.
- [2] 2006, Geissler, W. and Haselmeyer, H., "Investigation of dynamic stall onset," *Aerospace Science and Technology 10 (2006.)* pp.590-600.
- [3] 1986, Drela, M. and Giles, M.B., "Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils." *AIAA 1987, Vol.25, No.10, pp.1347-1355.*
- [4] 1997, Johansen, J., "Prediction of Laminar/Turbulent Transition in Airfoil Flows," *RISφ-R-987(EN).*
- [5] 2004, Park, S.H. and Kwon, J.H., "Implementation of Turbulence Models in an Implicit Multigrid Method," *AIAA 2004, Vol.42, No.7 pp.1348-1357.*
- [6] 2007, Lian, Y. and Shyy, W., "Laminar-Turbulent Transition of a Low Reynolds Number Rigid or Flexible Airfoil," *AIAA 2007, Vol.45, No.7 pp.1501-1513.*
- [7] 2008, Perraud, J., Cliquet, J., Houdeville, R. and Arnal, D., "Transport Aircraft Three-Dimensional High-Lift-Wing Numerical Transition Prediction," *Journal of Aircraft 2008, Vol.45, No.5 pp.1554-1563.*
- [8] 1973, Gregory, N. and O'Reilly, C.L., "Low-speed Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Aerofoil Section, including the Effects of Upper-Surface Roughness Simulating Hoar Frost," *Tech. rep. NPL AERO Rept. 1308.*