

# 자연하천에 대한 Muskingum-Cunge 홍수추적모형 매개변수 산정

## Estimation of Muskingum-Cunge parameters for Natural Streams

김진수\*, 전경수\*\*

Jin Soo Kim, Kyung Soo Jun

### 요 지

하도의 횡단 및 종단 지형자료와 조도계수를 이용하여 자연하천에 대한 Muskingum-Cunge 모형의 매개변수들을 추정하는 방법을 제안하였다. 우선 각 단면에서의 다양한 수위에 대하여 통수 단면 및 동수반경을 계산한 후, Manning 공식을 이용하여 유량을 산정한다. 이러한 과정은 하도에서의 모든 단면에 대하여 반복되며, 최종적으로 통수단면과 유량을 통한 회귀 분석에 의하여 매개변수들을 추정한다. 앞서 설명한 Muskingum-Cunge 모형의 매개변수 추정과정을 남한강 구간에 적용하였다. 추정된 매개변수들을 사용한 Muskingum-Cunge 모형의 계산결과가 HEC-1의 Muskingum-Cunge 모형에 비하여 동역학적 모형의 계산결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다.

**핵심용어 :** Muskingum-Cunge 모형, 동역학적 모형, 매개변수 추정, 남한강

## 1. 서 론

Saint-Venant 방정식을 사용하는 1차원 동수역학적 모형은 가장 일반적인 부정류 모형으로서, 다양한 하천에서의 물리적인 흐름을 고려한다. 그러나 동역학적 홍수추적 모형은 실시간 홍수 예보의 목적으로 사용될 경우 계산 과정에서의 발산 문제로 인하여 그 신뢰도가 떨어지게 된다. Muskingum-Cunge 방법은 수리학적 하도추적 모형의 일종인 확산파(diffusion wave) 모형의 수치해법 중 하나로서, 안정적이고 효율적인 계산 결과를 제공하는 반면에 그 한계 또한 명확하다. 예를 들어 HEC-1의 홍수추적 모형의 Muskingum-Cunge 방법의 경우에는 대표 단면을 사용하는 데, 이러한 대표 단면은 자연 하천의 지형학적 요소를 거의 반영하지 못한다. 특히, 평장히 불규칙한 단면들을 가지는 자연 하천에서는 대표 단면을 사용하여 Muskingum-Cunge 매개변수를 추정할 경우 부정확한 흐름 계산 결과가 발생할 수도 있다.

본 연구에서는 복잡한 자연하천에서의 지형을 고려한 Muskingum-Cunge 모형의 매개변수 추정방법을 제안하였다. 제안된 방법을 한강 수계의 남한강 구간에 적용하여 Muskingum-Cunge 매개변수를 추정하였으며, 이를 사용한 Muskingum-Cunge 모형의 계산결과를 동역학적 하도 추적 모형 및 대표 단면을 사용하는 HEC-1 모형의 결과와 비교, 검토하였다.

## 2. 지배 방정식 및 수치해법

\* 정회원 · 성균관대학교 공과대학 건설환경시스템공학과 대학원 박사수료 · E-mail : [sue0851@skku.edu](mailto:sue0851@skku.edu)

\*\* 정회원 · 성균관대학교 공과대학 사회환경시스템공학과 교수 · E-mail : [ksjun@skku.edu](mailto:ksjun@skku.edu)

## 2.1 Muskingum-Cunge 모형

Muskingum-Cunge 모형의 홍수추적식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_{j+1}^{n+1} = C_0 Q_j^{n+1} + C_1 Q_j^n + C_2 Q_{j+1}^n \quad (1)$$

여기서, 첨자  $j$ 와  $n$ 은 각각 공간 및 시간 준위이며,  $C_0$ ,  $C_1$  및  $C_2$ 는 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C_0 = \frac{-1 + C + D}{1 + C + D} \quad (2)$$

$$C_1 = \frac{1 + C - D}{1 + C + D} \quad (3)$$

$$C_2 = \frac{1 - C + D}{1 + C + D} \quad (4)$$

여기서  $C$ 와  $D$ 는 각각 Courant 수와 격자(cell) Reynolds 수로서 다음과 같다.

$$C = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (5)$$

$$D = \frac{Q_0}{S_0 \Delta x} \quad (6)$$

여기서  $\Delta x$ 와  $\Delta t$ 는 각각 공간 및 시간 증분,  $S_0$ 는 하상경사,  $Q_0$ 는 기준유량이며  $c$ 는 파속이다. 유량과 통수단면적의 관계를 다음과 같이 표현하면,

$$Q = \alpha A^m \quad (7)$$

파속  $c$ 는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$c = \alpha m A^{m-1} \quad (8)$$

자연하천 구간의 평균적 하상경사는 최심하상고 자료를 이용한 선형회귀분석으로부터 산정할 수 있다. 계수  $\alpha$  및  $m$ 은 하천 횡단면 측량자료를 이용하여 다음과 같이 추정할 수 있다:

- ① 하천 구간 내의 특정 단면에 대하여, 수면의 표고 값을 가정한다.
- ② 수면 표고에 대한 통수단면적  $A$ , 윤변  $P$ 를 구한다.
- ③ 동수반경  $R(= A/P)$ 을 계산한다.
- ④ Manning의 공식을 이용하여 유량( $Q$ )을 계산한다.
- ⑤ 새로운 수면 표고 값들을 가정하고 ②~④의 과정을 반복한다.
- ⑥ 하천 구간 내 모든 단면에 대하여 ①~⑤의 과정을 반복한다.
- ⑦ 이와 같은 방법으로 계산된 단면적 및 유량 자료들 중 유량 값이 허용 최대치 이내에 해당하는 자료들을 모두 선택한다.
- ⑧ 통수단면적과 유량 간의 회귀분석에 의하여  $\alpha$  및  $m$ 을 추정한다.

## 2.2 동역학적 하도추적 모형

Muskingum-Cunge 모형과의 비교 및 Manning 공식에 적용할 조도계수 추정을 위하여 본 연구에서 사용된 동역학적 하도 추적 모형은 Preissmann의 기법을 적용하는 폐합형 수계 모형이다. 폐합형 수계 모형은 수로와 절점, 그리고 계산점들로 구성된다. 하도 흐름에 관한 수로 지배 방정식은 다음과 같은 연속방정식 및 운동량방정식으로 이루어진다.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial y}{\partial x} + gA \frac{Q |Q|}{K^2} = 0 \quad (10)$$

여기서  $Q$ 와  $y$ 는 각각 유량과 수위를 나타내며,  $A$ 와  $K$ 는 흐름단면적과 통수능이다.  $a$ 는 운동량 보정계수,  $g$ 는 중력가속도,  $x$ 와  $t$ 는 각각 공간 및 시간좌표이다.

절점 지배방정식은 연속방정식 (11)과 등수위 조건식 (12)로 구성된다.

$$\sum_{l=1}^{L_j} Q_{j,l} + Q_{\text{ext}}(j,t) = 0, \quad j = 1, \dots, J \quad (11)$$

$$y_{j,l} = y_j, \quad l = 1, \dots, L_j; \quad j = 1, \dots, J \quad (12)$$

여기서  $J$ 는 절점의 총수,  $L_j$ 는 절점  $j$ 에 연결된 수로의 총수이다.  $Q_{j,l}$ 은 수로  $l$ 로부터의 유입량 또는 수로  $l$ 로의 유출량이며  $Q_{\text{ext}}(j, t)$ 는 시각  $t$ 에서의 기지의 외부 유출입량이다.  $y_{j,l}$ 은 절점  $j$ 와  $l$ 을 연결하는 수로의 절점  $j$  측 끝단 계산점에서의 수위를 나타낸다.

수로 지배방정식을 Preissmann의 4점 음해법(Liggett과 Cunge, 1975; Cunge 등, 1980)에 의하여 차분화하면 수로상의 각 계산점에서의 수위 및 유량과 절점 수위에 관한 비선형 연립방정식이 구성되며, 그 해는 Newton-Raphson 방법으로 구한다. Newton-Raphson 방법을 적용하여 구성되는 수위 및 유량 보정치에 관한 선형 연립방정식의 해법으로는 폐합형 double-sweep 알고리즘을 사용한다. 수치해법에 관한 상세한 내용은 Holly 등(1990)에 상세히 기술되어 있다.

## 3. 모형의 적용

가장먼저 동역학적 하도추적 모형인 폐합형 수계모형을 수립하였다. 대상 구간은 남한강 구간의 팔당댐부터 충주 조정지댐까지의 구간이다. 구간 내의 지천 유입유량은 각 지천 수위표 자료를 수위-유량 곡선식을 사용하여 유량자료로 환산한 후 본류로 유입되도록 모형에 적용하였다.

모형의 지배적인 매개변수로서 조도계수를 추정하였다. 1987년부터 2004년 까지 발생한 13개의 홍수사상을 선정하여 사용하였으며, 조도계수는 전 구간에 걸쳐 일정한 값을 가지도록 하였다. 추정을 위한 목적함수로는 여주 지점에서의 매 시각 수위 관측치와 계산시간의 오차 제곱합이 최소화되도록 하는 최적화 기법을 사용하였다(Hill, 1992; 1998).

다음으로 충주 조정지댐에서 여주 지점까지의 구간에 대하여 Muskingum-Cunge 모형을 적용하였다. 구간 내의 지천 유입은 고려하지 않았으며, 모형의 매개변수는 2.1절에서 설명한 절차에

따라 추정하였다. Manning 공식에 적용된 조도계수는 폐합형 수계 모형의 매개변수 추정결과 (0.0364)를 사용하였으며, 각 단면에서의 수면표고는 최심하상고로부터 0.1 m씩 증가하도록 하였다. 이와 같은 과정을 통하여 산정된 모형의 매개변수  $\alpha$ 와  $m$ 의 값은 각각 0.3193과 1.2356이다. HEC-1 Muskingum-Cunge 모형 역시 동일한 구간에 대하여 적용하였다. HEC-1 모형의 매개변수 추정에는 하상 폭이 540 m이고, 옆면경사가 1:1인 사다리꼴 단면이 대표단면으로 사용되었다.

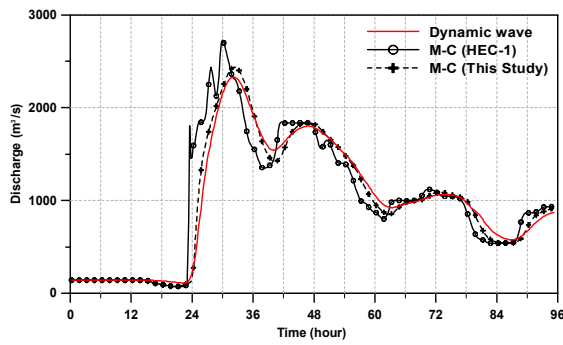
모형의 비교를 위하여 여주 지점에서의 유량을 모의하여 무차원화된 RMS 오차(Normalized RMS error)를 구하였다. 무차원 RMS 오차(E)는 다음의 식 (13)과 같이 구할 수 있다.

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T \{(Q_t - q_t)/Q_t\}^2}{T}} \quad (13)$$

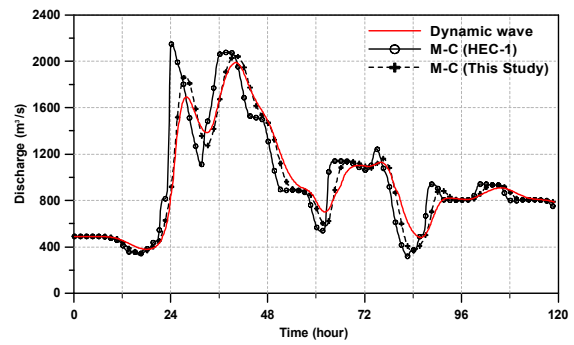
여기서  $Q_t$ 는 시각  $t$ 에서의 지천유입을 고려하지 않은 폐합형 수계모형의 유량 계산 결과이며,  $q_t$ 는 동일 시각  $t$ 에서의 Muskingum-Cunge 모형의 모의 결과이다. Table 1에 각 홍수사상에 대한 무차원화된 RMS 오차를 정리하였다. 본 연구에서 제안한 방법으로 추정된 매개변수를 사용한 Muskingum-Cunge 모형의 무차원 RMS 오차가 대표단면을 사용한 HEC-1 모형에 비하여 훨씬 작은 것으로 나타났다. 그림 1에 여주지점에서의 유량수문곡선을 비교하여 도시하였다.

Table 1. Comparison Normalized RMS Errors of the Model

Flood Event		Peak Discharge of the 2nd Chungju Dam (m <sup>3</sup> /s)	Normalized RMS error	
Number	Duration		HEC-1	This Study
1	88/07/19 - 07/24	5,340	0.09	0.04
2	02/08/31 - 09/02	4,788	0.18	0.05
3	87/08/29 - 09/02	4,573	0.10	0.05
4	89/07/27 - 07/31	3,505	0.16	0.06
5	87/08/03 - 08/06	3,330	0.39	0.14
6	99/09/20 - 09/28	3,066	0.11	0.05
7	99/08/02 - 08/05	2,736	0.87	0.13
8	00/09/14 - 09/20	2,592	0.16	0.04
9	90/06/21 - 06/23	2,443	0.11	0.04
10	88/07/13 - 07/17	2,178	0.24	0.08
11	03/08/27 - 08/30	1,900	0.11	0.04
12	00/07/22 - 07/25	1,266	0.31	0.20
13	93/07/13 - 07/15	992	0.65	0.36
<b>Average</b>			<b>0.27</b>	<b>0.10</b>



(a) Flood event 7



(b) Flood event 10

Fig. 1. Comparison of discharges calculated by each model.

#### 4. 결론

Muskingum-Cunge 모형의 매개변수 산정에 자연하천에서의 복잡한 단면의 수리학적 특성을 반영할 수 있도록 하였다. 남한강 구간에 대하여 본 연구에서 제시한 방법으로 추정된 매개변수를 사용한 Muskingum-Cunge 모형의 계산 결과가 대표 단면을 사용한 HEC-1 모형에 비하여 동역학적 모형의 결과를 잘 재현하는 것으로 나타났다. 특히 첨두 유량의 크기 및 발생시각을 훨씬 정확히 모의하는 것으로 나타났다.

#### 감사의 글

본 연구는 차세대 홍수방어 기술개발 연구단(국토해양부 건설기술혁신사업)의 연구비 지원에 의하여 일부 수행되었으며, 이에 사의를 표한다.

#### 참고 문헌

1. 건설교통부 (2006). 한강수계 댐군 홍수조절 연계운영시스템 구축, 한국수자원공사.
2. 건설교통부 (2004). 남한강 하천정비기본계획 및 하천대장, 서울지방국토관리청.
3. 이상호, 이길성 (1994). "Muskingum-Cunge 방법에 의한 남한강 홍수추적." 한국수문학회지, 한국수문학회, 제27권, 제4호, pp. 105-114.
4. Cunge, J.A. (1969). "On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum method)." J. of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 7, No. 2, pp. 205-230.
5. Cunge, J.A., Holly, F.M., and Verwey, A. (1980). Practical aspects of computational river hydraulics. Pittman.
6. Hill, M.C. (1992). "A computer program (MODFLOWP) for estimating parameters of a transient, three-dimensional, ground-water flow model using nonlinear regression." Open-File Report 91-484, U.S. geological Survey, Denver, CO, USA.
7. Hill, M.C. (1998). "Methods and guidelines for effective model calibration." Open-File Report 98-4005, U.S. geological Survey, Denver, CO, USA.
8. Holly, F.M., Yang, J.C., Schwarz, P., Schaefer, J., Hsu, S.H., and Einhellig, R. (1990). "Numerical simulation of unsteady water and sediment movement in multiply connected

- networks of mobile-bed channels.” IIHR Report No. 343, Iowa Inst. of Hydr. Res., Iowa City, Iowa.
9. Hydrologic Engineering Center, (1990). HEC-1 flood hydrograph package, program users manual: U.S. Army Corps of Engineers, Davis, California.
  10. Liggett, J.A., and Cunge, J.A. (1975). “Numerical methods of solution of the unsteady flow equations.” Unsteady flow in open channels, K. Mohmmmod and V. Yevjevich, eds., Water Resour. Publications, Fort Collins, CO, pp. 89-182.
  - 11 Ponce, V.M., and Yevjevich, V. (1978). “Muskingum-Cunge method with variable parameters.” J. of Hydraulic Div., Vol. 104, No. 12, pp. 1663-1667.