



## 변형격자계를 이용한 3차원 날개 주변의 비정상 유동 해석

유 일 용,<sup>1</sup> 이 승 수<sup>\*2</sup>

### THE COMPUTATION OF UNSTEADY FLOWS AROUND THREE DIMENSIONAL WINGS ON DYNAMICALLY DEFORMING MESH

Ilyong Yoo<sup>1</sup> and Seungsoo Lee<sup>\*2</sup>

*Deforming mesh should be used when bodies are deforming or moving relative to each other due to the presence of aerodynamic forces and moments. Also, the flow solver for such a flow problem should satisfy the geometric conservation law to ensure the accuracy of the solutions. In this paper, a RANS(Reynolds Averaged Navier-Stokes) solver including automatic mesh capability using TFI(Transfinite Interpolation) method and GCL is developed and applied to flows induced by oscillating wings with given frequencies. The computations are performed both on deforming meshes and on rigid meshes. The computational results are compared with experimental data, which shows a good agreement.*

**Key Words :** 전산유체역학(CFD), 비정상유동(Unsteady Flow), 기하학적 보전법칙(Geometric Conservation Law), 3차원 난류 유동(Three dimensional turbulent flow), 날개의 피칭운동(Wing in pitching motion), 변형격자계(Deforming mesh)

#### 1. 서 론

1990년대 이후, 컴퓨터 계산 속도의 눈부신 발전에 따라 전산유체역학(CFD)의 응용분야도 확대되어 왔다. 특히, 많은 계산시간을 요구하는 3차원 비정상 유동(Unsteady flow) 문제를 해석하는데 있어서 이러한 계산 성능 향상은 가시적인 성과를 얻는데 큰 도움을 주었다. 그럼에도 불구하고 유체구조 연계(Fluid-structure interaction)문제나 조종면의 상대운동(Control surface movement), 공력 형상 최적화(Aerodynamic shape optimization)문제와 같이 경계가 시간에 따라 변하는 문제(Boundary moving problem)의 경우 매 시간마다 격자의 변형 혹은 재생성 과정을 거쳐야 하기 때문에 여전히 계산시간의 부담이 크다. 따라서 이러한 격자구성 단계에서의 계산 효율성 및 격자의 품질을 높이기 위해 다양한 격자구성법이 소개되었다.

변형격자를 구성하는 방법은 크게 두 가지로 생각해 볼 수 있다. 첫째는 보간법을 이용한 대수적 방법(Algebraic interpolation method)이고 다른 하나는 반복 계산을 통해 편미분 방정식(Partial different equation)을 수립시켜 얻은 해를 이용해 구성하는 방법이 있다. 대수적 방법을 통해 격자를 구성하게 되면 격자구성 과정에서의 계산시간을 절약할 수 있지만 격자 품질이 후자에 비해 떨어진다. 반면 반복적 방법(Iterative method)의 경우 좋은 품질의 격자를 구성할 수 있다는 장점이 있으나 수립을 위한 반복 계산이 이루어져야 하기 때문에 계산량이 증가하는 단점이 있다[1].

본 논문에서는 정렬 격자계를 이용하여 다양한 날개 익형에 대해 변형격자를 적용시킨 결과를 논하였다. 변형하는 격자계의 구성을 위해 대수적 방법 중 가장 많이 사용하는 초월유한 보간법(Transfinite Interpolation)을 이용하여 변형 후의 내부 격자를 생성하였다. 그리고 경계조함 조절함수(Boundary-blended control function)를 사용하여 격자 간격을 조절하였다. 날개 주변 유동 해석에는 비정상 RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) 방정식에 2-방정식 난류 모델을 이용하는 자체 보유(In-house) 유동해석 프로그램을 사용하였다. 또

1 학생회원, 인하대학교 대학원 항공우주공학과

2 정회원, 인하대학교 항공우주공학과

\* Corresponding author, E-mail: slee@inha.ac.kr



한 계산시간을 절약하기 위해 다구역(Multi-block) 격자계와 함께 MPI(Message Passing Interface) 라이브러리를 이용한 병렬 계산을 수행하였다. 해석은 격자의 변형 정도를 고려한 해석이 수행되었고 유동장은 모두 난류 유동이다 변형격자계를 사용한 해석결과를 실험치 그리고 유동장 전체를 강제 운동으로 고려하여 계산 했을 때의 해석결과와 비교하여 논하였다

### 2. 지배방정식 및 수치해석 방법

난류 압축성 유동의 지배방정식인 3차원 예조건화 RANS 방정식과 2-방정식 난류 모델 방정식을 지배방정식으로 사용하였다. 수치해석을 위해 유한체적법(Finite volume method)을 바탕으로 지배방정식의 공간 미분항을 이산화하였고 격자 경계면에서의 수치유량 벡터는 Roe의 근사 리만해[2]를 이용해 비점성 유량 벡터를 계산하였다. 또한 MUSCL 외삽법과 제한자를 같이 사용하여 고차의 공간 정확도를 확보하면서 안정적인 수치해석이 이루어지도록 하였다. 점성 유량 벡터는 중앙차분법을 적용하였고 시간적분법으로는 2 parameter 계열로서 2차의 시간 정확도를 유지하도록 매개 변수를 선정하였다 비정상 유동해석을 위해 이중시간 적분법(Dual time stepping integration method)[3]을 사용하여 AF-ADI(Approximate Factorization Alternating Direction Implicit) 및 선형화를 통해 발생하는 오차를 제거하도록 하였다.

### 3. 초월유한 보간법(Transfinite Interpolation; TFI)

초월유한 보간법의 표현식은 총 세 번의 과정을 거쳐 완성된다. 우선 식(1)과 같이 계산 공간의 세 개의 축 방향으로 각각 단방향 보간식을 구성한 후 텐서 곱을 통해 각 축간의 상호 관계식을 도출하여 식 (2)에 나타내었다. 최종적으로 식 (1)과 (2)를 부울리언 합(Boolean sum)의 식에 대입하면 식 (3) 과 같은 형태를 얻을 수 있다

$$\begin{aligned}
 U(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{i=1}^L \sum_{n=0}^P \alpha_i^n(\xi) \frac{\partial^n X(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi^n} \\
 V(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{j=1}^M \sum_{m=0}^Q \beta_j^m(\eta) \frac{\partial^m X(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta^m} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$W(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^N \sum_{l=0}^R \gamma_k^l(\zeta) \frac{\partial^l X(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta^l}$$

$$UW = WU = \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \sum_{l=0}^R \sum_{n=0}^P \alpha_i^n(\xi) \gamma_k^l(\zeta) \frac{\partial^{ln} X(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi^n \partial \zeta^l}$$

$$UV = VU = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{m=0}^Q \sum_{n=0}^P \alpha_i^n(\xi) \beta_j^m(\eta) \frac{\partial^{mn} X(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta^m \partial \xi^n} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 VW &= WV = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N \sum_{l=0}^R \sum_{m=0}^Q \beta_j^m(\eta) \gamma_k^l(\zeta) \frac{\partial^{lm} X(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta^l \partial \eta^m} \\
 UVW &= \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N \sum_{l=0}^R \sum_{m=0}^Q \sum_{n=0}^P \alpha_i^n(\xi) \beta_j^m(\eta) \gamma_k^l(\zeta) \frac{\partial^{lmn} X(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta^l \partial \eta^m \partial \xi^n}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X(\xi, \eta, \zeta) &= U \oplus V \oplus W = U + V + W - UV - UW - VW \\
 &\quad + UVW \quad (3)
 \end{aligned}$$

여기에서  $\xi, \eta$  그리고  $\zeta$ 는 계산 공간에서의 축 방향 성분이다. 또한  $X$ 는 계산 공간과 물리 공간간의 변환행렬이다 식 (1)과 (2)에 나타나는  $\alpha$ 와  $\beta$  그리고  $\gamma$ 는 조절 함수로서 본 연구에서는 계산효율을 고려하여 선형 조절 함수를 사용하였다. 선형 표현식은 다음과 같다

$$\begin{aligned}
 \alpha_1^0(\xi) &= 1 - \xi, \quad \alpha_0^0(\xi) = \xi, \quad \beta_1^0(\eta) = 1 - \eta, \quad \beta_0^0(\eta) = \eta \\
 \gamma_1^0(\zeta) &= 1 - \zeta, \quad \gamma_0^0(\zeta) = \zeta \quad (4)
 \end{aligned}$$

### 4. 기하학적 보존법칙(Geometric Conservation Law)

변형이 있는 격자계에서 유동해석을 할 때 격자의 체적을 기하학적 고려만으로 계산을 하면 균일 유동에서 이산화 방정식의 해를 만족하지 않게 된다[4]. 이 문제를 극복하기 위해 시간에 따른 격자의 체적을 균일 유동에 대하여 항상 만족할 수 있도록 구함으로써 이를 해결할 수 있다. 기하학적 보존법칙을 나타내는 식은 먼저 예조건화 되지 않은 Navier-Stokes 방정식의 적분식에 균일 유동장을 대입하여 구한 식(5)로부터 시작한다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V dV - \int_S \vec{\xi} \hat{n} dS = 0 \quad (5)$$

식 (5)를 Navier-Stokes 방정식과 동일한 2 parameter 계열의 시간 적분법을 적용하면 다음과 같은 GCL을 얻을 수 있다

$$\begin{aligned}
 V^{m+1} &= V^m + \frac{\phi}{2 + \phi} (V^m - V^{m-1}) + \frac{2\Delta t}{2 + \phi} \{ \theta \psi^{m+1} \\
 &\quad + (1 - \theta) \psi^m \} \quad (6)
 \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
 \psi &= (\xi_t \Delta S)_{i+1/2} - (\xi_t \Delta S)_{i-1/2} + (\xi_t \Delta S)_{j+1/2} \\
 &\quad - (\xi_t \Delta S)_{j-1/2} + (\xi_t \Delta S)_{k+1/2} - (\xi_t \Delta S)_{k-1/2} \quad (7)
 \end{aligned}$$

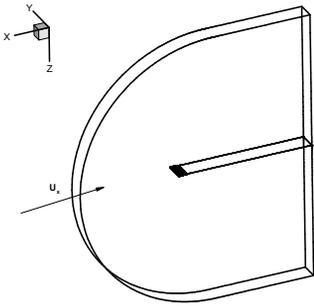


Fig. 1 The grid system for the calculation of the NACA0012 airfoil.

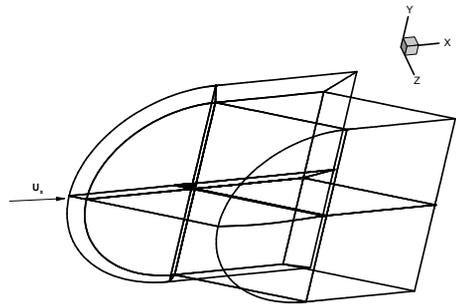


Fig. 3 The grids used for delta wing calculation.

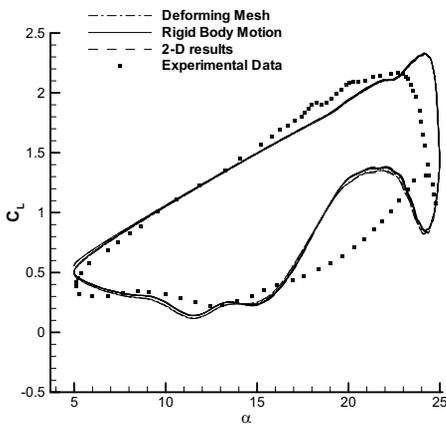


Fig. 2 Time history of the lift coefficient.

이때  $\xi_i \Delta S$ 는 cell의 경계면이 움직이면서 이동한 체적(Swept volume)과 같다.

## 5. 해석 결과 및 검토

### 5.1 NACA0012의 피칭운동

변형격자계를 이용한 해석의 검증을 위한 첫 번째 문제는 잘 알려져 있는 NACA0012의 피칭운동이다. 3차원 문제로 다루기 위해 날개의 양옆을 대칭면으로 처리하여 2차원 익형으로 모사하였다. 자유류의 마하수는 0.283이고 레이놀즈 수는 난류 영역인  $3.45 \times 10^6$ 이다. 피칭 운동을 위한 감쇄 진동수  $k$ 는 0.302이고 시간에 따른 받음각은 다음과 같다

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \sin(kM_\infty t) \quad (8)$$

이때 초기받음각( $\alpha_0$ )은  $15^\circ$ 이고 진폭( $\alpha_1$ )은  $10^\circ$ 이다. 난류 유동을 풀기 위해  $k-\omega$  SST 난류 모델을 사용하였고 문제에

사용된 격자수는 125,375개이다. 비정상 해석에 사용한 시간 간격은 2차원 해석을 통해 얻은  $\Delta t = 0.05$ 을 사용하였고 이후의 문제에도 같은 시간간격을 적용하였다. 해석은 총 세 번의 주기 동안 이뤄졌고 이중시간 적분에 사용하는 가상 시간항(Fictitious time term)의 반복횟수는 30으로 하였다. Fig. 1은 NACA0012 익형 모델의 격자계를 나타내며 스패방향으로 5개의 격자를 주었다. Fig. 2에는 시간에 따른 양력계수의 변화를 실험치 및 해석치들과 함께 도시하였다. 이때 강체 운동 해석 결과의 경우 전체 유동장을 강체로 가정하고 피칭운동을 해석한 결과를 나타낸다. 변형격자를 사용하여 해석한 결과가 2차원 해석 결과 및 강체 운동 해석결과와 일치하고 있으며 풍동시험치[5]와도 비교적 잘 일치함을 그림에서 알 수 있다.

### 5.2 삼각 날개의 피칭운동

두 번째 계산문제 역시 풍동시험치[6]가 알려져 있는  $65^\circ$ 의 후퇴각을 갖는 삼각날개의 피칭운동 문제이다. 계산에 사용한 격자계는 C-H 형태이며 Fig. 3에 나타내었다. 격자 생성에 필요한 자세한 사항은 참고문헌[6]에 기술되어 있다. 격자 생성 시 풍동시험에 사용되었던 sting을 무시하였다. 또한 sting을 장착하기 위한 날개뿌리의 ogive형상의 연결부도 무시하였다. 계산은 8개의 계산영역으로 나누어서 병렬로 계산을 수행하였다. 계산에 사용된 격자의 총 개수는 763,776 개이고 병렬 계산에 사용한 프로세서는 4개이다. 유동은 레이놀즈 수가  $3.1 \times 10^6$ 으로 난류 유동이며 NACA0012 문제와 마찬가지로  $k-\omega$  SST 난류 모델을 해석에 적용하였다. 자유류의 마하수는 0.4이고 피칭운동의 감쇄 진동수는 0.4이다. 받음각은 초기에  $9^\circ$ 로 주어지고  $3^\circ$ 의 진폭으로 진동한다. 비정상 해석에 사용한 시간간격과 가상시간에 사용하는 반복횟수는 첫 번째 문제에서 사용한 값과 동일하다.

비정상 해석은 총 3주기 동안 이루어졌으며 Fig. 4에 나타낸 날개 표면의 압력계수는 그 중 마지막 한주기의 받음각  $12^\circ, 6^\circ$ 에 대하여 후처리한 결과이다. 여기서  $\eta$ 는 스패를 따라 날개뿌리(root)부터 날개끝(tip)방향으로의 길이를 무차원화

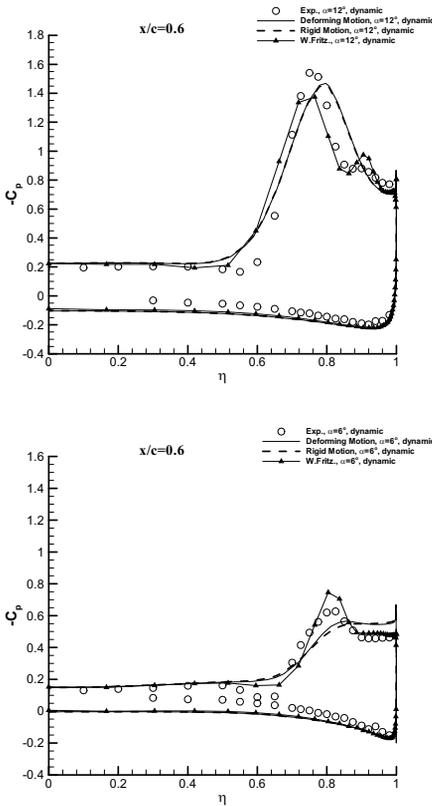


Fig. 4 The pressure coefficient at  $\alpha = 12^\circ, 6^\circ$ .

하여 표시한 값이다. 비정상 해석은 강제 운동 해석결과와 병행하여 이뤄졌으며 풍동시험치 및 참고문헌[7]의 해석결과와 함께 비교하였다. 참고문헌[7]의 수치해석에서는 RANS 방정식에 Baldwin-Lomax 난류모형을 사용하였다. 압력 계수의 경우 날개의 상단에서 발생하는 앞전 근처의 suction peak의 값과 와류의 크기가 시험치와 해석치들 간에 약간의 차이가 존재하나 전 영역에 걸쳐 잘 일치함을 볼 수 있다. 이 차이는 격자생성 시 무시한 날개뿌리부터의 sting의 영향으로 보인다.

### 6. 결 론

변형격자를 이용하여 시간에 따라 운동을 하는 날개 주변의 유동장 해석을 수행하였다. 변형격자계는 유한초월 보간법

과 적절한 격자 간격 조절을 통해 변형 후의 내부 격자들을 완성하게 된다. 매 시간 변형을 고려한 격자생성이 이루어져야 하므로 계산의 효율을 위해 선형 보간법을 선택하였고 다구역 격자계에서 병렬 계산이 가능하도록 프로그램을 완성하였다. 난류 유동장에서의 변형 정도가 큰 해석 문제들을 선택하여 풍동 시험치 및 강제 운동 해석결과와의 비교를 통해 성공적으로 변형격자계의 적용을 검증하였다.

### 후 기

본 연구는 국방과학연구소 및 서울대학교 비행체특화연구센터 'MEMS 기술을 활용한 능동 유동제어 기술 연구의 연구비 지원에 의한 연구결과입니다

### 참고문헌

- [1] 1985, Soni, B.K., "Two- and - three dimensional grid generation for internal flow applications of computational fluid dynamics," *AIAA paper*, No.85-1526.
- [2] 1981, Roe, R.L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol.43, Issue.2, pp.357-372.
- [3] 1987, Merkle, C.L. and Athavale, M., "Time-Accurate Unsteady Incompressible Flow Algorithms Based on Artificial Compressibility," *AIAA paper*, pp.87-1137.
- [4] 1978, Thomas, P.D. and Lombard, C.K., "The geometric conservation law-A link between finite difference and finite volume methods of flow computation on moving grids," *AIAA Paper*, 78-1208.
- [5] 1982, McCroskey, W.J., Macalister, K.W., Carr, L.W. and Pucci, S.L., "An experimental study of dynamic stall on advanced airfoil sections. Volume 1: summary of the experiment," *NASA-TM-84245-VOL-1*.
- [6] 2000, Loeser, Thomas, "Oscillating 65° delta wing, experimental," *NATO research & technology organization*, RTO-TR-026, pp.415-430.
- [7] 2000, Fritz, Willy, "Oscillating 65° delta wing, numerical," *NATO research & technology organization*, RTO-TR-026, pp.431-435.