

# 혼합정수계획법을 이용한 처리수 재이용 모형의 개발

## Development of Water Reuse System using Mixed Integer Programming

정건희\*, 김종훈\*\*, 김태웅\*\*\*

Gunhui Chung, Joong Hoon Kim, Tae-Woong Kim

### 요 지

우리나라의 용수공급체계는 주로 여름에 집중된 강우를 댐이나 저수지에 저류하였다가 연중 고르게 사용자들에게 공급하는 방법을 취하고 있다. 이때 도시지역의 생활용수는 갈수기에도 가장 먼저 공급되어야 하는 우선순위를 가지는 반면, 농업용수는 가장 우선적으로 그 사용을 제한받는다. 하지만, 도시화로 인해 도시의 하수처리장 배출수량은 지속적으로 증가하고 있으며, 그 처리수의 대부분은 하천으로 방류되어 유실되고 있다. 방류수 수질기준에 맞추어 방류되는 처리수는 대량방류로 인해 자주 하천에 수질문제를 야기하기도 한다. 그러나 실제로 하수처리장의 처리수는 갈수기에 매우 유용하게 사용될 수 있는 수원 중 하나이다. 그러므로 그 처리수의 재이용에 관한 연구를 적절히 수행한다면, 갈수기에도 농업용수사용의 제한을 최소화할 수 있을 것이다. 그러므로 본 연구에서는 처리수 재이용 모형을 혼합정수계획법으로 개발하고, 하수처리장 처리수의 농업용수나 공공용수로의 사용을 제안하였다. 개발된 처리수 재이용 모형에서는 하천으로 방류되던 처리수를 농업용수나 공공용수로 재사용하는 시스템을 구축한다는 가정 하에, 그 공사비를 최소화하는 것을 목적으로 하였다. 또한 관말의 최소유지압력 등 수리학적인 제약조건을 만족시키도록 설계하였으며, 이 때문에 야기되는 비선형성을 선형화하여 계산시간이 짧은 동시에 전역해에 가까운 해를 찾을 수 있도록 하였다. 개발된 모형은 가상의 처리수 재이용 모형에 적용되어 시스템의 설계자에게 갈수기 용수공급의 최적 대안을 제시해 줄 수 있는 가능성을 보였다.

**핵심용어** : 하수처리장 처리수 재이용, 혼합정수계획법, 갈수기 용수공급

#### 1. 개요

급격한 도시화와 물사용 패턴의 변화로 인해 하수처리장의 처리수를 재이용하여 농업용수나 공공용수로 공급해야 할 필요성이 대두되고 있다. 이러한 하수처리장 처리수는 기존에는 하천으로 방류되어 바다로 유실되거나, 증발로 인해 손실되었다. 실제로 우리나라와 같이 강수량이 여름철에 집중되어 있는 경우, 가용수자원을 년 중 고르게 분포시키기 위해 저수지 등을 이용하여 하천수를 가두게 된다. 그러나 이런 방법만으로는 갈수기에 용수공급이 원활하지 못한 경우가 빈번히 발생하게 된다. 예를 들어, 2008년 겨울부터 발생한 극심한 가뭄으로 인해 강원도 태백

\* 정회원·고려대학교 방재과학기술연구소 연구교수·E-mail: gunhui@korea.ac.kr

\*\* 정회원·고려대학교 건축·사회환경공학부 교수·E-mail: jaykim@korea.ac.kr

\*\*\* 정회원·교신저자·한양대학교 건설환경시스템공학전공 조교수·E-mail: twkim72@hanyang.ac.kr

지역에서는 심한 생활용수부족을 겪고 있는 실정이다. 그러므로 하수처리장의 처리수를 재이용할 수 있는 시스템이 갖추어져 있다면, 매일 5000톤 씩 방류되고 있는 처리수를 농업용수나 공공용수로 재이용할 수 있을 것이다. 실제 처리수 재이용 시스템은 재오염 방지를 위해 개수로 보다는 관로를 이용하여 구축하며, 경제성을 고려하여 수지상형으로 구축하는 경우가 가장 많다. 그러므로 수지상형의 처리수 재이용 시스템 건설시 공사비를 최소화하면서 필요한 물 수요량을 충분히 공급할 수 있는 시스템을 설계하는 것이 매우 중요하다. 시스템의 용량은 관 직경으로 결정된다.

앞에 설명된 것과 같이 처리수 재이용 시스템의 흐름은 압력흐름을 이용하여 사용자들에게 용수를 공급하므로, 관망해석과 같이 다루어질 수 있다. 관망은 크게 그 형태에 따라 수지상형과 격자형으로 나뉜다. 관망해석은 관로 내 물의 흐름으로 인한 에너지 손실을 계산하기 위한 관계식의 비선형성으로 인해 계산이 복잡하여 초기에는 대부분 관망을 간략화 한 후, 비선형계획법이나 선형계획법을 이용한 최적화를 시도하는 연구가 수행되었다 (Gupta, 1969; Gupta and Hassan, 1972; Alperovits and Shamir, 1977; Quindry et al., 1981; Bhawe and Sonak, 1992). 그러나 간략화된 관망해석으로는 정확한 해석이 불가능하여, 격자형 관망해석을 수행할 수 있는 프로그램 (EPA-NET, KY-PIPE 등)을 최적화 모델과 연계하여 그 최적해를 찾기위한 시도가 주로 유전자 알고리즘 등의 추계학적 탐색기법을 이용하여 시도되었다 (Simpson et al., 1994; Savic and Walters, 1997; Eusuff and Lansey, 2003). 그러나 이러한 최적화는 전역해를 찾지 못하고 국지해에 머물 수 있는 가능성이 매우 크며, 그 수행시간이 매우 길어 경제적이지 못한 단점을 가지고 있다. 그러므로 Gupta et al. (1972)는 기존의 관경을 결정변수로 해석하던 관망해석을 탈피하여, 관망 내 각 관로에 건설될 수 있는 가능한 관경을 미리 설정한 후, 각 관경의 설치길이를 결정변수로하는 관망해석의 선형화를 시도하였다. 선형화된 시스템은 매우 빠른 시간에 전역해에 가까운 해를 찾을 수 있다는 장점을 가지고 있으나, 자주 하나의 관로에 두 개 이상의 관경이 선택되는 단점을 가지고 있었다. 그러므로 Samani and Mottaghi (2006)는 하나의 관로에 하나의 관경만을 선택하도록 하는 제약조건을 추가하여 새로운 선형관망해석을 시도하였다. 그러나 역시 추계학적탐색기법을 이용하여 모형을 해석함으로써 그 계산시간이 오래 걸리는 단점이 있었다.

본 연구에서는 기존의 제안된 선형화기법을 개량하여 관망해석프로그램이 없이도 최적화가 가능하도록 처리수 재이용 모형을 구축하였다. 관망해석프로그램과의 연계가 없어도 되므로, 최적해를 매우 빠르게 찾을 수 있으며, 구해진 해 또한 전역해에 가까운 값을 가진다.

## 2. 처리수 재이용 모형

제안된 처리수 재이용 모형을 네트워크  $G=(N,A)$ 로 나타낼 때,  $G$ 는 전체 네트워크를,  $N$ 은 네트워크 내 노드, 즉 사용처와 용수 공급처를,  $A$ 는 각 노드를 연결하는 아크, 즉 관로를 나타낸다. 처리수 재이용 모형은 대부분 기존의 하천으로 방류되어 유실되는 유량을 재이용하는 것을 목적으로 하므로, 기존의 관로 시스템이 존재하지 않는 것으로 가정하였으며, 가능한 관로는 수지상형으로 가정하였다. 처리수 재이용 모형의 전통적인 결정변수는 관직경이지만, 이는 비선형성을 가진 수리학적인 흐름해석을 위한 제약조건들로 인해 시스템의 비선형성을 야기하고, 이는 종종 최적해를 찾기 어렵게 만든다. 그러므로 본 연구에서는 가능한 상업용 관경을 미리 지정한 후, 해당 관경을 가지는 관로의 길이를 결정하는 방법으로 시스템을 선형화하였다.

이렇게 선형화된 모형의 전체 식은 다음과 같으며, 공사시점을 둘로 구분하여 2단계로 모형을 구성하였다.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \sum_{i \in \mathbf{I}} \sum_{j \in \mathbf{J}} cL_i D_{ij}^{a1.1} x_{ij} + E[h(\mathbf{x}, \tilde{\xi})] \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in \mathbf{J}} x_{ij} = 1, \quad \forall i \\ & \sum_{\{i \in \mathbf{UP}_i\}} \sum_{j \in \mathbf{J}} S_{ij}^a L_i x_{ij} \leq \sum_{\{i \in \mathbf{UP}_i\}} z_i + RL - H, \quad \forall i \\ & x_{ij} = \{0, 1\}, \quad \forall i \quad \forall j \end{aligned}$$

$$\text{where } E[h(\mathbf{x}, \tilde{\xi})] = \min_{\mathbf{y}, \mathbf{a}} \sum_{\omega \in \Omega} r^\omega \sum_{i \in \mathbf{I}} \sum_{j' \in \mathbf{J}} cL_i D_{ij'}^{b1.1} y_{ij'}^\omega$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \sum_{j' \in \mathbf{J}} y_{ij'}^\omega \leq 1, \quad \forall i \quad \forall \omega \\ & \sum_{\{i \in \mathbf{UP}_i\}} \sum_{j \in \mathbf{J}} \sum_{j' \in \mathbf{J}} (S_{ijj'}^{b\omega} - S_{ij}^a) L_i \alpha_{ijj'}^\omega \leq \sum_{\{i \in \mathbf{UP}_i\}} z_i + RL - H - \sum_{\{i \in \mathbf{UP}_i\}} \sum_{j \in \mathbf{J}} S_{ij}^a L_i x_{ij}, \quad \forall i \quad \forall \omega \\ & \alpha_{ijj'}^\omega - y_{ij'}^\omega \leq 0, \quad \forall i \quad \forall j \quad \forall j' \quad \forall \omega \\ & \alpha_{ijj'}^\omega - x_{ij} \leq 0, \quad \forall i \quad \forall j \quad \forall j' \quad \forall \omega \\ & x_{ij} + y_{ij'}^\omega - \alpha_{ijj'}^\omega \leq 1, \quad \forall i \quad \forall j \quad \forall j' \quad \forall \omega \\ & y_{ij'}^\omega = \{0, 1\}, \quad \forall i \quad \forall j' \quad \forall \omega \\ & \alpha_{ijj'}^\omega = \{0, 1\}, \quad \forall i \quad \forall j \quad \forall j' \quad \forall \omega. \end{aligned}$$

결정변수는 첫 번째 시점  $i$ 에 관경  $j$ 를 설치할 것인가를 결정하는 이진변수  $x_{ij}$ , 두 번째 시점  $i$ 에 관경  $j'$ 을 설치할 것인가를 나타내는 이진변수  $y_{ij'}^\omega$ , 모형을 선형화하기 위한 변수  $\alpha_{ijj'}^\omega$ 이다. 시스템의 목적함수는 이단계로 구성된 공사비를 최소화하는 것이며, 관말에서의 압력을 최소요구압력 (30 psi) 이상으로 유지하는 것을 제약식으로 구성하였다.

### 3. 모형의 적용

제안된 시스템을 적용하기 위해, 총 11개의 지점과 10개의 아크를 가지는 가상의 시스템을 구성하였다 (그림 1). 시스템 내에는 1개의 폐수처리장이 수원으로 존재하며 총 10개소의 물 사용자가 존재한다. 재이용되는 처리수를 사용할 수 있는 농업지역이나, 골프장 등의 레저시설 등이 물사용자로 정의된다. 관로는 두 개의 기간의 초기에 건설이 가능하며, 각각 1a, 2a, ..., 10a 로 첫 번째 기간에 건설되는 관로를 표현하고, 1b, 2b, ..., 10n로 두 번째 기간에 건설되는 관로를

정의하였다. 또한, 500, 600, 800, 900, 1000mm의 상업용 관경을 미리 정하여 해당 관경 내에서 최적해를 찾도록 하였다. 첫 번째 건설기간의 물 사용자들의 수요량은 모형을 최적화하는 시점에서 이미 알려져 있으나, 두 번째 기간의 물수요량을 미래의 예측치로 불확실성을 가진다고 가정하였다. 그러므로, 저수요, 기준수요, 고수요의 시나리오를 각각 30%, 40%, 30%의 확률로 가정하여 고려하였다. 제안된 모형은 2단계 추계학적 선형계획법을 이용하여 구성하였으며, GAMS/CPLEX를 이용하여 최적화하였다.

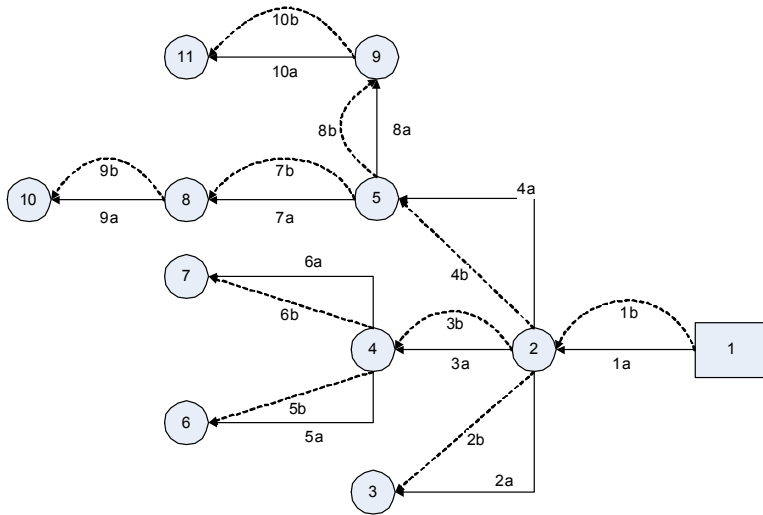


그림 1. 가상 처리수 재이용 모형의 네트워크 구성

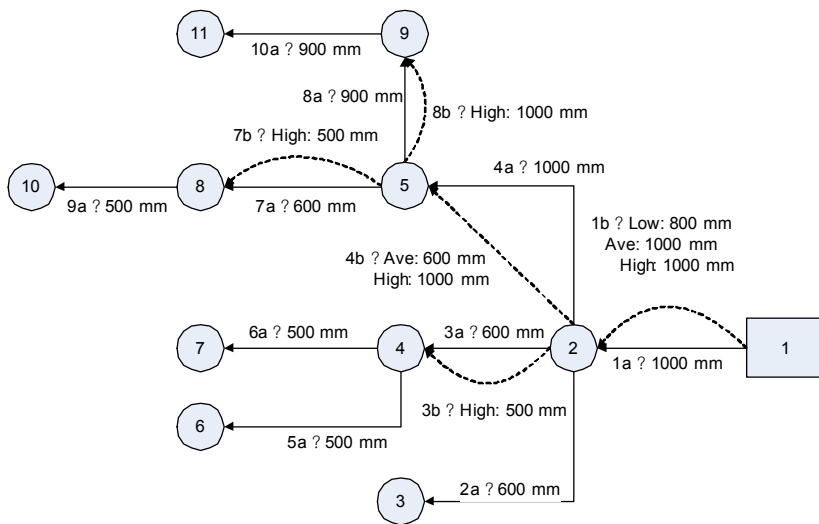


그림 2. 최적화된 관경

#### 4. 결과 및 결론

그림 2에는 첫 번째 기간(점선)과 두 번째 기간(실선)에 건설되어야 하는 최적화된 관경을 나타내고 있다. 저수요 시나리오에서는 1개의 관경만이 두 번째 기간에 건설되었으며, 2개, 5개의 평행관의 건설이 기준수요와 고수요 시나리오에서 제안되었다. 즉, 불확실성이 증가할수록 많은

수의 관로가 두 번째 기간에 확장되어야 함을 나타내며, 그 관경 또한 커지는 것을 알 수 있다. 이때의 평행관을 흐르는 유량은 각 관경에 수리학적인 식을 이용하여 분배되었다. 제안된 시스템이 수지상형이므로 수원에 가까울수록 두 번째 기간에 추가건설이 필요한 것으로 제안되었다. 이는 더 많은 유량을 수송해야 하므로 미래의 증가된 물수요량을 충족시키기 위해 큰 관로를 나누어 설치하는 것이 더욱 경제적이라는 결과를 보여준다.

### 감 사 의 글

이 논문은 2008년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2008-355-D00012).

### 참 고 문 헌

- Alperovits, E. and Shamir, U. 1977. Design of optimal water distribution systems. *Water Resources Research* 13(6): 885-900.
- Bhave, P., and Sonak, V. 1992. A critical study of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks. *Water Resources Research* 28(6): 1577-1584.
- Eusuff, M.M. and Lansey, K.E. 2003. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. *Journal of Water Resources Planning and Management ASCE* 129(3): 210 - 225.
- Gupta, I. 1969. Linear programming analysis of a water supply system. *Transactions of American Institute of Industrial Engineering* 1(1): 56-61.
- Gupta, I., and Hassan, M. Z. 1972. Linear programming analysis of a water supply system with multiple supply points. *Transactions of American Institute of Industrial Engineering* 4(3): 200-204.
- Ormsbee, L. E. 1989. Implicit network calibration. *Journal of Water Resources Planning and Management* 115(2): 243-257.
- Quindry, G.E., Brill, E.D. and Liebman, J.C. 1981. Optimization of looped water distribution systems. *Journal of Environmental Engineering ASCE* 107(4): 665-679.
- Samani, H. M. and Mottaghi, A. 2006. Optimization of water distribution networks using integer linear programming, *Journal of Hydraulic Engineering ASCE* 132(5): 501-509.
- Savic, D.A. and Walters, G.A. 1977. Genetic algorithms for least-cost design of water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management ASCE* 123(2): 67-77.
- Simpson, A., Dandy, G. and Murphy, L. 1994. Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization. *Journal of Water Resources Planning and Management ASCE* 120(4): 423-443.