

열병합발전용 모델 가스터빈 연소기의 연소불안정 해석

차 동 진[†], 신 동 명^{*}

한밭대학교 건축설비공학과, *한밭대학교 건축설비공학과 대학원

A Combustion Instability Analysis of a Model Gas Turbine Combustor for Co-generation

Dong-Jin Cha[†], Dong-Myung Shin^{*}

Dept. of Building Services Engineering, Hanbat National University (HNU), Daejeon 305-719, Korea

^{*}Graduate School, Dept. of Building Services Engineering, HNU, Daejeon 305-719, Korea

(Received May 20, 2009)

ABSTRACT: Combustion instability is a major issue in design of co-generation gas turbine combustors for efficient operation with low emissions. Combustion instability is induced by the interaction of the unsteady heat release of the combustion process and the change in the acoustic pressure in the combustion chamber. In an effort to develop a technique to predict self-excited combustion instability of co-generation gas turbine combustors, a new stability analysis method based on the transfer matrix method is developed. The method views the combustion system as a one-dimensional acoustic system with a side branch and describes the heat source as the input to the system. This approach makes it possible to use not only the advantages of the transfer matrix method but also well established classic control theories. The approach is applied to a simple co-generation gas turbine combustion system, which shows the validity and effectiveness of the approach.

Key words: Combustion instability(연소불안정), Model co-generation gas turbine combustor (모델 열병합발전용 가스터빈 연소기), Thermoacoustics(열음향), Normal mode method(정규모드법), Transfer matrix method(전달매트릭스법)

1. 서 론

연소불안정은 연소프로세스의 비정상적인 열방출과 연소실 음압변화의 결합 효과에 기인한다.⁽¹⁻³⁾ 이러한 연소불안정은 저 효율, 부품의 조기

품질저하, 및 시스템의 치명적인 파손 등의 다양한 연소시스템의 문제를 유발할 수 있다. 연소불안정은 매우 복잡한 현상이므로, 비선형적인 연소반응의 정확하고 실규모의 정량적인 해석은 매우 어렵다. 그러나 연소불안정 촉발(onset)의 예측을 위한 단순하고 신뢰할 수 있는 해석은 가능하다. 이러한 해석법을 이용하면 불안정의 조건을 이해하거나 설계 자료를 얻을 수 있다.

본 연구에서는 연소불안정을 해석하기 위해 전

[†] Corresponding author

Tel: 042-821-1182 ; fax: 042-821-1175

E-mail address: djcha@hanbat.ac.kr

달매트릭스법(transfer matrix method)을 토대로 한 새로운 방법을 개발하고자 한다. 4극 매트릭스(4 pole matrix)로도 알려진 전달매트릭스는 1차원 음향시스템을 모델링하는 데 매우 편리한 개념이다.^(4,5) Richards 등은 전달매트릭스법을 이용하여 연소시스템을 피드백 제어시스템으로 모델링하였다.⁽³⁾ 이들의 방법에서 전달매트릭스법은 최종적인 연소모델을 얻기 위한 연소기 각 지점에서의 임피던스를 표현하는 데 사용되었다. 본 연구에서 개발한 전달매트릭스 방법에서는 화염을 시스템 입력으로 기술하는 측면분기(side branch) 개념으로 사용하여 연소시스템을 모델링하였다. 따라서 시스템을 더욱 단순하고 직접적으로 모델링할 수 있다.

본 연구에서 채택한 이 방법, 즉 연소시스템의 피드백 제어 개념과 결합한 전달매트릭스법은 다음과 같은 중요한 장점이 있다. 전달매트릭스법의 장점으로,

- (1) 직경이 다른 다 섹션으로 구성된 연소시스템의 모델링이 용이하며,
- (2) 시스템을 다 섹션으로 분할함으로써 연소시스템에서의 온도변화를 쉽게 다룰 수 있고,
- (3) 수동제어장치의 효과에 대한 분석을 쉽게 실행할 수 있다.

또한, 모델의 피드백 제어시스템 개념에 의해,

- (1) 루트로커스(root-locus)법과 나이퀴스트(Nyquist) 플롯 등 고전적인 제어해석법의 응용이 가능하며,
- (2) 안정마진(stability margin)에 기초한 디자인 분석이 가능하다.

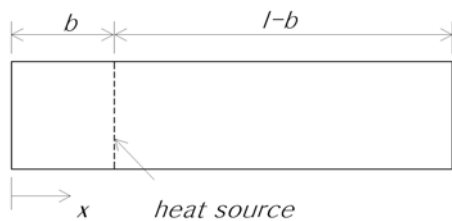


Fig. 1. A simple combustion system.

2. 파동방정식에 의한 시스템 표현

Fig. 1은 해석을 개발하기 위해 사용될 간단한 연소시스템을 보여준다. 좌측은 연료-공기 혼합기(그림 상에는 표시되지 않음)가 부착된 연소기의 덤프면(dump plane)으로 폐음향(closed acoustic) 경계조건으로 모델링되며, 연소기의 우측은 배압(back pressure) 제어 밸브(그림 상에 표시되지 않음)가 부착되어 이 또한 폐음향 경계조건으로 모델링된다. 즉, 양단 모두 개구부의 면적이 충분히 작아 폐음향 경계조건으로 모사할 수 있다. 열원인 화염은 $x=b$ 위치에 일 점원으로 모델링된다. 연소과정은 다음의 비균질 음파방정식으로 묘사된다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = h_w \quad (1)$$

여기서, p 는 음압, c 는 음파 속도, 그리고 h_w 는 연소에 의한 생성항이다. Fig. 1의 1D 시스템에 대해 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\gamma-1}{c^2} \frac{\partial q}{\partial t} \delta(x-b) \quad (2)$$

여기서 q 는 단위면적당 열방출율이고 $\delta(x-b)$ 는 Dirac delta 함수이다. 열방출과 음향변수를 연결하는 다양한 모델이 사용되나, 본 연구에서 사용한 모델은 다음과 같다.

$$q(t) = -\frac{\beta \rho c^2}{\gamma-1} u(b^-, t-\tau) \quad (3)$$

여기서 $u(b^-, t-\tau)$ 는 $x=b^-$ 에서의 질점속도(particle velocity)이며, τ 는 연료분사로부터 연소까지의 대류시간인 시간지연(time delay)이다. 그리고 β 는 실험적으로 결정되는 무차원 파라미터이다.

식(2)는 질량유량 생성항을 갖는 비균질 파동 방정식인 다음의 Lighthill 방정식과 비교할 수 있다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial(\dot{m})}{\partial t} \quad (4)$$

여기서 \dot{m} 는 단위체적당 시스템에 대한 질량유량 입력이다. 식(4)와 식(2)를 비교하면 다음을 얻는다.

$$\frac{\gamma-1}{c^2} Q(t) = \dot{m}(t) = \rho u_s = \rho(u(b^+, t) - u(b^-, t)) \quad (5)$$

식(5)에 식(3)을 대입하고 단순화하면 다음과 같다.

$$u(b^+, t) - u(b^-, t) = -\beta u(b^-, t - \tau) \quad (6)$$

유동이 조화적(harmonic)이면 식(6)은 다음과 같아진다.

$$U(b^+) = U(b^-)(1 - \beta e^{-j\omega\tau}) \quad (7)$$

여기서 대문자는 조화 진폭(harmonic amplitude)을 의미한다.

3. 두 기존 해법

3.1 가정된 모드형상 방법

Fig. 1과 같은 시스템에서 경계조건은 다음과 같다.

$$U(0) = 0, U(l) = 0 \quad (8)$$

식(8)을 만족하는 해의 형태는 다음과 같다. 즉

$x < b$ 에서는

$$P(x) = A \cos(kx) \quad (9)$$

$$U(x) = -\frac{j}{\rho c} A \sin(kx) \quad (10)$$

이고, $x > b$ 에서는

$$P(x) = B \cos[k(l-x)] \quad (11)$$

$$U(x) = \frac{j}{\rho c} B \sin[k(l-x)] \quad (12)$$

이고, j 는 허수이다. $x=b$ 에서 압력 연속조건은

$$A \cos(kb) = B \cos[k(l-b)] \quad (13)$$

이고, 속도 점프조건은

$$B \sin[k(l-b)] = A \sin(kb)(1 - \beta e^{-j\omega\tau}) \quad (14)$$

이다. 식(13)과 식(14)를 결합하면 주파수 방정식은 다음과 같이 얻는다.

$$\cot(kb) \tan[k(l-b)] = 1 - \beta e^{-j\omega\tau} \quad (15)$$

공명 주파수(resonance frequency)는 식(15)을 수치해법으로 풀어서 얻을 수 있다. 식(15)의 i^{th} 근이 ω_i 이면 정규 주파수(normalized frequency) f_{Ni} 와 정규성장율(normalized growth rate) g_{Ni} 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$f_{Ni} = \frac{Re(\omega_i)}{\omega_{ni}} \quad (16)$$

$$g_{Ni} = \frac{-Im(\omega_i)}{\omega_{ni}} \quad (17)$$

여기서 ω_{ni} 는 i^{th} 비감쇠 공진 주파수이다. 정(+)
의 정규성장을 g_{Ni} 는 연소과정이 불안정할 것이라는
것을 의미한다.

Fig. 2는 참고문헌 6에 보고된 다소 상이한 음
향경계조건($P(0)=0, U(l)=0$)의 모델 가스터빈 연
소기의 결과로, 열입력 무차원 파라미터 β 와 시
간지연 τ 의 함수인 연소불안정 경향이다. 즉, g_N
이 (+)인 범위에서 연소프로세스는 불안정하고,
 g_N 의 크기는 불안정성의 강도를 나타낸다.

3.2 Galerkin 법에 의한 해

시스템의 압력은 다음과 같이 고유 모드(natural
mode)의 선형 조합으로 가정할 수 있다.

$$p(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \eta_m(t) \Psi_m(x) \quad (18)$$

여기서 $\psi_m(x)$ 는 m^{th} 모드이고 η_m 는 해당 모드
의 참여인자(participation factor)이다. 식(18)을
식(2)에 대입하고 자연모드의 직교성을 적용하면,
다음 식을 얻는다.

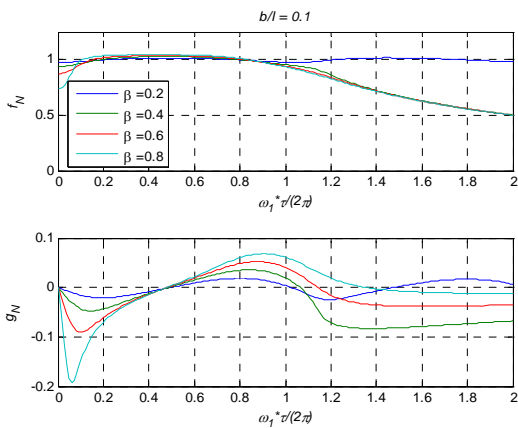


Fig. 2. Variation of instability frequency and
growth rate with τ near ω_{ni} , taking
 $b/l=0.1$ and different β s for $P(0)=0,$
 $U(l)=0$. (Similar to one in Ref. 2)

$$\frac{d^2 \eta_m}{dt^2} + \omega_m^2 \eta_m = \frac{\gamma-1}{\int_0^l \Psi_m^2 dx} \int_0^l \frac{\partial q}{\partial t} \Psi_m(x) dx \quad (19)$$

여기서 $m=1,2,3,\dots$ 이다. 식(19)는 여전히 결합되
어 있다. 왜냐 하면,

$$q(x,t) = Q(t) \delta(x-b) = -\frac{\beta \rho c^2}{\gamma-1} u(b^-, t-\tau) \delta(x-b) \quad (20-a)$$

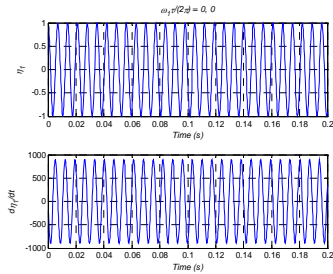
이고, 식(20-a)에서 u 는 다음과 같기 때문이다.

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \sum_{m=1}^{\infty} \eta_m(t) \Psi_m(x) \\ &= -\sum_{m=1}^{\infty} \eta_m(t) \Psi_m'(x) \end{aligned} \quad (20-b)$$

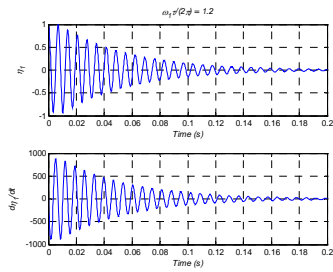
따라서 식(20-a)를 평가할 때 기본모드($m=1$)만
을 고려하여 식(19)을 단순화하는 방법이 제안되
었다.⁽²⁾ Fig. 3은 β 를 0.2로 고정하고 다양한 τ 에
대하여 얻은 η_1 와 $d\eta_1/dt$ 을 보이고 있다. $\tau=0$ 인
케이스의 Fig. 3(a)는 교란이 일정한 경향을, g_N
이 (-)인 Fig. 3(b)는 교란의 감소, g_N 이 (+)인
Figs. 3(c)와 (d)는 교란의 증가를 보인다. g_N 크
기가 작은 Fig. 3(d)가 Fig. 3(c)에 비해 느리게
증가하는 것을 관찰할 수 있고, 이 모든 결과는
Fig. 2의 결과와 일치한다.

4. 전달매트릭스법

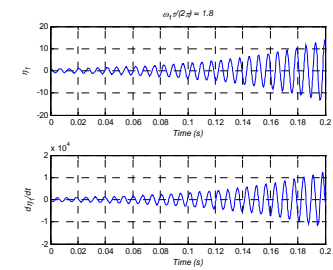
전달매트릭스법은 완성된 음향시스템을 분석하
는 매우 유용한 기법이다.⁽⁵⁾ 이 방법은 서로 다른
단면과 측면분기의 다 섹션으로 구성되는 연소시
스템을 해석하는 경우 매우 이상적이다.⁽⁷⁾
Richards 등은 연소시스템의 시스템방정식을 얻
기 위해 이 방법을 사용하였고, 방정식은 모델의
제어방정식으로 곧 변환하였다.⁽³⁾



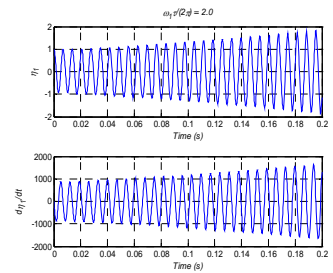
(a) $\omega_i \tau / (2\pi) = 0.0$



(b) $\omega_i \tau / (2\pi) = 1.2$

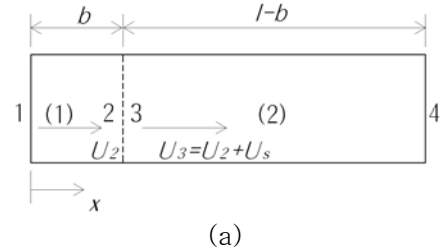


(c) $\omega_i \tau / (2\pi) = 1.8$

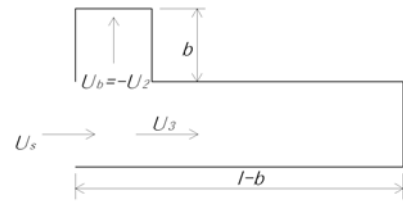


(d) $\omega_i \tau / (2\pi) = 2.0$

Fig. 3. Variation of disturbance in combustion dynamic pressure with β of 0.2 and different values of $\omega_i \tau / (2\pi)$ shown in Fig. 2.



(a)



(b)

Fig. 4. Combustor modeled as (a) 1D duct model and (b) 1D duct model with a side branch description.

본 연구에서는 연소시스템을 모델링하기에 보다 용이한 전달매트릭스법을 개발하였다. 즉 연소시스템을 시스템에 대한 입력인 점 열원이 있는 시스템 모델로, 또한 연소라이너(또는 덕트)의 일부를 측면분기로 처리하는 등으로 재구성하였다. 개발된 방법이 전술한 두 기존의 방법과 동등하다는 점을 보여준다.

Fig. 4는 Fig. 1의 1D 시스템을 두 하위 요소로 재구성한 결과를 보여준다. Fig. 4(a)는 전형적인 모델을, Fig. 4(b)는 연소라이너의 원편을 측면분기로 묘사한 것을 보여준다. Fig. 4(b)에서의 모델은 열방출에 의한 체적유량 입력 u_s 를 시스템 입력으로 간주할 수 있다. Fig. 4(a)의 시스템에서 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$u_1 = 0, u_4 = 0 \quad (21)$$

본 연구에서 개발한 측면분기를 이용한 전달매트릭스법을 적용해 얻은 특성방정식은 식(15)와 일치하였다. 따라서 본 연구에서 개발된 방법이

전술한 두 기존의 방법과 동등하다는 점을 확인하였다. 이 때 개루프 전달함수(open loop transfer function) K 는 다음과 같다.

$$K = \frac{\beta}{1 - \cot(kb)\tan[k(l-b)]} e^{-j\omega\tau} \quad (22)$$

특성방정식 및 개루프 전달함수 식(22) 등의 유도과정은 참고문헌 6에 상세히 기술된 절차를 따랐다.

5. 사례연구 및 논의

Fig. 1의 열원 전후로 다른 온도를 유지하고 있다면 특성방정식 식(15)은 다음과 같이 된다.

$$\cot(k_2b)\tan[k_3(l-b)] = \frac{\rho_3c_3}{\rho_2c_2}(1 - \beta e^{-j\omega\tau}) \quad (23)$$

또한 개루프 전달함수 K 는 다음과 같다.

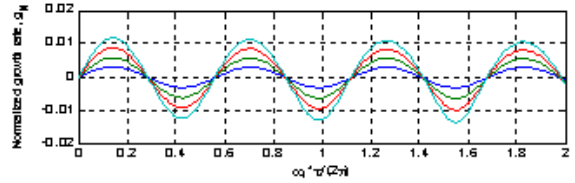
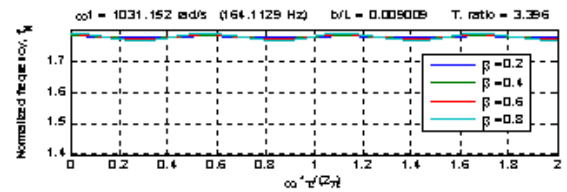
$$K = \frac{\beta}{1 - \cot(k_2b)\tan[k_3(l-b)]} e^{-j\omega\tau} \quad (24)$$

일반적으로, 열병합발전용 가스터빈 연소시스템은 공기 및 연료 공급을 포함한 연료주입기, 화염, 연소실, 배기노즐 등의 네트워크로 구성되어 있다.⁽³⁾ Table 1은 시뮬레이션에 사용된 파라미터를 보인다. 표의 모든 형상 및 운전 파라미터는 실 가스터빈 연소기의 대표값이다.⁽³⁾

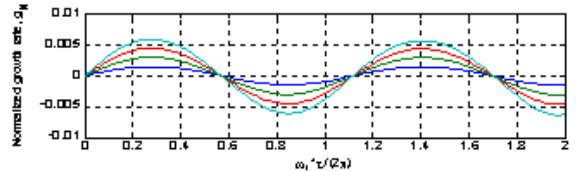
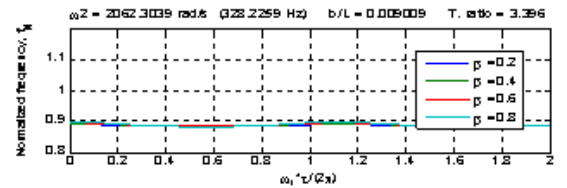
시뮬레이션 결과인 Fig. 5에서 열입력 파라미터 β 와 시간지연 τ 에 의해 진동(연소불안정)의 증가와 감소를 보여준다. 그림은 조사한 10차 모드 결과 중 제한된 지면 관계상 기본모드인 2차 결과만을 보이고 있다. $\tau=0$ (그림에 미 포함)의 경우 열입력의 변화는 단지 진동주파수만을 변화시킨다는 것을 확인하였다.

Table 1 Simulation parameters. [3]

Parameter	Value	
	(1) in Fig. 4(a)	(2) in Fig. 4(a)
Diameter, m	0.13335	0.13335
Length (b & $(l-b)$), m	0.01270	1.39700
X-sectional area, m^2	0.013966	0.013966
Temperature, K	553.3	1811.1
Pressure, MPa	2.020	2.020
Density, kg/m^3	13.21	3.89
Ratio of specific heats	1.4	1.3
Mol. wt., $kg/kg\text{-mole}$	29	29
Sonic vel., m/s	462.7	821.6
Mean flow vel., m/s	7.64	25.93
Mach no.	0.01651	0.03156
Mass flow rate, kg/s	1.409	1.409



(a) 1st mode



(b) 2nd mode

Fig. 5. Variation of instability frequency and growth rate with τ for the root of Eq. (23) near the first two mode frequencies among ten.

Table 2 Predicted combustion instability with traditional method.

$f_N^{1,2)}$	ω_i, Hz	An unstable case ($g_N > 0$) ²⁾		A stable case ($g_N < 0$) ²⁾	
		$\omega_1 \tau / (2\pi)$	τ, ms	$\omega_1 \tau / (2\pi)$	τ, ms
1.77	291.10	0.13	0.79	0.38	2.32
0.89	291.10	-	-	-	-
1.18	582.21	0.2	0.41	0.58	1.18
0.89	582.21	-	-	-	-
1.06	873.33	0.23	0.28	0.7	0.85
0.89	873.21	-	-	-	-
1.01	1164.41	0.23	0.2	0.73	0.64
0.89	1164.41	-	-	-	-
0.99	1455.30	0.23	0.16	0.75	0.51
1.06	1746.16	0.23	0.14	0.7	0.43

- 1) In the first case of $g_N=0$
 2) For $\beta = 0.2$

Table 2는 Fig. 5에서 대표적으로 보인 시뮬레이션 결과를 요약한다. 첫 두 열의 데이터는 비감쇠 케이스인 $g_N=0$ 에 대한 결과이다. 다음 두 열은 안정된 경우 즉 $g_N < 0$ 에서 $\omega_1 \tau / (2\pi)$ 및 τ 의 값을 나타내고, 마지막 두 열은 불안정한 경우의 값이다.

연소프로세스가 제어시스템으로 표현되면, 나이퀴스트 플롯, 보데(Bode) 플롯 또는 루트 로커스 법 등의 확립된 해석기법들은 시스템의 안정도 분석 또는 설계에 사용할 수 있다. 대부분의 제어시스템에서 이득이 특정한 값을 초과하는 경우 불안정해지는 패턴으로 작동한다. 이들 시스템에서는 절대 안정도를 결정하는 것 이외에 나이퀴스트 플롯은 안정 정도에 대한 정량적인 정보를 제공한다. 만약 시스템이 안정하다면, 해당하는 나이퀴스트 곡선은 $(-1,0)$ 점을 감싸지 못한다. 임계적으로 안정하다면(marginally stable), 곡선은 이 점을 지나고, 불안정하다면 이 점을 감싸게 된다. 또한 안정한 시스템의 경우, 나이퀴스트 곡선이 $(-1,0)$ 점에 가까워질수록 시스템은 덜 안정하다는 것을 의미한다.⁽⁸⁾

Fig. 6은 조사한 사례에 대해 얻은 보데 및 나이퀴스트 플롯이다. 첫 그림은 모델 연소시스

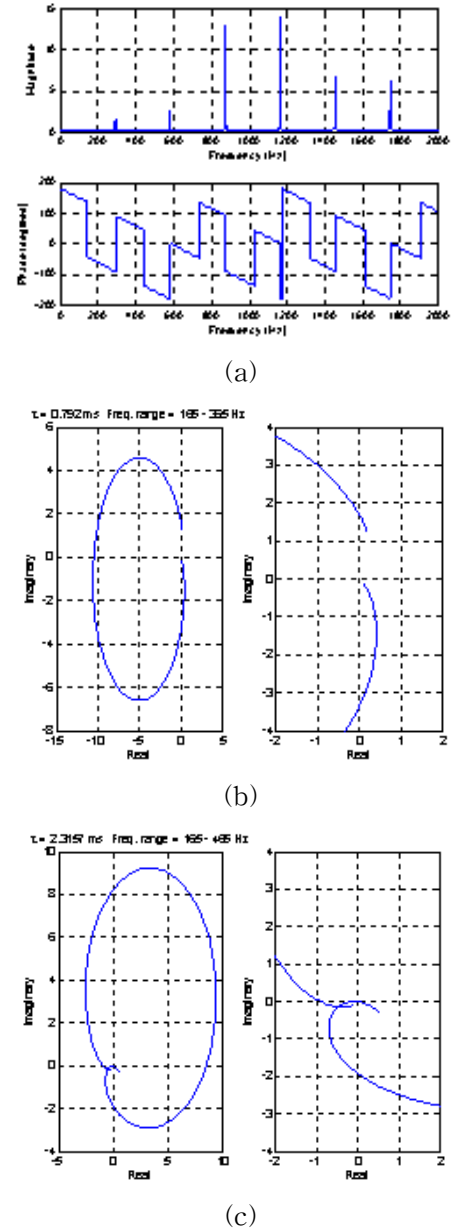


Fig. 6. The open loop transfer function K of a model co-generation gas turbine combustion system studied; (a) Bode plot, (b) Nyquist plot of unstable one at the 1st mode, and (c) Nyquist plot of stable one at the 1st mode.

Table 3 Comparison of resonant frequencies with the two methods.

No.	ω_j, Hz		
	with Normal Mode Method	with Transfer Matrix Method	Difference (%)
1	291	291	0 (0.00)
2	582	583	1 (0.17)
3	873	874	1 (0.11)
4	1164	1165	1 (0.09)
5	1455	1456	1 (0.07)
6	1746	1748	2 (0.11)

템의 공진주파수를 제공할 수 있는 개루프 전달함수의 보데 플롯이다. Fig. 6(a)의 최대 진폭점은 시스템의 공진주파수를 나타내며, 이 결과는 Table 3에 정리되었다. 다음으로 기존방법에 의한 안정한 것으로 알려진 조건에서 연소시스템이 안정한 지 여부를 나이퀴스트 플롯을 이용하여 살펴보았다. Fig. 6(b)은 1차 모드의 불안정 케이스의($\omega=291.10 Hz, \tau=0.79 ms$) 나이퀴스트 플롯으로 (-1,0) 점을 감싸서 시스템이 불안정하다는 것을 나타낸다. Fig. 6(c)의 경우는 (-1,0) 점을 감싸지 못해서 안정하다는 것을 나타낸다. Table 3은 정규모드법과 본 연구에서 개발한 전달매트릭스법의 동등성을 나타내는 6개 공진주파수에서의 비교 결과이다. 즉 예측된 공진주파수는 기존방법에 의한 값과 잘 일치하고 있다.

6. 결 언

모드 형상을 가정한 정규모드법 및 Galerkin법 등 두 가지 기존의 연소불안정 해석법을 검토했다. 또한 전달매트릭스법을 토대로 한 새로운 해석법을 개발하였다. 새 접근법에서는 열원을 시스템입력으로 모델링하는 측면분기 개념을 채택하였다. 개발한 해석법에서는 연소프로세스를 피드백 제어시스템으로 묘사할 수 있다. 따라서 본 개발법은 전달매트릭스법과 전통적인 제어기법의 장점을 모두 갖추고 있다. 복잡한 연소시스템도

단순한 시스템과 동일하게 해석할 수 있다. 모델 열병합발전용 가스터빈 연소시스템에 적용하여, 새로이 개발한 연소불안정 해석법이 기존의 정규모드법과 동등한 결과를 보임을 확인하였다.

후 기

본 연구는 지식경제부 에너지관리공단의 “한국형 300 MW급 IGCC 실증플랜트 운영기술 개발” 과제의 일환으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Culick, F. E. C., 1989, Combustion instabilities in liquid-fueled propulsion systems - an overview,” AGARD Conf. Proceedings, No. 450.
2. Dowling, P. E. and Stow, S. R., 2003, Acoustic analysis of gas turbine combustors, J. of Propulsion and Power, Vol. 19, No. 5, pp. 751-764.
3. Richards, G. A., Straub, D. L. and Robey, E. H., 2003, Passive control of combustion dynamics in stationary gas turbines, Journal of Propulsion and Power, Vol. 19, No. 5, pp. 795-810.
4. Munjal, M. L., 1987, Acoustics of Ducts and Mufflers, Wiley, New York, pp. 121-130.
5. Kim, J. and Soedel, W., 1990, Development of general procedure to formulate four pole parameters by modal expansion and its application to three dimensional cavities, ASME Trans. J. of Vibration and Acoustics, Vol. 112, pp. 452-459.
6. Cha, D. J., Kim, J. H., and Joo, Y. J., 2009, Analysis of the combustion instability of a

model gas turbine combustor by the transfer matrix method, Journal of Mechanical Science and Technology, (accepted for publication).

7. Kadam, P. and Kim, J., 2007, Experimental formulation of four poles of three-dimensional cavities, Journal of Sound and Vibration, Vol. 307, pp. 578-590.
8. Phillips, C. L. and Harbor, R. D., 2000, Feedback Control Systems, 4th ed., Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.