



# Radial Basis Function을 사용한 격자 변형에 대한 연구

제 소 영,<sup>1</sup> 정 성 기,<sup>1</sup> 양 영 록,<sup>1</sup> 명 노 신,<sup>\*2</sup> 조 태 환<sup>2</sup>

## A STUDY ON A GRID DEFORMATION USING RADIAL BASIS FUNCTION

S.Y. Je,<sup>1</sup> S.K. Jung,<sup>1</sup> Y.R. Yang,<sup>1</sup> R.S. Myong<sup>\*2</sup> and T.H. Cho<sup>2</sup>

*A moving mesh system is one of the critical parts in a computational fluid dynamics analysis. In this study, the RBF(Radial Basis Function) which shows better performance than hybrid meshes was developed to obtain the deformed grid. The RBF method can handle large mesh deformations caused by translations, rotations and deformations, both for 2D and 3D meshes. Another advantage of the method is that it can handle both structured and unstructured grids with ease. The method uses a volume spline technique to compute the deformation of block vertices and block edges, and deformed shape.*

**Key Words :** 격자 변형(Mesh Deformation), Radial Basis Function(RBF), TransFinite Interpolation(TFI), Spring Analogy

### 1. 서 론

격자변형 알고리즘에는 대수학법, 탄성근거법, 그리고 RBF(Radial Basis Function)등이 있다. 대수학법은 대수방정식을 이용한 계산기법으로 계산에 소요되는 시간은 적으나 Block의 이동을 제어할 수 없으며 Block 내부 격자점의 변위 계산만 가능하다. 탄성근거법으로는 인장 또는 비틀림 스프링을 이용하는 스프링 유사법(Spring Analogy)이 있으며 연속체 역학의 방정식에 직접적으로 근거한 방법을 포함하고 있기 때문에 Block의 이동 및 Block 내부 격자점의 변위 전체를 계산할 수 있다. 하지만 Spring Analogy의 특성상 반복계산이 요구되므로 상당한 시간이 소요된다. RBF는 신경망의 일종으로 곡면 근사화 문제에 적용된다. 핵함수(Basis Function)를 사용하는 내삽법 중의 하나로, 주어진 실험점에서의 반응값과 정확히 일치하는 수학 모델을 제공한다. 이는 근사적 회귀식을 제공하는 방식과 뚜렷한 차이점을 가지고 있다. 신경망은 여러가지 응용 분야 중에서 함수 근사 문제에도 상당한 효율성을 보여주고 있다.

### 2. GRID DEFORMATION SCHEME

#### 2.1 RADIAL BASIS FUNCTION INTERPOLATION

Radial Basis Function은 내삽법 중 하나로 설계공간에서의 실험점과 이에 대한 반응값이 주어졌을 때 Radial 함수를 핵 함수로 하여 근사적인 수학방정식 형태로 모델을 계산하는 것을 의미한다.

Radial Basis 함수의 모델은 n개의 실험점에서 반응값  $d_b$ 를 수치적 방법으로 얻었을 때 식(1)과 같이 Basis 함수와 가중치의 선형조합이 된다.

$$s(x) = \sum_{j=1}^{n_b} \alpha_j \phi(\|x - x_{b_j}\|) + p(x) \quad (1)$$

이때  $\|x\| = \sqrt{(x^1)^2 + \dots + (x^{2d})^2}$ 이며 알려진 데이터의 실험점을 사용한다.  $\phi$ 는 사용되는 Radial Basis 함수를 의미하며, 거리 ( $\|x - x_{b_j}\|$ )를 인자로 하는 스칼라 함수이다. 이를 Radial 함수라고 하는 이유는  $\phi$ 가 오직 거리만의 함수, 즉  $\phi(\mathbf{x}) = \phi(\|\mathbf{x}\|)$ 가 되기 때문이다. 여기서  $n_b$ 는 Radial 함수의 개수이며 실험점 개수보다 작거나 같아야 한다. 가중치  $\alpha$ 와 다항식  $p(x)$ 는 보간조건에 의해 결정된다.

1 학생회원, 경상대학교 기계항공공학부

2 정회원, 경상대학교 기계항공공학부 및 항공기부품기술 연구소

\* Corresponding author, E-mail: myong@gnu.ac.kr

$$\begin{bmatrix} d_b \\ o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{b,b} P_b \\ P_b^T 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

가중치  $\alpha$ 와 다항식  $p(x)$ 는 식 (2)에 의해 해결된다. 이때  $M$ 은 핵함수  $\phi(\|x - x_b\|)$ 를 계산하는 Matrix이다.

### 2.2 SPRING ANALOGY

Spring Analogy는 Block의 격자점 이동을 결정하기 위해 적용된다. Spring Analogy는 Vertex 모델과 Segment 모델인 두 개의 형식으로 분류되며 본 과제에서는 격자 변형을 위해 Segment 모델을 적용하였다. Block의 꼭지점은 Stiffness를 가지는 가상의 Spring 네트워크로 연결되며 식 (3)과 같다.

$$k_{ij} = \frac{\lambda}{[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^\beta} \quad (3)$$

Spring Stiffness는 하나의 Block에 대해 전체 12개의 Edge와 4개의 Cross-Diagonal Edge로 계산된다. 이러한 Cross-Diagonal Edge는 격자의 전단 운동을 제어하기 위해 적용되며 이때 계수  $\lambda$ 와  $\beta$ 는 격자의 Stiffness를 제어하기 위해 사용된다. 일반적으로  $\lambda$ 와  $\beta$ 는 1과 0.5가 사용되며 이는 Stiffness가 Edge의 길이에 반비례함을 의미한다. 또한 각 Block의 꼭지점의 이동은 정적 평형상태를 계산함에 의해 결정된다.

$$\sum_{j=1}^{N_i} k_{ij} (\delta_i^n - \delta_j^n) = 0 \quad (4)$$

### 2.3 TRANSFINITE INTERPOLATION

모든 Block에 대한 Vertex의 이동을 계산한 후 각각의 Block 내의 체적 격자는 Arc-Length를 기반으로 한 TFI(TransFinite Interpolation) 방법을 사용함에 의해 결정된다. 이 방법은 초기 격자의 특성을 보존하는 것으로 우선 모든 격자점을 매개변수화 한다. 다음 3차원 Arc-Length를 기반으로 한 TFI 방법을 이용하여 격자점을 계산한 후, 초기 격자로부터 획득된 변위가 새로운 격자를 획득하기 위해 추가된다. 다중 Block 정렬 격자는 Block, Face, Edge와 Vertex들로 구성된다. 각각의 Block은 식 (5)에서 정의된 체적 격자를 가진다.

$$X^B = x_{i,j,k} | i = 1, \dots, i \max; j = 1, \dots, j \max; k = 1, \dots, k \max \quad (5)$$

매개변수화 과정에서  $i$  방향의 격자선을 따라 각각의 Block에 대한 표준화 된 Arc-Length 기반의 매개변수는 식 (6)

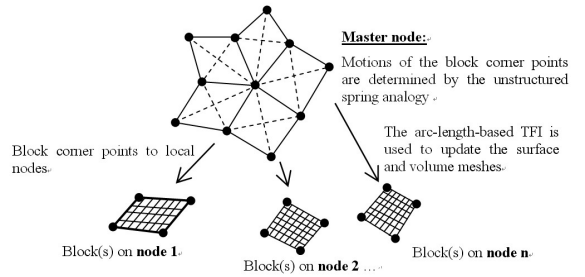


Fig. 1 A suitable strategy for parallel multi-block structured grid deformation

과 같다.

$$\begin{aligned} S_{1,j,k} &= 0, \quad S_{i,j,k} = S_{i-1,j,k} + \\ &\frac{\sqrt{(x_{i,j,k} - x_{i-1,j,k})^2 + (y_{i,j,k} - y_{i-1,j,k})^2 + (z_{i,j,k} - z_{i-1,j,k})^2}}{S_{i,j,k}} \\ F_{i,j,k} &= \frac{S_{i,j,k}}{S_{i \max, j, k}} \end{aligned} \quad (6)$$

유사한 방법으로  $j, k$  방향에 대한 매개변수  $G_{i,j,k}$ 와  $H_{i,j,k}$  정의 될 수 있다. 다음 단계로 3차원 TFI 형식에 기반을 둔 Edge, Surface 및 Block의 변위를 계산한다. 형상 변형에 의한 변위로부터 내삽에 의해 유도된 변위값은 TFI 방법을 이용함에 의해 유도되며 초기 격자에 변위값을 추가함에 의해 구해진 새로운 격자는 초기 격자의 질을 유지한다.  $i$  방향으로 1차원 TFI는 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta E_{i,1,1} = (1 - F_{i,1,1}) \Delta P_{1,1,1} + F_{i,1,1} \Delta P_{i \max, 1, 1} \quad (7)$$

여기서  $\Delta P$ 는 Block Edge의 꼭지점의 변위이다. 각 Block에 해당하는 단면의 변위는 2차원 TFI 형식에 의해 계산된다.

$$\Delta S_{i,j,1} = (1 - F_{i,j,1}) \Delta E_{1,j,1} + F_{i,j,1} \Delta P_{i \max, j, 1} \quad (8)$$

## 3. 해석 결과 및 비교

본 연구에서는 RBF를 사용하여 격자변형에 관한 연구를 수행하였으며, TFI와 Spring Analogy를 결합한 Hybrid 방법을 사용한 격자변형 결과와 비교하였다. 격자변형 모사를 위해 상용 코드인 Gridgen을 사용하였으며, NACA 0012 에어포일의 피치각을 0°에서 45°까지 5°씩 증가시키며 연구를 수행하였다.

Fig. 2는 피치각 10°에 대한 Hybrid 기법을 적용한 결과이다. 작은 피치각에서 Hybrid 기법은 격자의 뒤튐림 없이 격자

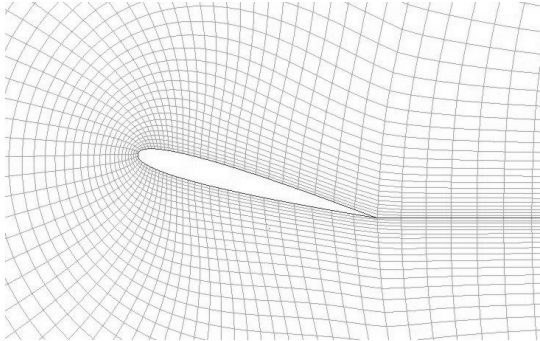
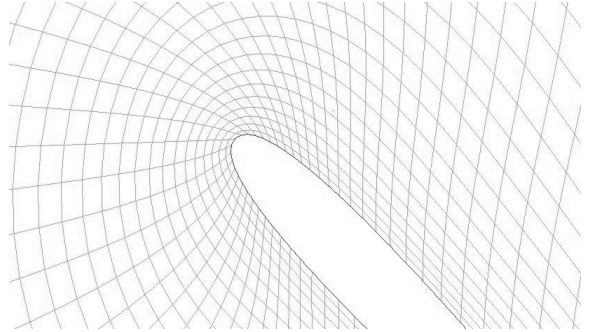


Fig. 2 TFI and spring analogy for 10° pitch up of NACA 0012 airfoil



(a) TFI and spring analogy for 45° pitch up (leading edge)

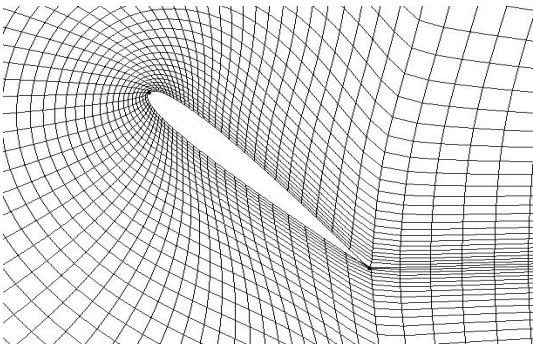
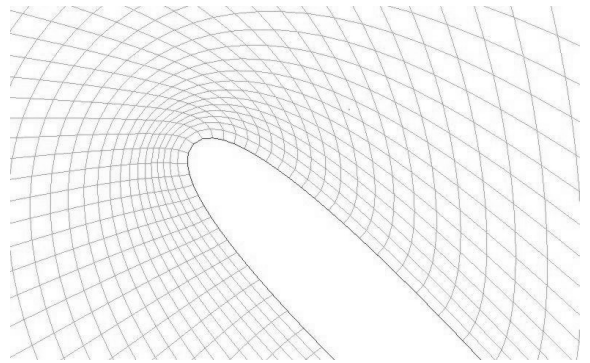


Fig. 3 TFI and spring analogy for 45° pitch up of NACA 0012 airfoil



(b) RBF Interpolation for 45° pitch up (leading edge)

Fig. 4 Comparison of different grid movement method for 45° (leading edge)

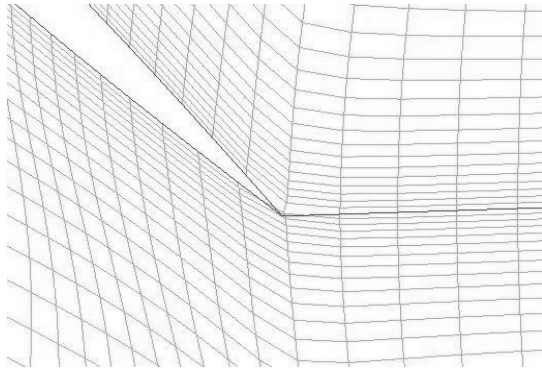
변형이 이루어지는 것을 확인할 수 있다. 그러나 Fig. 3과 같이 에어포일을 0°에서 45°로 Pitch Up 시켰을 경우 격자의 형상이 급격히 변화하는 것을 관찰할 수 있다.

Fig. 4는 앞전에서 45°로 Pitch Up 시켰을 때 Hybrid 기법과 RBF 기법을 사용한 에어포일 주위의 격자변형 결과를 비교하였다. 격자 뒤틀림은 발생하지 않으나 Hybrid 기법을 사용한 경우 격자의 변형 정도가 RBF에 비해 큰 것을 확인할 수 있다. 또한 격자의 원형이 RBF의 경우 보존이 잘 되는 것을 확인할 수 있다.

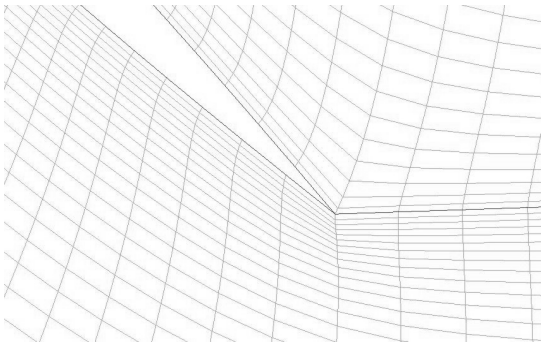
Fig. 5의 (a)에서 Hybrid 기법의 경우 뒷전에서 격자 뒤틀림이 발생하는 것을 관찰할 수 있다. 이는 피치각을 45°로 주었을 때 발생한 것으로 경계면에서 큰 격자 회전이나 이동이 있을 때 격자의 질이 보장되지 않는다는 것을 보여주고 있다. Fig. 6의 (b)는 RBF를 사용하여 45° 회전시킨 결과이다. 큰 변형에서 격자의 뒤틀림 현상이 제거되는 것을 확인할 수 있다.

## 4. 결론

본 연구에서는 격자 변형을 용이하게 하고, 발생 가능한 격자 뒤틀림을 줄일 수 있는 격자 변형 방법에 대한 연구를 수행하였으며, 격자변형 알고리즘인 RBF와 Hybrid 기법을 사용하여 결과를 관찰하였다. NACA 0012 에어포일에 대하여 피치각 0°부터 45°까지 5° 간격으로 수행되었으며, 실험결과 RBF를 사용한 격자변형이 Hybrid 기법보다 더 나은 성능을 나타내는 것을 확인하였다. 에어포일의 피치각을 45° 주었을 때 RBF를 사용한 경우 앞전 부근에서 격자 보존성이 더 좋은 것을 확인하였다. 또한 뒷전 부근에서 Hybrid 기법을 사용하여 격자변형을 수행한 결과 발생한 격자의 겹침을 RBF를 사용하여 해결되는 것을 확인하였다.



(a) TFI and Spring Analogy for 45° pitch up (trailing edge)



(b) RBF Interpolation for 45° pitch up (trailing edge)

Fig. 5 Comparison of different grid movement method for 45° (trailing edge)

## 후 기

본 연구는 국방과학연구소(UD070041AD)와 한국학술진흥재단 중점연구소(KRF-2008-005-J01002)의 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- [1] 2007, de Boer, A., van der Schoot, M.S. and Bijl, H., "Mesh deformation based on radial basis function interpolation," *Computers and Structures*, Vol.85, pp.748-795.
- [2] 2000, Dubuc, L., Cantariti, F., Woodgate, M., Gribben, B., Badcock, K.J. and Richards, B.E., "A grid deformation technique for unsteady flow computations," *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol.32, pp.285-311.
- [3] 2007, Hoang, A.D., Lee, Y.M., Jung, S.K., Nguyen, A.T. and Myong, R.S., "Development of a three-dimensional multi-block structured grid deformation code for complex configurations," *한국전산유체공학회*, Vol.12, pp.28-37.
- [4] 2000, Blom, F.J., "Considerations on the spring analogy," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.32, pp.647-668.
- [5] 2007, Jakobsson, S. and Amoignon, O., "Mesh deformation using radial basis functions for gradient-based aerodynamic shape optimization," *Computers and Fluids*, Vol.36, pp.1119-1136.
- [6] 2007, Markou, G.A., Mouroutis, Z.S., Charnpis, D.C. and Papadrakakis, M., "The ortho-semi-torsional (OST) spring analogy method for 3D mesh moving boundary problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.196, pp.747-765.
- [7] 2001, Tsai, H.M., Wong, A.S.F., Cai, J., Zhu, Y. and Liu, F., "Unsteady flow calculation with a parallel moving mesh algorithm," *AIAA Journal*, Vol.39, pp.1021-1029.
- [8] 2005, Zeng, D. and Ethier, C.R., "A semi-torsional spring analogy model for updating unstructured meshes in 3D moving domains," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol.41, pp.1118-1139.
- [9] 2002, Samareh, J.A., "Application of quaternions for mesh deformation," *NASA/TM-2002-211646*.