



# 가로세로비가 큰 격자에서 국소 예조건화 기법의 정확성 및 수렴성

이재은,<sup>1</sup> 김윤식,<sup>2</sup> 권장혁<sup>\*3</sup>

## ACCURACY AND CONVERGENCE OF THE LOCAL PRECONDITIONING ON THE HIGH ASPECT RATIO GRIDS

J.E. Lee,<sup>1</sup> Y. Kim<sup>2</sup> and J.H. Kwon<sup>\*3</sup>

*The local preconditioning method has both robust convergence and accurate solutions by using local flow properties for parameters in the preconditioning matrix. Preconditioning methods have been very effective to low speed inviscid flows. In the viscous and turbulent flows, deterioration of convergence should be overcome on the high aspect ratio grids to get better convergence and accuracy. In the present study, the local time stepping and min-CFL/max-VNN definitions are applied to compare the results and we propose the method that switches between two methods. The min-CFL definition is applied for inviscid flow problems and the min-CFL/max-VNN definition is implemented to viscous and turbulent flow problems.*

**Key Words** : 국소 예조건화 기법(Local Preconditioning), 가로세로비가 큰 격자(High Aspect Ratio Grid), Min-CFL 기법 (Min-CFL Definition), mn-CFL/max-VNN 기법(Min-CFL/max-VNN Definition)

### 1. 서 론

국소 예조건화 기법(local preconditioning method)은 지속에서의 고유치를 보정하고 수렴의 경직성(stiffness) 문제를 해결하기 위하여 국소 유동 변수를 사용하는 기법이다[4]. 국소 예조건화 기법은 예조건화 행렬이 국소적 유동 변수를 사용하기 때문에 정체점(stagnation point)을 포함하는 유동 해석 시해의 특이성(singularity)에 의한 수치 불안정성을 보일 수 있다. 이러한 특이성을 제거하기 위해 일종의 제한자(limiter) 역할을 하는 변수를 도입한다.

예조건화 기법은 지속 비점성 유동의 수렴성 및 정확성에 매우 효과적인 해석 방법이다. 이를 점성 및 난류 유동이 아닌 이상 유동, 열전달 혹은 연소 문제 등 넓은 유동 조건에 확장하여 적절한 유동 해를 해상하고 있지만 좀 더 극적인 조건에서 강건하고 정확한 유동 해를 얻기 위해서는 부가적인 처

리가 필요하다.

본 연구에서는 첫 단계로 점성 및 난류 유동 해석에서 유동 해의 정확성에 직접 영향을 미치는 가로세로비가 큰 셀을 가지는 격자계에 대한 국소 예조건화 기법의 수렴성 및 정확성을 논하고자 한다.

셀의 가로세로비가 큰 영역에서는 일반적으로 적용하고 있는 국소 시간 전진 기법을 적용하면 셀이나 유동 조건에 비하여 강건한 편이지만 수렴성이 크게 둔화된다. 그에 비해 [1], [12], [13]에서 제안한 min-CFL/max-VNN 기법을 시간 간격 정의에 사용하면 가로세로비가 큰 격자계에서도 격자에 거의 의존하지 않는 수렴성을 확보할 수 있다.

본 연구 결과에 의하면 수식의 정의 상 국소 시간 전진 기법이 min-CFL /max-VNN 기법보다 높은 셀  $AR$  조건에서 수렴성이 둔화되기는 하지만 강건한 편이었고 낮은 셀  $AR$  조건에서는 기존의 기법이 더 나은 수렴성을 제공하기 때문에 두 기법을 적절히 조합하는 기법을 제안하였다. 이 조합을 사용한 기법을 임의로 'switching' 기법이라 하고 국소 시간 전진 기법과 min-CFL /max-VNN 기법을 적용하였을 때 수렴성을 비교하여 보았다.

격자 중심 유한 체적법 기반의 2차원 예조건화된 Navier-

1 학생회원, KAIST 항공우주공학전공

2 정회원, 한국해양연구소 해양시스템안전연구소

3 종신회원, KAIST 항공우주공학전공

\* Corresponding author, E-mail: jhkwon@kaist.ac.kr

Stokes 지배 방정식을 사용하였다. Weiss와 Smith의 국소 예조건화 행렬을 사용하였고 기준 속도는 Park 등의 정의를 적용하였다. 3차 공간 정확도의 MUSCL 기법을 van Albada 제한자와 함께 사용하였고 시간진진 기법으로 다중 격자 DADI 기법을 적용하였다. 난류 유동 해석을 위하여 k-w WD+ 난류 모델을 사용하였다.

본 연구에서 제안한 기법을 검증하기 위하여 비점성 유동 해석의 경우 평판 및 10% bump 문제를, 점성 및 난류 유동 해석의 경우 층류 및 난류 경계층 유동 문제를 해석하였다 좀 더 확실한 비교를 위하여 2차원 NACA 4412 익형 주위의 난류 유동에 대한 결과를 비교하였고 이는 발표 자료에 언급할 예정이다.

## 2. 예조건화 기법

### 2.1 지배 방정식 및 예조건화 기법

점성 압축성 유동의 지배 방정식인 Navier-Stokes 방정식을 국소 예조건화 기법을 적용하여 미분 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\Gamma \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \\ T \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$E_v = [0, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, u\sigma_{xx} + v\sigma_{xy} - q_x]^T \quad (3)$$

$$F_v = [0, \sigma_{yx}, \sigma_{yy}, u\sigma_{yx} + v\sigma_{yy} - q_y]^T \quad (4)$$

식 (1)에서  $Q$ 는 압력, 속도, 온도로 이루어진 원시 변수 벡터 행렬을,  $E$ 와  $F$ 는 각각  $x$  방향 비점성 및 점성 수치 유속(flux)을 의미한다. 본 연구에서는 Choi와 Merkle의 예조건화 기법[1]을 확장하여 사용한 Weiss와 Smith의 예조건화 행렬(preconditioning matrix)[2]  $\Gamma$ 를 사용하였다.

식 (6)의  $\Theta$ 는 매개변수(parameter)이고  $c$ 는 음속을 나타낸다.  $U_r$ 은 기준 속도 (reference velocity)로써 국소 예조건화 (local preconditioning) 기법에서 수치 해의 불안정성을 제거하기 위한 일종의 제한자(limiter) 역할을 하는 매우 중요한 변수이다. 본 연구에서는 식 (7)의  $K$ 를 0.5로 고정한다.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Theta & 0 & 0 & -\frac{\rho}{T} \\ \Theta u & \rho & 0 & -\frac{\rho u}{T} \\ \Theta v & 0 & \rho & -\frac{\rho v}{T} \\ \Theta H - 1 & \rho u & \rho v & \rho(C_p - \frac{H}{T}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$z\Theta = \left( \frac{1}{U_r^2} - \frac{1}{c^2} \right) + \frac{1}{RT} \quad (6)$$

$$U_r = \min \left[ c, \max(|U|), KU_{cut}, U_{vis}, \sqrt{\frac{|p'|}{\rho}} \right] \quad (7)$$

$U_{cut} = \min(U_\infty, c_\infty)$  이고,  $p_l$ 과  $p_r$ 이 각각 격자 경계면의 왼쪽 오른쪽 게이지 압력을 나타낼 때  $p' = (p_l + p_r)/2$ 의 관계가 있다.  $U_{cut}$ 과  $p'$ 은 Weiss와 Smith가 제안한 기준 속도에서 사용한 항을 수정하였다[3]. Weiss와 Smith의  $U_{vis}$ 는  $\Delta d$ 가 각 방향 셀의 크기를 의미할 때  $\mu/\rho\Delta d$ 로 정의하고 점성 유동에서 활성화되는 항이다.

$k-w$  난류 방정식에서 원천항  $S$ 는  $k$ 와  $w$ 의 생성율( $P$ )과 소멸율( $D$ )의 합으로 구성되어 있다.  $\mu_t$ 과  $\mu_v$ 가 각각 층류 및 난류 점성 계수일 때 층류 점성 계수는 Sutherland 법칙에 의해 결정되고 난류 점성 계수  $\mu_t = \rho\alpha_v c_\mu^o (k/w)$ 로 결정된다[6]. 본 연구에서는  $k-w$  WD+ 난류 모델[5]을 적용하였고 관련된 모든 상수는 [5,6,7]를 참고한다.

### 2.2 적용된 수치 해석 기법

본 연구에서는 격자 중심 유한 체적법을 사용하여 지배 방정식을 이산화하였고 Roe의 FDS 기법을 적용하였다. 단, 예조건화된 지배 방정식은 예조건화 행렬에 의해 고유치가 보정되므로 인공 점성 항에 예조건화 효과를 반영해야 지속에서 해의 정확도를 보장할 수 있다[1]. 또한, 보다 정확한 해를 얻기 위하여 3차 정확도의 MUSCL (Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws) 기법을 적용하였는데, 유동 변수로서 비보존 변수를 보정한 후 보존 변수를 계산하였다[8].

시간 진진 기법으로 DADI (Diagonalized Alternate Directional Implicit) 기법[3,9-11]을 사용하였다. 본 연구에서는 Navier-Stokes 방정식과  $k-w$  방정식을 분리하여 시간 적분하기 위해 loosely coupled algorithm을 적용하였다. 이와 관련한 상세한 절차는 [7]을 참고한다.



### 3. 시간 전진 기법

#### 3.1 국소 시간 전진 기법

수렴 가속을 위하여 국소 시간 전진 기법을 사용하였는데 예조건화 행렬에 의해 보정된 고유치와 난류 방정식에 사용된 근사 최대고유치를 고려하였다[3,7,8].

$$\Delta t = \frac{CFL}{(|u'|+c')+(|v'|+c')+r(A_u)+r(B_v)} \quad (8)$$

$$r(A_v) = 2 \left( \frac{\mu_l}{Pr_l} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\gamma \sqrt{(\xi_x^2 + \xi_y^2)}}{J} \quad (9)$$

식 (8)은 국소 시간 전진 기법이 적용된 시간 간격을 의미하고 식 (9)는 점성 유속 Jacobian의 근사 고유치를 의미한다 이 때 최대 근사 최대고유치는 DADI 기법에도 사용된다.

식 (8)을 살펴보면 각 방향으로의 고유치 모두 더하게 된다. 따라서 가장 큰 값을 가진 고유치가 분모가 되기 때문에 일종의 max-CFL 기법이라고 할 수 있다.

#### 3.2 Min-CFL 기법

국소 시간 전진 기법은 각 격자점에서 각각 다른 시간 간격을 적용한다 일반적으로 비점성 유동의 수렴 가속을 위해 max-CFL 기법을 사용한다 가로세로 비가 1보다 훨씬 큰 격자에서는 유동이 흘러가는 방향으로 수렴이 매우 늦어진다 한편, 가로세로 비가 1보다 훨씬 작은 격자 영역에서는 유동이 흘러가는 방향에 수직인 방향으로 수렴성이 악화된다. 따라서 비점성 유동의 경우에도 가로세로 비가 큰 격자를 위해서는 식 (10)과 같이 두 변수 중에 큰 값을 사용하는 min-CFL 기법을 사용하도록 한다[12,13].

$$\Delta t = \max \left[ \frac{CFL \Delta x}{\lambda_x}, \frac{CFL \Delta y}{\lambda_y} \right] \quad (10)$$

$$\lambda_x = u' + c', \quad \lambda_y = v' + c' \quad (11)$$

식 (10)은 식 (8)과는 다르게 각 방향의 고유치 중 작은 값이 선택되고 나머지 한 값은 시간 간격에 영향을 주지 않는다. 따라서 분모가 지나치게 작아서 가지게 될 불안정성을 분자인 셀의 크기가 적절한 수준으로 조절해 주는 형태를 가지고 있다.

#### 3.3 Min-CFL/max-VNN 기법

점성 및 난류 유동에서의 물체 주위의 유동을 적절히 해석하기 위해서는 비점성 유동 해석에 비하여 가로세로 비가 큰 격자를 사용하게 된다. 앞 절에서 설명한 min-CFL 기법이 비점성 유동 해석에서 가로세로 비가 큰 경우 효과적이라 한다면, 점성 및 난류 유동 해석을 위해서는 min-CFL 기법 이외에 추가적인 예조건화 행렬의 기준 속도의 제한이 필요하게 된다. 예조건화 행렬의 중요한 제한자인 기준 속도 내의 변수 중 점성 영역에서 활성화되는  $U_{vis}$  항을 수정하게 되면 예조건화 행렬이 수정되기 때문에 점성 예조건화 행렬이라 부르기도 한다[1]. 가장 주목받는 방법은 Choi와 Merkle이 제안한 형태로 좀 더 보완된 형태가[12,13]과 같다.

본 연구에서는 [12,13]의 식 (12)를 사용하였다

$$U_{vis}^2 = \max \left[ \frac{\alpha(\alpha-1)}{(\alpha-1)+c^2/u^2}, \frac{\beta(\beta-1)}{(\beta-1)+c^2/v^2} \right] c^2 \quad (12)$$

$$\alpha = \frac{CFL}{VNN} \frac{S}{Re_{\Delta x}}, \quad \beta = \frac{CFL}{VNN} \frac{1}{S} \frac{1}{Re_{\Delta y}} \quad (13)$$

$$AR = \frac{\Delta x}{\Delta y}, \quad Re_{\Delta x} = \frac{u \Delta x}{\nu}, \quad Re_{\Delta y} = \frac{v \Delta y}{\nu} \quad (14)$$

식 (12)를 살펴보면 왼쪽 항은 셀  $AR$ 가 1보다 큰 경우, 오른쪽 항은 반대의 경우 선택되는 형태이다 식 (13)에서  $VNN$ 은 Von Neumann Number를 의미하고 임의의 상수이다. 식 (14)는 각각 셀 가로세로 비 및 셀 레이놀즈 수를 의미하는데  $\nu$ 는 동점성 계수이다  $S$ 는 1[1],  $AR$ [13],  $AR^2$ [14]이 될 수 있는데 본 연구에서는 아직 다른 조건에서의 수렴성을 확보하지 못하여 1로 설정하였다.  $VNN$ 은 연구자가 임의로 설정할 수 있는 값으로써 본 연구에서는 100으로 고정하여 사용하였다. 차후에 CFL 수와 VNN 수와의 상관관계에 대한 결과를 추가할 수 있을 것이다. 식 (10)이 비점성 유동에서 효과적이라고 알려져 있다면 식 (12)는 점성 유동 해석을 위해 좀 더 정교해진 수식으로, 셀  $AR$ 와 셀 레이놀즈 수가 직접 수식에 사용되고 CFL 수와 더불어 사용자가 정의 가능한 VNN 수가 추가되었다. 특히 식 (12)는 예조건화 행렬의 기준 속도에서 중요한 항이고 고유치에 직접적인 영향을 주기 때문에 시간 간격 정의에는 min-CFL 기법을 적용하고 고유치는 식 (12)가 반영되어 min-CFL/max-VNN 기법이 된다.

#### 3.4 Switching 기법

본 연구에서는 10% bump 유동 결과에서 살펴본 바와 같이 min-CFL/max-VNN 기법이 격자의 가로세로 비에 크게 의

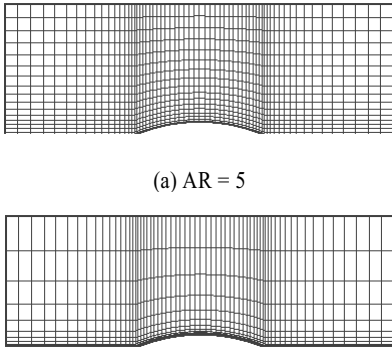


Fig. 1 (b) AR = 500

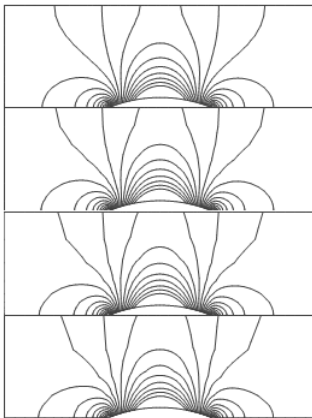


Fig. 2 Pressure isolines of the original definition when  $M=0.1$  :  $AR=5, 50, 500, 5000$  (from the top).

존하지 않는 결과를 도출한다[1,13]고 하더라도, 모든 시간 적분 기법에 적용하여 똑같은 결과를 도출한다고 할 수 없을 뿐만 아니라[12] 격자의 가로세로 비에 다소 의존하더라도 더 나은 수렴성이 선호되기 때문에 국소 시간 전진 기법과 min-CFL/max-VNN 기법을 switching하여 사용하였다. 즉, 각 셀의 가로세로 비가 특정한 값보다 작은 영역에서는 기존의 국소 시간 전진 기법이 적용되게 하였고 큰 영역에서는 min-CFL/max-VNN 기법이 활성화되도록 하였다.

식 (12)는 본 연구에서는 경험적으로 switching의 기준이 되는 셀의 가로세로 비를 최대 가로세로 비의 10%로 설정하였다.

#### 4. 수치 해석 결과 및 분석

본 연구에서는 평판 및 10% bump의 비점성 유동에 대하여 국소 시간 전진 기법(original), min-CFL 기법(Min-CFL), 두

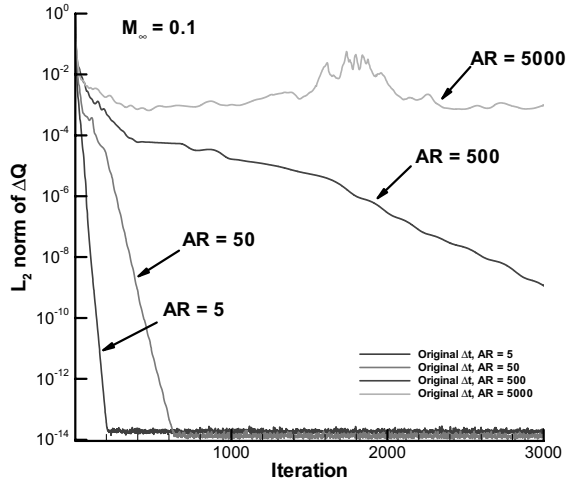


Fig. 3 Convergence histories of the original definition at AR from 5 to 5000,  $M=0.1$

기법의 조합인 switching 기법(present)을 적용하여 결과를 비교하였다. 또한, 점성 유동 해석을 위하여 층류 및 난류 경계층 유동과 2차원 NACA 4412 익형 주위의 난류 유동에 대하여 국소 시간 전진 기법(original), min-CFL/max-VNN 기법(Buelow), switching 기법(present)을 각각 적용하여 결과를 비교하였다.

단, 본 논문에서는 bump 유동과 층류 및 난류 유동 결과만을 설명하였고 다른 예제는 발표 시 설명할 예정이다.

#### 4.1 10% bump 유동

10% bump에 대한 비점성 유동을 수행하였고 사용한 격자계는 Fig. 1과 같다. 격자점은  $65 \times 71$ 로 이루어져 있다.

사용한 CFL 수는 5이고 bump 유동만 수렴 가속을 위하여 4레벨 다중 격자 기법을 적용하였다. 자유류의 마하수는 0.1과 0.001이고 격자 AR은 5, 50, 500, 5000에 대하여 적용하였다. 여기서 AR의 기준은 가장 큰 값을 가진 왼쪽 아랫면을 기준으로 하였고 AR이 5000일 때 bump 윗면에서는 2200 정도의 값을 가진다. 자유류의 마하수 0.001은 0.1과 결과의 경향성이 매우 유사하기 때문에 0.1에 대한 결과만 설명하기로 한다.

Fig. 2는 셀 AR이 변함에 따라 유동 해의 정확성이 유지되는지 확인한 결과로써, 기존에 사용하고 있는 국소 시간 전진 기법의 등압선의 분포를 나타낸다. 예상한 바와 같이 AR이 5일 때 가장 부드러운 분포를 보이지만 5000일 때도 타당한 등압선이 나타난다. 또한, 다른 두 시간 전진 기법에 대하여서도 같은 결과가 나타났기 때문에 생략하기로 한다.

Fig. 3에서 5는 각 셀 AR에 대한 국소 시간 전진 기법

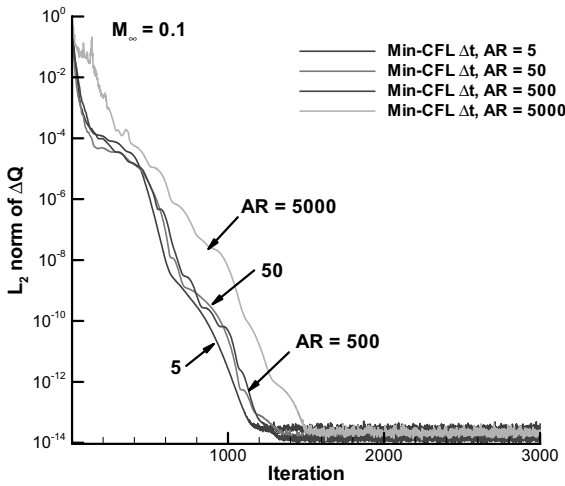
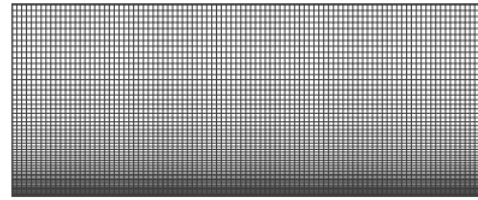


Fig. 4 Convergence histories of the min-CFL definition at AR from 5 to 5000,  $M=0.1$



(a)  $AR = 10$

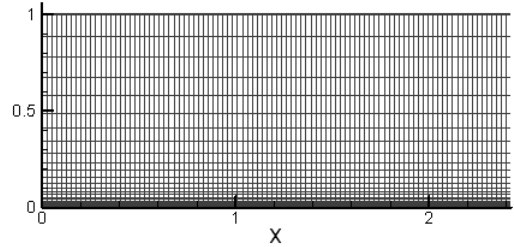


Fig. 6 (b)  $AR = 10^5$

본 연구에서 제안한 switching 기법의 핵심은 특정한 셀  $AR$ 를 기준으로 국소 시간 전진 기법과 min-CFL 기법의 장점을 받아들여 최적의 수렴성을 얻고자 하는데 있고 결과적으로 Fig. 3과 Fig. 4의 조합인 Fig. 5를 얻을 수 있었다.

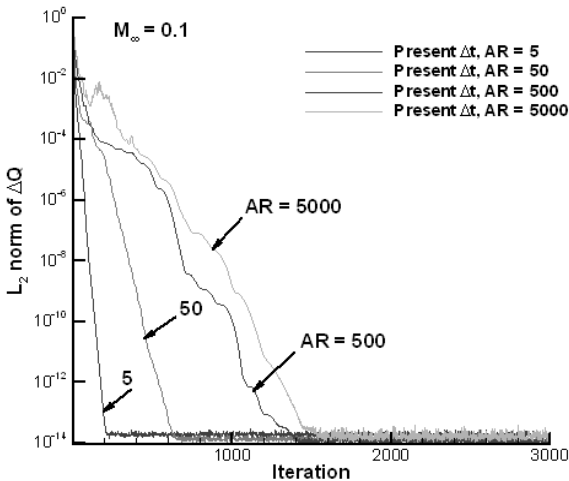


Fig. 5 Convergence histories of the switching definition at AR from 5 to 5000,  $M=0.1$

#### 4.2 층류 경계층 유동

점성 유동 해석의 예로 층류 및 난류 경계층 유동 해석을 수행하였고 두 경우 모두 Fig. 6의 격자계를 사용하였다 격자 점은  $97 \times 65$  개로 이루어져 있고 Fig. 7의 결과의 위치는  $x = 2$ 이다.

사용한 CFL 수는 5이고 VNN 수는 100으로 고정하였다. 4 레벨 다중 격자 기법을 적용하였으며 자유류의 마하수는 0.1, 레이놀즈 수는  $4 \times 10^3, 4 \times 10^4, 4 \times 10^5, 4 \times 10^6, 4 \times 10^7$ 로 하였다. 셀  $AR = 10, 100, 1000, 10^4, 10^5$ 에 대하여 국소 시간 전진 기법, min-CFL/max-VNN 기법, switching 기법을 적용하였다.

Fig. 7은 국소 시간 전진 기법을 적용하였을 때 레이놀즈 수와 해당되는 셀  $AR$ 가  $4 \times 10^4(100), 4 \times 10^5(100), 4 \times 10^5(1000)$  일 때의 층류 경계층 유동 해의 정확성을 검증한 결과이다. 모두 이론치에 거의 같은 해를 보이고 있고 다른 시간 전진 방법론의 결과도 완전히 동일하다.

Fig. 8은 레이놀즈 수와 해당 셀  $AR$ 가  $4 \times 10^3(10), 4 \times 10^4(10), 4 \times 10^5(10)$ 일 때 국소 시간 전진 기법과 min-CFL/max-VNN 기법의 수렴성을 비교하였다. 비점성 결과와 비슷하게 셀  $AR$ 가 작을 경우 국소 시간 전진 기법의 사용이 수렴성에 좀 더 유리함을 알 수 있다

Fig. 9는 레이놀즈 수와 해당 셀  $AR$ 가  $4 \times 10^4(100),$

min-CFL 기법, switching 기법을 적용하여 수렴성을 비교한 결과이다.  $AR$ 가 5나 50일 경우 Fig. 3의 국소 시간 전진 기법의 결과가 Fig. 4의 min-CFL 기법의 결과와 비교하여 더 좋은 수렴성을 보이고 있다. 그에 비하여  $AR$ 가 500이나 5000일 경우에는 min-CFL 기법이 더 나은 결과를 보인다. Fig. 3과 Fig. 4의 결과를 비교해 보면 기존의 방법론이 셀  $AR$ 가 커지면 수렴성이 크게 나빠지지만 min-CFL 기법은 셀  $AR$ 에 거의 의존하지 않는다는 참모문헌의 결과와 일치한다[1,12,13].

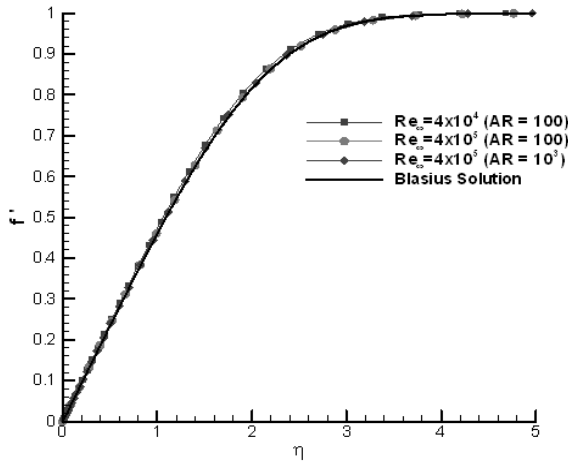


Fig. 7 Accuracy of the original definition near the wall,  $Re_\infty = 4 \times 10^4(100), 4 \times 10^5(100), 4 \times 10^5(1000)$

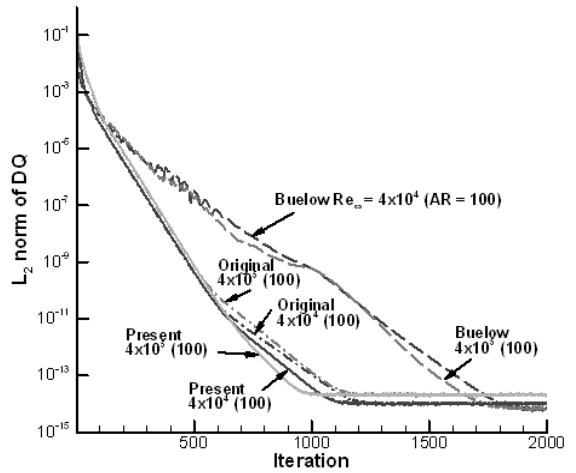


Fig. 9 Convergence comparisons among the original, min-CFL/max-VNN, present definitions,  $Re_\infty = 4 \times 10^4(100), 4 \times 10^5(100)$

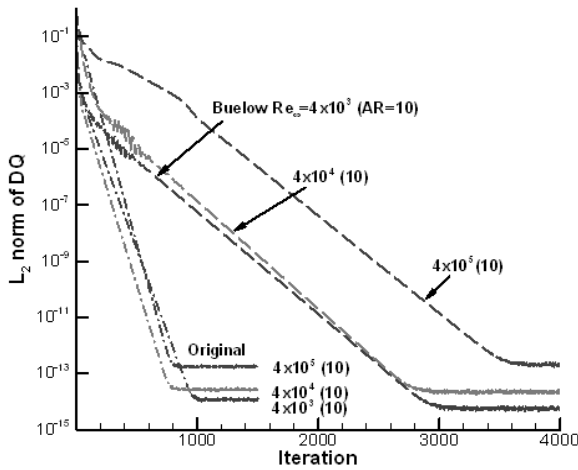


Fig. 8 Convergence comparisons between the original and min-CFL/max-VNN definitions,  $Re_\infty = 4 \times 10^3(10), 4 \times 10^4(10), 4 \times 10^5(10)$

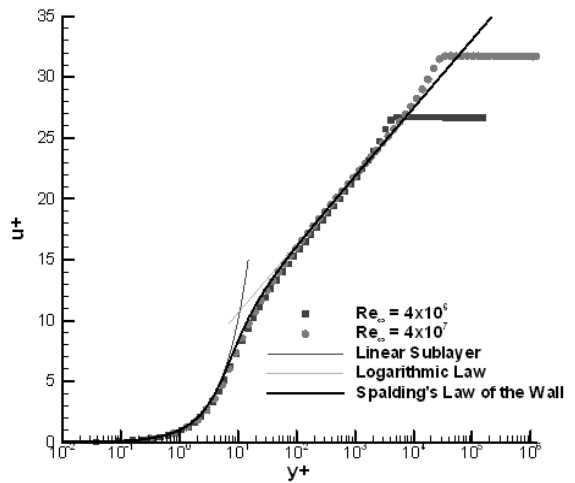


Fig. 10 Accuracy of the original definition near the wall,  $Re_\infty = 4 \times 10^6(10^5), 4 \times 10^7(10^5)$

$4 \times 10^5(100)$ 일 때 min-CFL/max-VNN 기법과 switching 기법의 수렴성을 비교한 결과이다. 마찬가지로 셀 AR가 작은 값이기 때문에 switching 기법이 국소 시간 전진 기법의 경향에 맞춰서 수렴함을 확인할 수 있다.

다른 레이놀즈수 및 셀 AR의 결과는 발표 자료를 참고로 한다.

### 4.3 난류 경계층 유동

앞서 밝혔듯이 난류 모델은 k-w WD+를 사용하였고 국소

시간 전진 기법을 적용한 후 유동해의 결과는 Fig. 10과 같다. 층류 유동과 마찬가지로 이론치에 거의 근접함을 확인할 수 있다. 층류 경계층 유동과 마찬가지로 다른 시간 전진 기법도 동일한 결과를 보였다

Fig. 11은 레이놀즈 수와 해당 셀 AR가  $4 \times 10^6(10^4), 4 \times 10^7(10^4)$  일 때 min-CFL/max-VNN 기법 적용 후 수렴 결과이다. 그림에는 없지만 난류 유동의 경우도 기존의 국소 시간 전진 기법은 셀 AR가 매우 크기 때문에 min-CFL/max-VNN 기법보다 수렴성이 더 좋지 않게 나타난다. 그에 비하여 적절

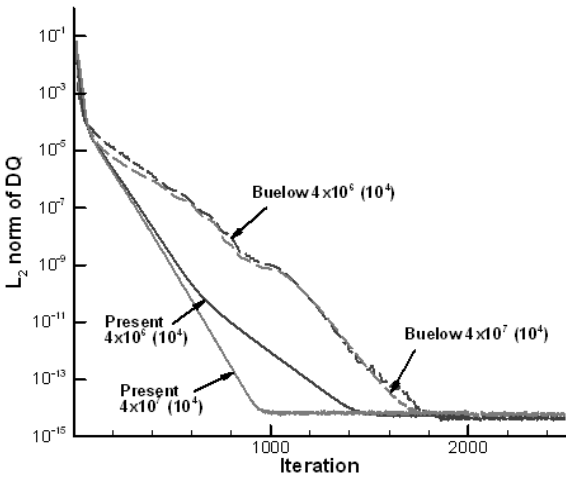


Fig. 11 Convergence comparisons between the min-CFL/max-VNN and present definitions,  $Re_\infty = 4 \times 10^6 (10^4)$ ,  $4 \times 10^7 (10^4)$ .

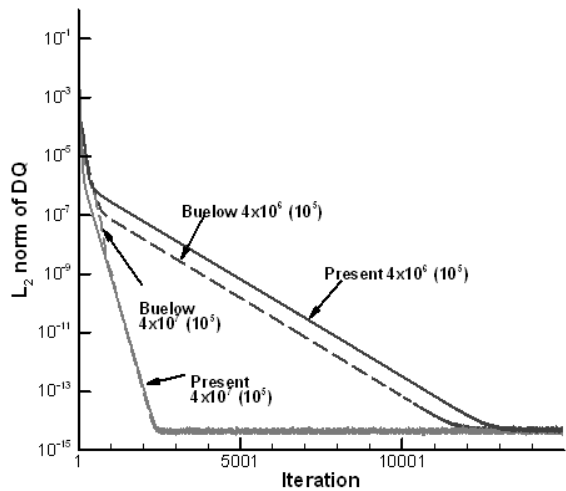


Fig. 12 Convergence comparisons between the min-CFL/max-VNN and present definitions,  $Re_\infty = 4 \times 10^6 (10^5)$ ,  $4 \times 10^7 (10^5)$ .

한 switching을 거치면 기존의 방법론이나 min-CFL/max-VNN 기법보다 더 수렴성이 좋아진다는 것을 알 수 있다.

Fig. 12는 레이놀즈 수와 해당 셀  $AR$ 가  $4 \times 10^6 (10^5)$ ,  $4 \times 10^7 (10^5)$  일 때 min-CFL/max-VNN 기법 적용 후 수렴 결과이다. 셀  $AR$ 가 매우 큰 편이기 때문에 본 연구에서 제안한 시간 전진 기법은 min-CFL/max-VNN 기법의 경향을 거의 따라간다는 것을 확인할 수 있다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 가로세로 비가 큰 격자에서의 예조건화 기법의 수렴성 및 정확성을 살펴보았다. 시간 간격을 정의할 때 기준에 사용하던 국소 시간 전진 기법 min-CFL 기법, min-CFL/max-VNN 기법, 본 연구에서 제안하는 switching 기법을 비점성 층류 및 난류 경계층 유동 결과에 적용하여 비교하였다. 결과적으로 switching 기법은 수렴성에서 작은 셀  $AR$  조건에서는 기존 기법의 장점을, 큰 셀  $AR$  조건에서는 min-CFL/max-VNN 기법의 장점을 가진다. 국소 예조건화 기법은 국소 물성치를 사용하기 때문에 셀  $AR$ 가 큰 영역에서 비 물리적인 유동 해를 보일 수 있다 NACA 4412 익형 주위의 난류 유동 해석 결과로 정확성과 수렴성과 관련하여 발표 자료에 추가하여 논의하기로 한다.

### 참고문헌

- [1] 1993, Choi, Y.-H. and Merkle, C.L., "The Application of Preconditioning in Viscous Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol.105, No.1, pp.207-223.
- [2] 1995, Weiss, J.M. and Smith, W.A., "Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Flows," *AIAA Journal*, Vol.33, No.11, pp.2050-2057.
- [3] 2006, Park, S.H., Lee, J.E. and Kwon, J.H., "Preconditioning HLLC Method for Flows at All Mach Numbers," *AIAA Journal*, Vol.44, No.11, pp.2645-2653.
- [4] 2004, Yildirim, B. and Cinnella, P., "On the Validation of a Global Preconditioner for the Euler Equations," *AIAA Paper 2004-740*.
- [5] 2002, Thivet, F., "Lessons Learned from RANS Simulations of Shock-Wave/Boundary-Layer Interactions," *AIAA Paper 2002-0583*.
- [6] 1988, Wilcox, D.C., "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Trubulence Models," *AIAA Journal*, Vol.26, No.11, pp.1299-13130.
- [7] 2004, Park, S.H. and Kwon, J.H., "Implementation of k-w Turbulence Models in an Implicit Multigrid Method," *AIAA Journal*, Vol.42, No.7, pp.1348-1357.
- [8] 1986, Anderson, W.K., Tomas, J.L. and van Leer, B., "Comparison of Finite Volume Flux Vector Splittings for the Euler Equations," *AIAA Journal*, Vol.24, No.9, pp.1453-1460.
- [9] 1981, Pulliam, T.H. and Chaussee, D.S., "A Diagonal Form of and Implicit Approximate-Facotrization Algorithm," *J. Comp. Phys.*, Vol.39, pp.347-363.



- [10] 1982, Ni, R.-H., "A Multiple-Grid Scheme for Solving the Euler Equations," *AIAA J.*, Vol.2, No.11, pp.1565-1571.
- [11] 1997, Jespersen, D., Pulliam, T. and Burning, P., "Recent Enhancements to OVERFLOW," *AIAA Paper 97-0644*.
- [12] 2001, Buelow, P.E.O., Venkateswaran, S. and Merkle, C.L., "Stability and Convergence Analysis of Implicit Upwind Schemes," *Computers & Fluids*, Vol.30, pp.961-988.
- [13] 1994, Buelow P.E.O., Venkateswaran, S., Merkle, C.L., "The Effect of Grid Aspect Ratio on Convergence," *AIAA Journal*, Vol.32, No.12, pp.2401-2408.