

수중에 몰입된 실린더 셸 구조물의 동적 모델링

Dynamic Modeling of For Cylindrical Shell immersed in Water

곽문규†
Moon K. Kwak

1. 서 론

얇은 원통형의 셸 구조물은 액체 또는 가스 저장과 같은 압력용기로 사용될 뿐만 아니라 잠수함과 같이 외압을 받는 구조물로 사용된다. 이와 같은 원통형 셸 구조물의 능동진동제어를 위해서는 무엇보다도 운동방정식의 유도가 필요하다.

원통형 셸 구조물의 운동방정식 유도는 Arnold and Waburton[1]으로부터 시작하였으며 다양한 셸 구조물의 연구에 관해서는 많은 연구자들이 셸에 대해서 다양한 가정을 하고 운동방정식을 유도하였다. 이중 가장 단순한 이론은 Donnel and Mushtari[2] 이론이다. 이 이론이 유용하게 사용될 수 있지만 좀더 정확한 계산을 위해 다양한 이론들이 제안되었다[3-4].

원통형 셸을 압전 작동기를 이용해 진동 및 음향을 제어하고자 하는 연구 결과로는 Tzou 등[5], Lester and Lefebvre[6], Sonti and Jones[7], Clark and Fuller [8]의 연구가 있다. Tzou 등[5]은 모달 압전작동기를 이용한 셸 구조물의 제어기법에 대한 연구를 수행하였다. Lester and Lefebvre[6]는 압전체가 원통형 셸과 결합된 구조물에 대한 운동방정식을 유도하고 모달 스펙트라를 이용해 실린더와 내부음향 캐비티사이의 연성 효과를 조사하고 압전작동기를 이용해 내부 소음제어를 이룩할 수 있음을 이론으로 입증하였다. Sonti and Jones[7]는 원통형 셸에 압전작동기가 결합된 구조물에 대해 단순화된 해석 모델을 개발하고 수치계산을 통해 큰 크기의 압전작동기가 보다 효과적임을 주장하였다. Clark and Fuller [8]는 압전세라믹 작동기, 마이크, PVDF 센서를 알루미늄 셸에 부착하고 Filterd-x LMS 제어기 기법을 이용해 음향 제어를 수행하였는데 실린더 셸의 진동 모드 중 아코디온 형태의 모드는 제어가 쉬운 반면에 실린더 모드는 가진하는 진동수가 높아짐으로 인해 제어하기가 쉽지 않음을 보여주었다.

셸 구조물에 압전세라믹 작동기를 적용하는 경우의 가장 큰 문제점은 곡률이다. 현재 사용하는 압전세라믹 작동기는 취성이 매우 커 깨지기 쉽고 곡

면형상을 가지는 구조물에는 사용할 수 없다. 최근에 이런 단점을 극복하고 작동력의 효율을 좀더 높은 압전 작동기가 개발되고 있다. 그 중 하나가 MFC(Macro Fiber Composite) 작동기[9]이다. MFC 작동기는 곡면에 부착할 수 있으며 압전상수 d_{33} 를 이용해 작동력이 다른 압전 작동기보다 높다. 손정우 등[10]은 MFC 작동기가 부착된 실린더 셸 구조물의 유한요소모델링 방법과 제어 특성을 토의하고, LQG 제어기를 고려하여 수치해석을 통해 제어가 가능함을 입증하였다.

이와 같이 공기 중 실린더 셸 구조물에 대해서는 동적 모델링 및 능동진동제어기 설계가 많이 이루어졌지만 실린더 셸 구조물이 수중에 있을 경우에 대해서는 수행된 연구 결과가 미미하다. 따라서 본 연구에서는 실린더 셸 구조물이 수중에 있을 경우에 대한 동적 모델링 방법을 연구하였다.

2. 실린더형 셸의 운동에너지와

먼저 Rayleigh-Ritz 방법을 이용해 실린더형 셸 구조물이 수중에 놓이는 경우를 고려해보자. 유한한 길의 실린더 셸 구조물에 대해서는 이론적인 모델링이 쉽지 않다. 따라서 수중 음향을 다룬 연구에서 그림 1에 보이는 바와 같이 탄성 실린더 셸의 양옆에 무한 길이의 단단한 실린더가 놓인다고 가정을 한다.

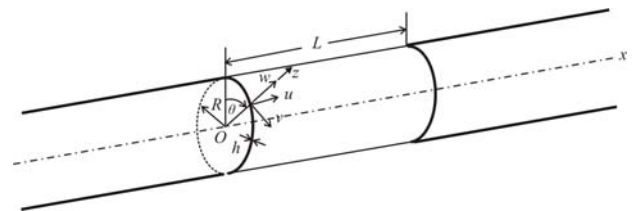


Fig. 1 Coordinate of Cylindrical Shell

여기서 R 는 실린더의 반지름, h 는 셸의 두께, L 은 실린더의 길이, θ 는 수직 축에 대한 각도, x 는 길이 방향 좌표축, u, v, w 는 각각 x 방향 변위, θ 방향 변위, z 방향의 변위를 나타낸다. 이와 같은 실린더형 셸의 대한 운동에너지는 다음 식으로 주어진다[2].

$$T = \frac{1}{2} \rho \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) R dz d\theta dx \quad (1)$$

† 교신저자; 동국대학교 기계공학과, 정희원
E-mail : kwakm@dongguk.edu
Tel : (02) 2260-3705, Fax : (02) 2263-9379

여기서 ρ 는 쉘의 질량밀도를 나타낸다. 수치해석방법을 이용해 탄성에너지를 구하는데 있어 세 방향 변위를 원주 방향 n 개의 절점을 가지는 함수와 x 축 방향 가정모드를 이용해 다음과 같이 표현한다.

$$u_n(x, \theta, t) = \Phi_u(x) \cos n\theta q_{nu}(t) \quad (2a)$$

$$v_n(x, \theta, t) = \Phi_v(x) \sin n\theta q_{nv}(t) \quad (2b)$$

$$w_n(x, \theta, t) = \Phi_w(x) \cos n\theta q_{nw}(t) \quad (2c)$$

여기서 $\Phi_u(x), \Phi_v(x), \Phi_w(x)$ 는 각 방향의 허용함수 벡터, $q_{nu}(t), q_{nv}(t), q_{nw}(t)$ 는 각 방향의 일반 변위 벡터를 나타낸다.

실린더 쉘이 수중에 있을 경우 주변 유체의 영향을 받게 된다. 유체를 비점성, 비압축성 이상 유체로 가정하면 지배방정식은 라플라스 방정식이다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{in fluid domain} \quad (3)$$

그림 1 의 실린더 쉘과 유체의 계면에서 다음과 같이 경계조건식을 성립할 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \begin{cases} -\dot{w}(r, t, x, t) & \text{at } r = R, 0 \leq x \leq L \\ 0 & \text{at } r = R, \text{ otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

또한 다음과 같은 방사조건식도 필요하다.

$$\phi, \frac{\partial \phi}{\partial r}, \frac{\partial \phi}{\partial x} \rightarrow 0 \quad \text{as } x, r \rightarrow \infty \quad (5)$$

n 번째 모드에 대해 속도 포텐셜을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_n(r, x, \theta, t) = \Phi_{fn}(r, x) \cos n\theta \dot{q}_{nw}(t) \quad (6)$$

경계조건을 이용해 속도 포텐셜을 구한 다음 쉘의 진동이 유발한 유체의 운동에너지를 표현하면 다음과 같다.

$$T_{fn} = \frac{1}{2} \dot{q}_{nw}^T M_{fn} \dot{q}_{nw} \quad (7)$$

여기서 $M_{fn} = \rho_f R L^2 \pi \bar{M}_{fn}$ 이며

$$\begin{aligned} (\bar{M}_{fn})_{ij} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{-K_n(\bar{\xi})}{(-\bar{\xi} K_{n+1}(\bar{\xi}) + n K_n(\bar{\xi}))} \\ &\int_0^1 \int_0^1 \Phi_{wi}(\eta) \Phi_{wj}(\bar{\eta}) \cos \xi(x - \bar{\eta}) d\bar{\eta} d\eta d\bar{\xi} \end{aligned} \quad (8)$$

공기중의 고유진동수는 다음 식과 같이 간략화된 형태로 표현할 수 있다.

$$\omega_{fi} = \frac{\omega_{ai}}{\sqrt{1 + \gamma (\bar{M}_f)_{ii}}} \quad (9)$$

여기서 $\gamma = \rho_f L / \rho h$ 이다. 식(9)를 이용해 공기중의 고유진동수가 수중에서 어떻게 변화하는지 예측할 수 있다.

양단이 Shear Diaphragm 경계조건인 실린더 쉘에 대해서 다음과 같은 수치 결과를 얻었다. 이 그림

에서 $\omega_a = \omega \sqrt{\rho(1 - \nu^2) L^2 / E}$ 이며 $\Gamma = (\bar{M}_f)_{ii}$ 를 나타낸다.

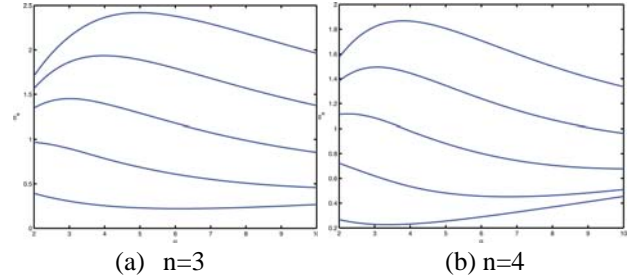


Fig. 2 Non-dimensionalized Frequency for SD-SD Cylindrical Shell ($\beta = 1$)

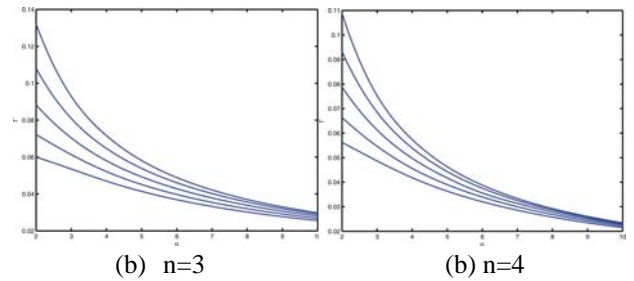


Fig. 3 Non-dimensionalized Added Virtual Mass Incremental Factor for SD-SD Cylindrical Shell

3. 토의 및 결론

본 연구에서는 실린더형 쉘 구조물이 수중에 몰수 되는 경우에 대한 동적 모델링 방법을 토의하였다. 실린더 쉘이 수중에 몰수되는 경우 고유진동 모드는 크게 변하지 않지만 고유진동수는 부가수질량 효과로 인해 크게 변화한다. 능동진동제어기를 설계하는 경우에 이와 같은 변화를 고려하지 않으면 수중에서의 능동 진동 제어 효과는 기대하기 힘들다.

본 연구에서는 유체의 영향을 계산하기 위해 유체를 이상 유체로 가정하여 속도 포텐셜을 구하고 이를 토대로 실린더 쉘의 진동이 일으킨 유체의 운동에너지를 유도하였다. 연구 결과는 공기중 고유진동수가 실린더 쉘의 반경-길이 비에 따라 크게 변화함을 알 수 있다. 그러나 부가수 질량의 경우에는 반경-길이 비가 커짐에 따라 무차원 부가수 질량계수가 감소한다.

차후 본 연구에서 유도한 동적 모델을 이용해 능동진동제어기 설계가 이루어질 예정이다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소가 지원하는 수중운동특화 연구센터의 수중/구조진동 연구실의 지원으로 이루어졌다. 관계자 여러분께 감사드립니다.