Horton 침투 모형의 매개변수 결정 사례

Case Study on the Determination of the Parameters in the Horton's Infiltration Model

유 주 환 *, 윤 여 진 **

Ju-Hwan Yoo , Yeo Jin Yoon

Abstract

The parameters in the Horton's model which has well known as typical infiltration model were determined by the use of the optimization technique. It was assumed the initial infiltration capacity in this model was related to the antecedent precipitation per 10 days with linear combination. And both the parameters of the ultimate infiltration capacity and the decay factor were determined uniquely on a basin. Thus the optimal model's parameters representative to a basin were obtained and the Horton's infiltration equations by rainstorm events were determined. The data of ten rainstorm events for this study were observed at the Jeonjeokbigyo station located at the Selmacheon experimental basin that was 8.5 km^2 wide in the Imjin river.

Key words : Horton infiltration model, antecedent precipitation, parameter optimization, effective precipitation

1. 서론

유출 모형의 성공을 좌우할 수 있는 중요한 요소 중 하나는 강수 손실량(precipitation loss)을 결정하는 것이다. 손실량은 홍수 예측이나 수자원 평가를 위한 유출 모형의 주요 입력 자료가 된다. 만족할 만한 유출 모형을 구현하기 위해서는 손실량의 정확한 평가가 요구된다.(Najafi, 2003) 총 강수량 중에서 손실량을 뺀 초과 강수량 또는 유효 강수량은 치수적 측면이든 이수적 측면에서 요구되는 직접 유출량(direct runoffs)에 상당하는 규모로서 유출 모형에서 매우 중요하다. 이제까지 직접 유출되는 유효 강수량은 많은 경우에 총강수량에서 주요 손실 성분인 침투량을 차감하여 산출하여 왔다. 이 때 침투량은 호우사상별로 적게는 유출량의 30%에서 많게는 100%까지 차지할 만큼 주요한 손실 성분으로 취급되었다(Chow, 1964 ; Singh, 1989). 침투량을 산정하기 위한 기존 침투모형은 크게 물리적 모형과 경험적 모형으로 다양하게 정립되어 왔다(Singh, V.P., 1989). 그러나 각 모형내 포함되는 매개변수 값은 실용적으로 잘 정립되지 않았기 때문에 유출 모형에 실제 적용하는데 어려움이 있다.

한편 침투량 산정 모형 중에 Horton 모형은 가장 잘 알려져 있는 모형 중 하나이다(Horton, 1939 ; 1940). Blake et al.(1968)은 실험 자료를 가지고 최소자승법을 이용하여 Horton 매개변수를 결정하였고 Rawls et al.(1976)은 특정 지역의 몇몇 토사별로 Horton의 매개변수를 제시하기도 하

* 정회원·영동대학교 토목환경공학과 교수·E-mail : jhyoo@youngdong.ac.kr
** 정회원·건양대학교 건설시스템공학과 교수·E-mail : yyj0806@konyang.ac.kr

였으나 이 모형 역시 적합한 매개변수 값을 결정해서 사용해야 하는 실용상의 어려운 점을 가지고 있다(Singh,1989). 국내에서도 침투모형에 대한 연구들이 있어 왔지만 대표적인 침투 모형인 Horton 모형내 매개변수의 유역 대표치를 결정하는 방법론을 제시하고 정립하는 연구가 아직 미흡한 형편이다. 이에 본 연구에서는 유효 강수량을 산출하는데 적용 가능한 Horton 침투 모형내 매개변수의 유역 대표치를 결정하기 위해서 비선형적 최적화 모형을 적용하였다.

2. 연구 모형

호우사상 i 의 총 강수량에서 직접 유출량을 빼서 산출한 침투 손실량을 관측치 $\hat{F}_i$ 라 하고 침투량 계산치를 F_i라 하면 관측치와 계산치 두 값의 차를 제곱하여 호우 전체 사상에 대하여 누계한 총량, 즉 잔차 제곱을 전체 누계하여 1/2를 곱한 것을 목적함수(objective function) Z로 하였고 이를 최소화하도록 식 (1)~ 식 (2)과 같이 정식화하였다.

$$\underset{\alpha, A}{Min} \quad Z = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} \left(F_i - \hat{F}_i \right)^2 \tag{1}$$

Subject to $F_i = f_c t_i + \frac{(f_0{}^i - f_c)}{k}(1 - e^{-kt_i})$, $f_0{}^i = A_0 + A_1 P^i(1)$, $\alpha = [k, f_c]$,

$$A = [A_0, A_1] \qquad i = 1, 2, \cdots, n \tag{2}$$

여기서 t_i는 시간축이고 $P^i(j)$는 i 호우사상에서 j 단위 시간 전 선행 강수량으로서 단위 시간은 10일간으로 하였다. 그리고 α는 침투 감쇄지수 k와 최종 침투량 f_c의 2개 매개변수 성분을 갖는 결정 벡터이고 A는 선행 강수의 상관계수로서 2개 성분의 결정 벡터이다. 이때 i 는 호우사상 번호이고 n은 호우사상의 총수이다. 목적함수 식 (1)을 최소화할 수 있는 미지 벡터 α와 A를 결정하기 위한 필요조건을 식 (3)과 식 (4)와 같다.

$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial A} = 0 \tag{4}$$

식 (3) 및 (4)의 조건을 적용하면 식 (5)와 같은 행렬식이 성립된다.

$$[P]\ [A] = [F] \tag{5}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 $[P]$는 선행 강수 행렬이고 $[A]$는 선행 강수의 상관계수로 미지 벡터이고 $[F]$는 기지 벡터이다. 비선형(Nonlinearity)을 갖는 목적함수를 최소화하여 매개변수를 결정하기 위해서 최급 경사법(steepest gradient method)을 적용하였다. 최급 경사법에 의하여 최적화 할 조사(search) 벡터, 즉 결정 벡터는 다음 식 (6)과 같다.

$$\alpha = \begin{bmatrix} k \\ f_c \end{bmatrix} \tag{6}$$

목적함수를 최소화하기 위한 경사법은 다음 식 (7)과 같은 조사 단계를 갖는다.

$$\alpha^{j+1} = \alpha^{j} - \lambda \cdot \nabla_{\alpha} Z \tag{7}$$

$$\nabla_{\alpha} Z = \begin{bmatrix} \frac{\partial Z}{\partial k} \\ \frac{\partial Z}{\partial f_c} \end{bmatrix} \tag{8}$$

여기서 λ 는 조사 길이(step size)이고 j 는 최급 경사법에 의한 조사 단계이다.

본 연구의 대상 자료는 계속적으로 측정 관리되는 유역의 자료를 선정하였다. 한강권역내 속해 있는 임진강의 하구로부터 상류 방향으로 약 46 km 지점에 있는 설마천에 설치 운영되고 있는 시험 유역의 전적비교 관측소 지점 유역(그림 1)을 택하였다. 선택 지점은 유역면적이 8.5 km^2 이고 유로 연장이 5.8 km 정도 되는 미개발 지대로서 대부분이 산림지대이고 약간의 전답이 있는 형편이다(한국건설기술연구원, 1996). 시험 유역의 강수량은 관리 기관(한국건설기술연구원)이 측정하여 산출한 시간별 면적 평균 강우량이다. 이 강우 자료로부터 10일 단위 선행 강우량을 산출하였고 호우사상별 시간 자료도 구하였다. 그리고 유출 자료는 관리 기관이 작성한 수위-유량 곡선으로부터 얻어진 시간별 유출 수문 곡선 자료를 이용하였다. 본 연구에 사용되는 호우 사상은 표 1과 같이 총 10개를 선정하였다.

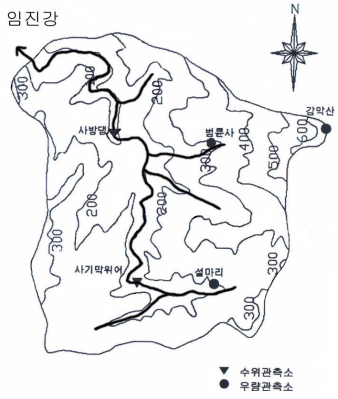

그림 1 적용 대상

표 1. 적용 호우 사상

번호	호우발생일	강수기간 (hr)	유출기간 (hr)
1	98.3.19	11	355
2	98.9.20	19	340
3	99.3.18	13	362
4	00.7.22	13	366
5	00.9.15	46	276
6	01.6.29	28	208
7	01.7.5	8	60
8	01.7.14	14	154
9	02.4.29	27	382
10	02.7.19	14	132

3. 주요 결과

침투 모형내 매개변수인 결정 벡터 α가 조사 단계에서 변동률이 10^{-6} 일 때 수렴시킨 최적화 결과는 표 2와 같다. 10개 호우사상을 적용한 최적화 결과, 초기 침투능 f_0 는 선행 강수량과의 관계가 (9) 및 그림 2와 같이 나타났다. 이 때 계산상의 표준개산오차(standard error of estimate) 값은 0.92 mm 만큼의 분산을 보여 주었다. 호우별 Horton 침투 모형은 그림 3과 같다.

표 2. 매개변수 결정치

구분	값
k	6.39×10^{-2}
f_c(mm)	3.61×10^{-1}

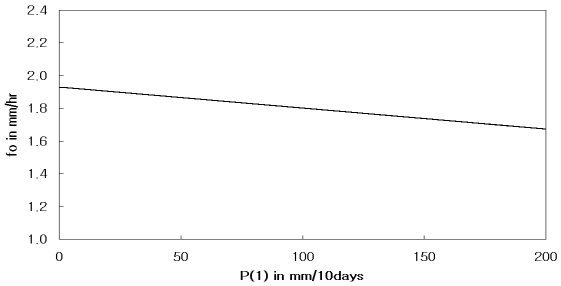

그림 2. 선행강수와 초기 침투능 관계

$$f_0 = 1.93 - 0.00129\ P(1) \tag{9}$$

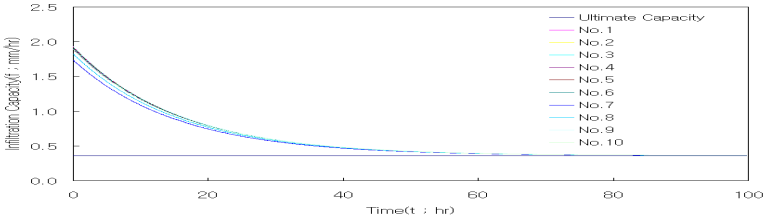

그림 3. 호우별 Horton의 침투 모형

4. 결론

Horton 침투 모형의 매개변수의 매개변수 산출 연구를 요약하면 다음과 같다. (1). 침투 모형내 매개변수를 최적 결정하기 위한 목적함수는 침투 손실량 관측치와 계산치의 잔차 제곱의 합계를 최소화하도록 정식화하였다. (2). 최급 경사법을 적용하여 얻은 최적 결정변수인 감쇄지수와 종기 침투능은 결정변수 변동률 10^{-6}에서 수렴된 각각 0.0639와 0.361 mm/hr이었다. (3). 초기 침투능은 1순(10일) 전 강수량과 선형 조합관계로 보고 관계식을 결정하였다. 여기서 초기 침투능은 강우가 없을 경우 1.93 mm/hr 이었고 10일전 선행 강수량의 증가에 대하여 0.129% 감소 경향을 갖는다. 한편 호우사상별 초기 침투능은 1.7 ~2.0 mm/hr 범위에서 다르게 나타났지만 100 시간이 지나면 종기 침투능 0.36 mm/hr에 접근됨을 보여 주었다. (4). 본 연구 결과는 임진강의 설마천내 위치한 유역면적이 8.5 km^2 정도 되는 시험유역의 호우사상 10 개를 택하여 적용한 결과로서 적용 자료의 관측 신뢰도는 본 연구 결과의 신뢰도에 직접적인 영향을 줄 수 있다.

참고문헌

한국건설기술연구원(1996). **시험유역의 운영 및 수문특성 조사·연구보고서,** 1996년 설마천 시험유역.

Blake, G.J., Mallinson, G.D., and Lykles, S.(1968). "Infiltration in the Puketurua experimental basin." *Journal of Hydrology*(N.Z.), Vol.7, No.1, pp.38-46.

Chow, V.T. ED. (1964). *Handbook of Applied Hydrology.* New York, McGraw-Hill.

Horton, R.E.(1939). "Analysis of runoff-plat experiment with varying infiltration capacity." *Transactions of the American Geophysical Union* 20, pp.693-711.

Horton, R.E.(1940). "An approach toward a physical interpretation of infiltration capacity." *Soil Science Society of America Proceedings* Vol.5, pp.399-417.

Najafi, M. R.(2003). "Watershed modeling of rainfall excess transformation into runoff." *Journal of Hydrology*, Vol. 270, pp.273-281.

Rawls, W., Yates, P. and Asmussen, L.(1976). *Calibration of selected infiltration equations for the Georgia Coastal Plain.* U.S. Department of Agriculture, Agricultural Research Service, ARS-S-113, Washington. D.C.

Singh, V. P.(1989). *Hydrologic Systems, Watershed Modeling Vol.Ⅱ,* Prentice-Hall.