

# 유입난류와 평판 캐스케이드 상호작용에 따른 광대역 소음 해석을 위한 효율적인 시간영역 수치기법의 개발

## Development of Efficient Numerical Method in Time-domain for Broadband Noise due to Turbulence-cascade Interaction

김상호\*·정철웅†

Sangho Kim, Cheolung Cheong

Key Words : Turbulence-cascade interaction(난류-캐스케이드 상호작용), Broadband noise(광대역 소음), Mode decomposition analysis(모드 분리 분석), Time-domain numerical method(시간영역 수치기법)

### ABSTRACT

An efficient time-domain numerical method for the analysis of broadband noise generation and propagation due to turbulence-cascade interaction is developed. The core algorithm of the present method is based on the B-periodicity of the acoustic response function of the flat-airfoil cascade to the ingesting gust (B denotes the number of airfoils in the cascade). To confirm this periodicity, gust-cascade interaction problem are solved by using the time-domain method, which shows that the incident gust with the circumferential mode number having the same remainders when divided by the airfoil number excites the same acoustic response of the cascade. Using the proposed fast algorithm with this periodicity, we show that the total computation time for the model broadband problem using the total 525 incident gust modes can be reduced to about 1/4 of that taken in using the previous time-domain program.

### 1. 서론

생활수준의 전반적인 향상으로 사람들은 기존에는 도외시 하였던 환경문제에도 많은 관심을 가지게 되었다. 대표적인 것으로 항공기 소음을 꼽을 수 있으며 점점 더 엄격해지는 국내외 항공기 소음에 대한 규제에 발맞추어 항공기 회사들은 항공기의 소음 분석과 저소음 설계를 위해 많은 노력을 경주하고 있다<sup>(1)</sup>.

항공기 소음은 크게 팬, 제트, 압축기에 의한 추진계 소음과 이 외의 모든 공기역학적 소음으로 정의되는 동체 소음으로 나뉜다. 과거에는 제트와 압축기에 의한 소음이 지배적이었으나, 최근 항공기 설계 기술의 발달 및 고-바이패스비(high-bypass ratio) 엔진의 등장으로 이는 현저하게 감소하였다. 이에 따라 팬이 주요한 소음원이 되었으며, 초-고-바이패스비(ultra-high bypass ratio) 엔진과 같이 앞으로의 항공기 엔진은 블레이드가 길어지고 회전 속도가 줄어드는 설계 동향을 보일 것이다<sup>(2)</sup>. 팬 소음의 순음 성분은 현재

보다 낮은 주파수대로 이동할 것이며, 따라서 중간 주파수대의 광대역 성분이 전체 소음에 큰 영향을 미칠 것이다. 팬 광대역 소음은 크게 유입 소음과 팬 자체 소음으로 나뉘며, 이 중 팬의 후류와 고정자의 상호작용에 의해 발생하는 유입 소음이 팬 자체 소음보다 일반적으로 더 큰 소음을 발생시키는 것으로 알려져 있다<sup>(3)</sup>.

본 논문에서는 로터의 후류와 고정자를 각각 모델링한 유입난류와 평판 캐스케이드의 상호작용에 따른 광대역 소음의 발생과 전파를 고차의 시간영역 수치기법을 이용하여 선형 오일러 방정식을 풀어서 해석하였다. 모드 분리 분석을 통해 유입난류의 특정 모드들이 평판 캐스케이드와의 반응에서 동일한 음향파를 생성하는 것을 보였으며, 이를 바탕으로 525개의 유입 와류 속도 성분을 가지는 광대역 소음 문제에 대해서 전체 계산시간을 약 1/4로 줄일 수 있는 효율적인 시간영역 계산 기법을 제시하였다.

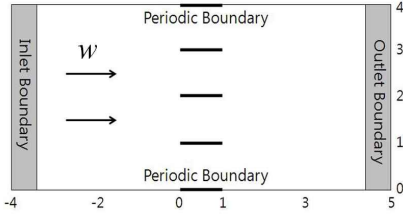
### 2. 수치해석 방법

유입난류와 평판 캐스케이드와의 상호작용에 따른 음향파의 발생과 전파를 해석하는 문제는 로터-고정자의 기하학적 형상의 제한에 따라 좁은 영역에서의 정확한 계산이 요구된다. 본 논문에서 이를 Fig. 1과 같이 나타내었으며, 에어포일에 수직한 유입난류 와류속도  $w$ 가 0에서 1 영역의 평판

† 교신저자; 정철웅, 부산대학교 기계공학부  
E-mail : ccheong@pusan.ac.kr  
Tel : (051) 510-2311, Fax : (051) 514-7460

\* 부산대학교 대학원 기계시스템설계

캐스케이드에 입사하면서 발생, 전파하는 광대역 소음을 해석하는 것을 목표로 한다. 전체 계산영역은  $-4$ 에서  $5$ 로 제한하였으며, 이 중 정확한 결과가 요구되는 실제 물리적 관심영역은  $-2$ 에서  $3$ 까지이다.



**Fig. 1** Turbulence-Flat Cascade Interaction Problem

문제의 해석을 위해 고차의 공간이산화기법으로 4차의 DRP(Dispersion-Relation-Preserving) 기법을, 시간적분 기법으로는 3차의 최적화된 Adams-Bashford 기법을 사용하였다<sup>(4)</sup>. 입/출구 영역에서의 비반사 조건을 만족시키기 위해 PML<sup>(5)</sup>(Perfectly Matched Layers) 경계조건을 사용하였으며, Newtonian Cooling<sup>(6)</sup> 감쇠기법을 사용하여 경계에서의 오차를 줄이고자 하였다. 본 논문에서 격자와 시간 간격은 각각  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0.02$ ,  $\Delta t = 0.001$ 로 설정하였다.

## 2.1 유입난류 모델링

광대역 소음의 생성을 위해 입구영역에서 각기 다른 파수(wavenumber)와 크기를 가지는 속도 성분이 요구된다. 에어포일에 수직인 유입난류 속도장  $w$ 는 아래의 식과 같이 모델링 하였다<sup>(7)</sup>.

$$w = (x_1, x_2, t) \approx \frac{2\pi}{Bs} \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N [\Phi_{ww}(k_{1,n}, k_{2,m})]^{1/2} e^{-i[k_{1,n}(x_1 - U) + k_{2,m}x_2 - \phi_n]} \quad (1)$$

여기서  $k_{1,m} = n\Delta k_1$  ( $\Delta k_1 = k_{1,m}/N$ ),  $k_{2,m} = 2\pi m/(Bs)$ 은 각 방향의 음파수를,  $k_{1,N}$ ,  $k_{2,M}$ 은 각 방향의 단절주파수 혹은 수치기법이 지원하는 해상도의 경계를 의미하며,  $B$ 는 에어포일의 수,  $s$ 는 에어포일 사이의 간격을 나타낸다.  $\Phi_{ww}(k_{1,n}, k_{2,m})$ 은 파워 스펙트랄 밀도함수로 유입난류가 등방성이라는 가정하에 Liepmann 스펙트럼을 이용하여 아래의 식과 같이 모델링하였다.

$$\Phi_{ww}(k_1, k_2) = \frac{\overline{w^2} \Lambda^2 [1 + \Lambda^2 (4k_1^2 + k_2^2)]}{4\pi [1 + \Lambda^2 (k_1^2 + k_2^2)]^3} \quad (2)$$

광대역소음 문제에 대해서 각각  $k_{1,N} = 5\pi$ ,  $\overline{w^2} = 0.0001$ ,  $N = 25$ ,  $M = 10$ ,  $\Lambda = 0.1$ ,  $B = 4$ ,  $s = 1$ 로 설정하였다.

## 2.2 입/출구 비반사 경계조건

본 논문에서는 유입난류와 평판 캐스케이드의 상호작용에 따른 광대역 소음의 발생과 전파를 다음의 선형 오일러 방정식을 고차의 수치기법을 통해 시간영역에서 푸는 방법으로 해석하였다.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_2} = 0 \quad (3)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ v \\ p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} M & 1 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 1 \\ 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 1 & 0 & M \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

위 지배방정식에서 입/출구 영역에서의 PML 비반사 경계조건<sup>(5)</sup>을 아래의 식과 같이 유도할 수 있으며, 음파는 경계 끝단으로 진행하면서 점차 지수적으로 흡수되어 결국 비반사된다.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_2} + \sigma_{x_1} \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x_2} + \sigma_{x_1} \mathbf{u} + \frac{\sigma_{x_1} M}{1 - M^2} \mathbf{A} \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathbf{u} \quad (6)$$

입구영역에서는 출구영역과 달리 음파와 유입난류가 함께 존재하며, 음파와 달리 유입난류는 경계조건에 의해 흡수되지 않아야 한다. 따라서 입구 비반사 경계조건에서는 변수  $\mathbf{u}$ 에서 유입난류  $w$ 을 소거한  $\mathbf{u}'$ 을 사용하였다. 식 (5)의  $\sigma_{x_1}$ 는 감쇠계수로 아래와 같이 표현된다.

$$\sigma_{x_1} = \sigma_m (1 - M^2) \left| \frac{x - x_l}{D} \right|^\beta \quad (7)$$

여기서  $M$ 은 마하수,  $x_l$ 은 경계조건이 시작되는 위치,  $D$ 는 경계조건의 격자수,  $\sigma_m$ 와  $\beta$ 는 감쇠상수를 나타낸다. 논문에서는  $\sigma_m = 80 \sim 120$ ,  $\beta = 2.0$ ,  $M = 0.5$ ,  $D = 30$ 으로 각각 설정하였다.

## 2.3 시간-공간 푸리에 변환

시간영역에서 해석된 결과는 LINSUB 프로그램<sup>(7)</sup>을 이용한 이론해와의 비교를 위해 아래의 식과 같은 시간-공간 푸리에 변환<sup>(8)</sup>을 거친다.

$$p(x, m, n) = \frac{2}{N_{\Delta x_2} N_{\Delta t}} \sum_{l=0}^{N_{\Delta x_2} - 1} \sum_{j=0}^{N_{\Delta t} - 1} p(x, y_l, t_j) e^{-2\pi i n j / N_{\Delta t}} e^{-2\pi i m l / N_{\Delta x_2}} \quad (8)$$

$$p(n) = \sum_{m=-N/2}^{m=N/2-1} |p(x, m, n)|^2 \quad (9)$$

여기서  $N_{\Delta t}$ 는  $T$ 를 한주기로 하는 시간간격  $\Delta t$ 의 샘플수,  $n=0,1,2,\dots,(N_{\Delta t}-1)/2$ 은 주파수  $f=n/T$ 의 조화수이며,  $N_{\Delta x_2}$ 는 원주방향의 격자수,  $m$ 은 원주방향의 모드수이다.

### 3. 효율적인 수치기법 개발

입사하는 유입난류 속도장의 원주방향 모드수를 에어포일 개수로 나누었을 때에 나머지가 같은 모드들은 평판 캐스케이드와의 반응에서 동일한 음향파를 생성한다는 것을 이전의 논문에서 주파수 영역에서의 문제 해결을 통해서 확인하였다<sup>(9)</sup>. 이를 바탕으로 광대역 유입난류를 구성하는 각각의 성분들과 평판 캐스케이드의 반응을 시간영역에서 계산하는 모드 분리 분석을 수행하였으며, 같은 나머지를 갖는 원주방향 각각의 성분들은 주파수 영역에서의 결과와 마찬가지로 동일한 음향파를 생성하는 것을 보였다.

#### 3.1 모드 분리 분석

유입난류와 평판 캐스케이드의 반응은 아래식과 같이 유입난류의 원주방향 모드수와 에어포일 수의 관계에 따라 반복되는 결과를 생성한다<sup>(10)</sup>.

$$l = m - Br \quad (r = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty) \quad (10)$$

여기서  $m$ 과  $B$ 는 앞에서와 같이 각각 유입난류의 원주방향 모드수와 에어포일 수를 의미하며,  $l$ 은 유입난류와 평판 캐스케이드의 반응에서 생성되는 음향 모드수를 나타낸다. 식 (10)으로부터 각각의 원주방향 모드수에 따른 반응을 아래의 식들과 같이 정리하였으며, 이는 특정한 원주방향 모드수를 갖는 유입난류 속도 성분은 평판 캐스케이드와의 반응에서 동일한 결과를 갖는 것을 의미한다.

$$m = -\infty, \dots, -3, 1, 5, \dots, \infty \rightarrow l = -\infty, \dots, -3, 1, 5, \dots, \infty \quad (11)$$

$$m = -\infty, \dots, -2, 2, 6, \dots, \infty \rightarrow l = -\infty, \dots, -2, 2, 6, \dots, \infty \quad (12)$$

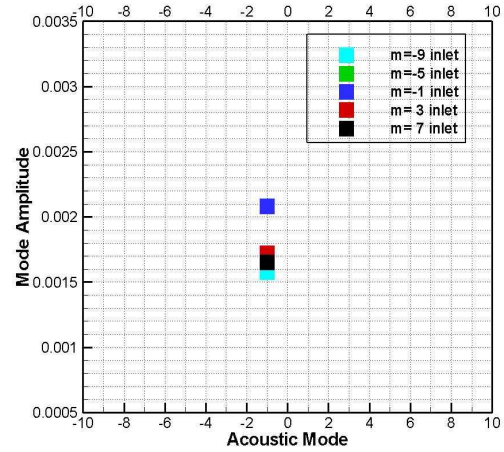
$$m = -\infty, \dots, -1, 3, 7, \dots, \infty \rightarrow l = -\infty, \dots, -1, 3, 7, \dots, \infty \quad (13)$$

$$m = -\infty, \dots, 0, 4, 8, \dots, \infty \rightarrow l = -\infty, \dots, 0, 4, 8, \dots, \infty \quad (14)$$

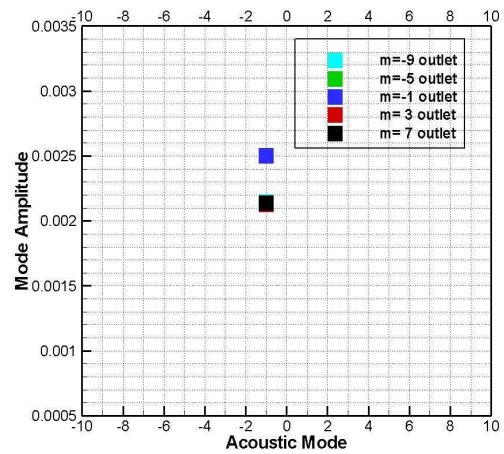
이를 확인하기 식 (1)으로부터 9번째 주파수 모드에서 원주방향 모드수로 각각  $m = -9, -5, -1, 3, 7$ 를 갖는 유입난류 속도장을 생성하였으며, 이들과 평판 캐스케이드와의 반응을 서로 비교하였다.

Fig. 2는 시간영역 해석 결과를 시간-공간 푸리에 변환을 통해 반응한 음향 모드수에 따른 모드 진폭 크기로 변환한 후 그 결과를 서로 비교한 것으로 원주방향 모드수  $m = -9, -5, -1, 3, 7$ 가 동일한 음향 모드수에서 거의 동일한 진폭으로 반응하는 것을 확인할 수 있다. 주파수 영역의 해석결과<sup>(7)</sup>에 따르면 완전히 동일한 크기의 진폭으로 반응하여야 하나 시간영역의 해석에서는 격자 해상도의 차

이에 따라 약간의 차이를 보인다.



(a) Inlet region ( $x = -3$ )



(b) Outlet region ( $x = 2$ )

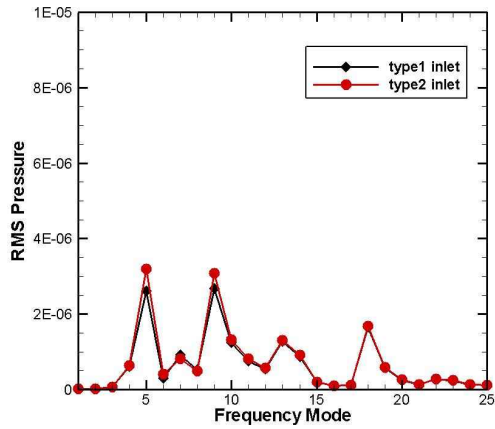
**Fig. 2** Mode Amplitude

#### 3.2 광대역 소음 해석 결과

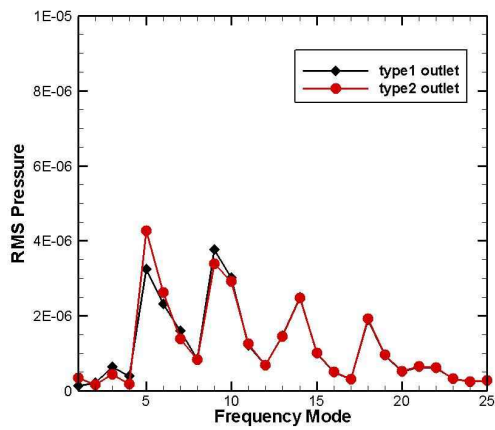
앞 절에서의 결과를 바탕으로 입구영역에서 유입난류의 생성시  $m = -10, \dots, -1, 0, 1, \dots, 10$ 의 원주방향 모드수 모두를 가진다는 대신 동일한 음향모드를 생성하는 원주방향 모드수 성분들을 모두 합산한 후 계산하는 과정을 통해 전체 계산시간을 크게 단축시킬 수 있는 효율적인 시간영역 수치기법을 이용하였다. Table 1에서 기존의 기법 Type 1과 개발된 기법 Type 2를 사용하여 매 스텝마다 소요된 계산시간과 전체 소요된 계산시간을 서로 비교하였으며, 개발된 기법이 기존의 것보다 계산을 4배 이상 빨리 수행하는 것을 확인하였다. 계산은 인텔 E6400 CPU, 4GB RAM, 윈도우즈 환경에서 수행하였다.

**Table 1** Computation time

|        | per step  | total   |
|--------|-----------|---------|
| Type 1 | 1.070 min | 33.9 hr |
| Type 2 | 0.253 min | 8.42 hr |



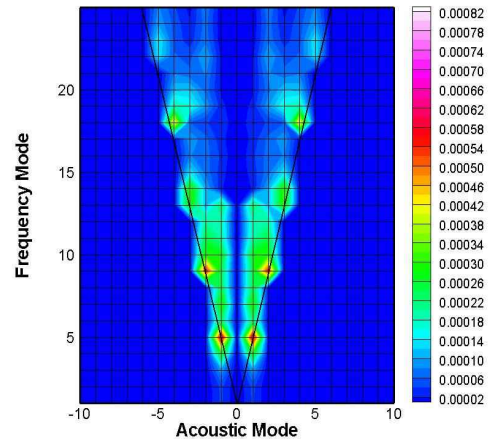
(a) Inlet region ( $x=-3$ )



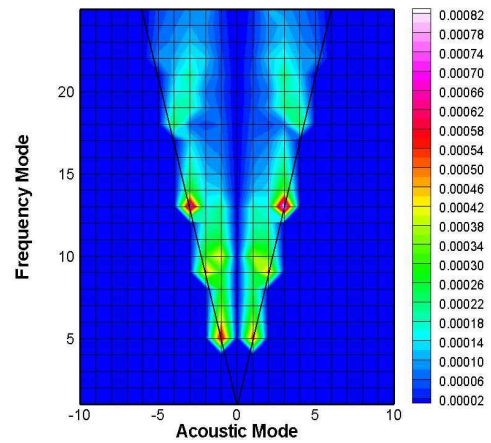
b) Outlet region ( $x=2$ )

**Fig. 3** Pressure spectra

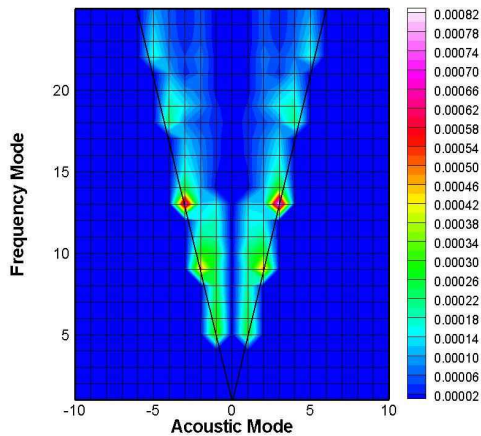
Fig. 3은 전체 원주방향 모드수를 사용한 결과와 개발된 수치기법을 사용한 결과를 식 (8),(9)를 통해 각 주파수에 따른 음압의 크기로 나타낸 후 서로 비교한 것이다. 입/출구영역 모두에서 개발된 기법이 기존의 것과 동일한 결과를 갖는 것을 확인하였다.



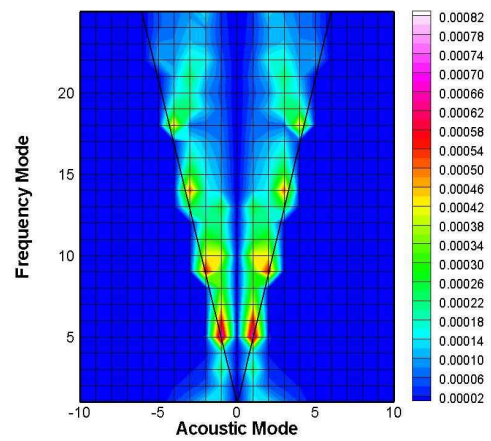
(b) Type 2 / Inlet region ( $x=-3$ )



(c) LINSUB / Outlet region ( $x=2$ )



(a) LINSUB / Inlet region ( $x=-3$ )

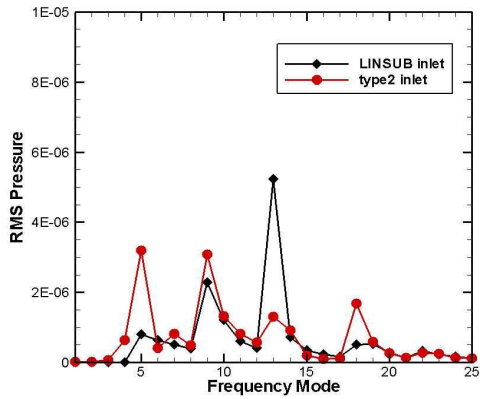


(d) Type 2 / Outlet region ( $x=2$ )

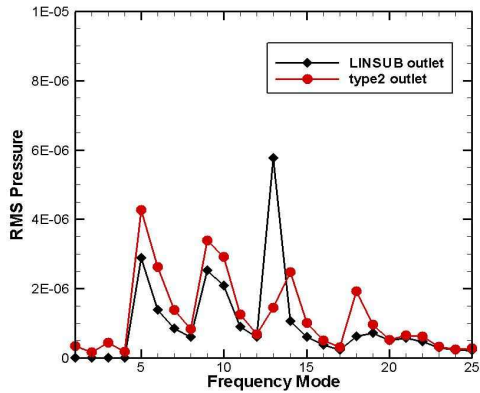
**Fig. 4** Mode frequency map

Fig. 4는 개발된 수치기법을 사용한 결과를 식(8)을 통해 각각의 음향 모드수와 주파수에 따른 음압의 크기로 변환한 후 LINSUB 이론해와 비교한 것이다. 그림에서 두 검은 직선은 단절모드 직선을 나타내며, 의미 있는 크기의

진폭을 가지는 모드들은 이 단절모드 직선 안에 분포하는 것을 알 수 있다. 특정한 주파수를 제외하고 결과가 서로 잘 일치하는 것을 확인하였다.



(a) Inlet region ( $x = -3$ )



(b) Outlet region ( $x = 2$ )

**Fig. 5** Pressure spectra

더욱 자세한 비교를 위해 주파수 스펙트럼 결과를 LINSUB 프로그램의 이론해와 함께 Fig. 5에 도시하였다. 입/출구영역 모두에서 13번째 주파수 모드를 제외하고는 이론해와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있으며, 이는 Giles<sup>(11)</sup>의 비반사 경계조건을 이용했던 이전의 연구결과와도 일치한다<sup>(12)</sup>. 13번째 주파수 모드에서의 차이는 Fig. 4에서 알 수 있는 것처럼 단절주파수에 가까운 특정한 모드 ( $n = 13, m = \pm 13$ )에 기인하는 것으로 확인하였다. 이것은 시간영역 해석에서의 작은 오차가 단절 모드 직선에 가까운 전파 모드를 단절 모드로 전환을 시켜서 발생한 것으로 그 정확한 원인에 대해서 추후 연구가 더 필요한 것으로 사료된다.

## 4. 결 론

유입난류와 2차원 평판 캐스케이드의 상호작용에 따른

광대역 소음의 발생과 전파를 해석하기 위한 효율적인 시간영역 수치기법을 개발하였다. 제시한 방법의 핵심은 입사하는 와류 속도장의 원주방향 모드수를 에어포일 수로 나누었을 때에 나머지가 같은 모드들은 평판 캐스케이드와의 반응에서 동일한 음향파를 생성하는 주파수 영역에서의 이론 결과를 바탕으로 한다. 제시한 알고리즘을 사용하여 총 525개의 유입난류속도성분을 사용하는 광대역소음문제에 대해서 유입난류 생성시 평판 캐스케이드의 에어포일 수에 해당하는 원주방향 모드수만을 가진하여 전체 모드수를 가진한 결과와 동일한 결과를 나타내면서 전체 계산시간을 약 1/4로 줄일 있다는 것을 보였다. 또한, 제시된 기법의 정확도를 검증하기 위해 시간영역에서 계산된 결과를 시간-공간 푸리에 변환하여 LINSUB 이론해와 비교하였으며, 단절 모드에 가까운 모드가 큰 영향을 미치는 특정한 주파수를 제외하고는 서로 잘 일치하는 것을 확인하였다. 단절 모드에 가까운 특정 모드에서의 두 결과의 차이에 대한 정확한 원인에 대해서는 추후 연구가 더 필요할 것으로 사료된다.

## 후 기

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2008-0052961)

## 참 고 문 헌

- (1) 이덕주, 이수갑, 2004, "국내의 한국우주산업의 개발 동향", Journal of KSNVE, Vol. 14, No. 4, pp. 29~39.
- (2) 이수갑, 정철웅, 2004, "항공우주산업에서의 소음진동기술 응용", Journal of KSNVE, Vol. 14, No. 4, pp. 16~28.
- (3) Huff, D. L., 1998, "Fan Noise Predictions: Status and Needs", NASA/TM-97206533, AIAA, 98-0177.
- (4) Tam, C. K. W. and Webb, J. C., 1993, "Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics", Journal of Computational Physics, Vol. 107, pp. 262~281.
- (5) Hu, F. Q., 2001, "A Stable, Perfectly Matched Layer for Linearized Euler Equations in Unsplit Physical Variables", Journal of Computational Physics, Vol. 173, pp. 455~480.
- (6) Choudhari, M. and Fi, F., 1999, "Numerical Boundary Conditions for Simulation of Gust-Cascade Interaction", AIAA, 99-1845.
- (7) Cheong, C., Phillip, J. and Lee, S., 2005, "Computation of Broadband Noise of a 2-D Flat-airfoil Cascade Subject to Ingested Turbulence", Transactions of

the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 6, pp. 687~696.

(8) Sawyer, S., Nallasamy, M., Hixon, R., Dyson, R. W. and Koch, L. D., 2003, "Computational Aeroacoustic Prediction of Discrete-Frequency Noise Generated by a Rotor-Stator Interaction", AIAA, 2003-3268.

(9) Cheong, C., Jurdic, V. and Phillip, J., 2008, "Modal acoustic power of broadband noise by interaction of a cascade of flat-plate airfoils with inflow turbulence", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 1, pp. 61~70.

(10) Tyler, L. M. and Sofrin, T. G., 1962, "Axial flow compressor noise studies", Transactions of the Society of Automotive Engineers, Vol. 70, pp. 309~332.

(11) Giles, M. B., 1990, "Nonreflecting boundary condition for Euler equation calculations", AIAA Journal, Vol. 28, No. 12, pp. 2050~2058.

(12) Cheong, C., Jung, S. S., Cheung, W. S. and Lee, S., 2006, "Time-domain Computation of Broadband Noise due to Turbulence-cascade Interaction", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 3, pp. 263~269.