

## 모드분해기법을 이용한 현수교의 변위응답추정

### Estimation of displacement responses of a suspension bridge by using mode decomposition technique

장성진\*·김남식†·김호경\*\*

Chang Sung Jin, Kim Nam Sik and Kim Ho Kyung

**Key Words** : Mode Decomposition Technique(모드분해기법), Fiber Optic Bragg-grating Sensor(광섬유 브래그 격자 센서), Estimation of Displacement(변위응답추정), Field Load Test(현장재하실험)

#### ABSTRACT

In this study, a method to estimate the suspension bridge deflection is developed using mode decomposition technique. In order to examine the suspension bridge stability against these dynamic loadings, the prediction of displacement response is very important to evaluate bridge stability. However, it is recognized that any measurement of movement for suspension bridges may be difficult for the absence of proper methods to measure the displacement response on site. This study aims at suggesting a method to estimate the displacement response from the measured strain signals in an indirect way to predict the displacement response, not a direct way to measure the displacement response. Additionally, by applying the FBG sensors with multi-point measurements not influenced by electric noise, it can be expected that the technique would be applicable to infrastructures.

#### 1. 서론

일반적으로 대형구조물의 건전성평가에 있어 중요한 인자인 변위를 추정함으로써 구조물의 성능 저하 및 노후도를 판단하는 근거가 된다. 그러나 변위응답의 측정이 중요함에도 불구하고 측정 방법의 부재로 말미암아 현수교와 같은 대형구조물의 변위응답을 측정하는 방법이 용이치 않은 것이 현실이다. 실내실험의 경우 변위센서를 이용하여 비교적 손쉽게 정확한 변위응답의 측정이 가능하다. 그러나 현장실험에서 접촉식 변위계를 사용할 경우 부가물의 설치가 용이하지 않으며, 광학식 센서는 기상(폭우, 안개등)에 따라 측정응답의 신뢰성이 떨어지는 단점이 있다. 또한 측량을 이용하여 변위를 측정할 경우는 측량자의 능력에 따라 좌우되며 일관성을 유지하기 곤란하다. 그러므로 변위응답을 직접 측정하는 것이 아니라 간접적인 방법을 이용하여 변위응답을 추정하는 연구가 활발히 진행 중이다.

간접적으로 변위응답을 추정하는 방법은 디지털 카메라로 image processing technique을 사용하여 변위를 측정하는

방법<sup>(1)</sup>과 정규화 기법을 이용하여 가속도신호로부터 변위응답을 추정하는 연구<sup>(2)</sup>가 수행된 바 있으며, 구조물의 진동특성과 변형률의 관계를 이용하여 변위를 추정하는 방법도 연구<sup>(3)</sup>되었다. 그리고 FBG센서(fiber optic Bragg-grating sensor)를 이용하여 현수교의 정적 처짐형상을 추정하는 연구<sup>(4)</sup>가 진행된 바 있다. 또한 정적하중에 대한 보의 처짐을 추정하는 연구<sup>(5)</sup>와 동적하중에 대한 보의 처짐을 추정하는 연구<sup>(6)</sup>가 수행되었다. 본 논문에서는 변형률신호로부터 변위응답을 추정하는 방법인 모드분해기법<sup>(7)</sup>을 제시하였다.

변형률신호의 측정이 전기저항식 변형률센서를 사용할 경우 전기적 노이즈 문제가 발생할 소지가 크며, 측점이 많아질수록 경제적 부담감이 커진다. 이런 문제점을 해소하기 위하여 빛을 매개체로 하여 전기적 노이즈의 영향을 근본적으로 해소하고 소형·경량이기 때문에 설치가 간편하며, 다중 측정이 가능한 FBG센서를 사용하였다.

앞서 언급한 바와 같이 변형률신호로부터 변위응답을 추정하는 연구가 진행되어 왔다. 그러나 구조물의 정적인 처짐의 추정은 가능하였으나 동적인 처짐을 추정함에 있어 고차모드의 응답으로 인하여 변위응답의 정확한 추정이 불가능하였다. 따라서 본 논문에서는 등가정적 변위응답과 구조물의 주요거동을 나타내는 저차모드의 변위응답만을 추정하여 보다 신뢰성 있는 변위응답을 추정할 수 있는 모드분해기법을 제시하였다.

기존에 제시되었던 empirical mode decomposition<sup>(8)</sup>,

† 교신저자; 정회원, 부산대학교 사회환경시스템공학과  
E-mail : nskim@pusan.ac.kr  
Tel : (051)510-2352, Fax : (051) 513-9596

\* 부산대학교 사회환경시스템공학과

\*\* 서울대학교 건설환경공학부

proper orthogonal decomposition<sup>(9)</sup> 그리고 변형률신호로부터 변위응답을 추정하는 방법<sup>(5)</sup>을 적절히 적용하여 모드별 변위응답을 추정하는 모드분해기법을 제시하였다. 현수교와 같은 대형구조물의 경우 저차모드와 정적인 처짐에 의한 변위응답이 지배적이기 때문에 모드분해기법을 이용한다면 현수교와 같은 대형구조물의 변위응답의 추정시 효과적인 것으로 판단된다.

따라서 본 논문에서는 FBG센서를 사용하여 변형률신호를 계측하고 모드분해기법을 이용하여 변위응답을 간접적으로 추정하는 방법을 제시하였다.

## 2. 변위응답 추정기법

### 2.1 모드분해기법

모드분해기법<sup>(7)</sup>은 POD기법으로 모드형상을 추정하고, EMD를 이용하여 변형률신호를 모드별로 분해한다. 모드형상과 모드분해한 변형률신호를 이용하여 변위응답과 변형률신호의 기하학적인 관계로부터 정적인 처짐에 의한 변위응답과 모드별 변위응답을 추정하고, 정적인 변위응답과 기여도가 큰 주요모드의 변위응답을 중첩하여 최종변위응답을 추정하는 기법이다.

#### (1) EMD(Empirical Mode Decomposition)

EMD<sup>(8)</sup>는 동적 데이터를 고주파수 성분부터 저주파수 성분까지 순차적으로 분해하는 방법이다. 본 논문에서는 변형률신호를 모드별로 분해하는데 사용하였다.

$$\varepsilon(x,t) = \sum \varepsilon_i(x,t) + r_n(x,t) \quad (1)$$

식 (1)은 EMD를 이용하여 분해한 변형률신호이다. 여기서  $\varepsilon(x,t)$ 는 계측위치  $x$ 와 시간  $t$ 에 대한 계측변형률신호를 나타내며,  $\varepsilon_i(x,t)$ 는 분해한 신호의  $i$ 번째 IMF(intrinsic mode function)이고  $r_n(x,t)$ 은 IMF를 제거한 잔류 변형률신호에 해당된다.

#### (2) POD(Proper Orthogonal Decomposition)

곡률의 방향이 바뀌는 변곡점을 기준으로 구조물을 분해하고 분해한 구조물의 구간별 변형률신호로부터 변위응답을 추정하는 방법이기 때문에 신뢰성 있는 모드형상의 추정이 필요하다. 현수교와 같은 대형구조물의 경우 충격실험을 통하여 모드형상을 추정하기 용이하지 않을 수 있으므로 본 연구에서는 계측변형률신호로부터 모드형상을 추정하는 방법으로 POD기법<sup>(9)</sup>을 사용하였다.

$$[R]\{\phi\}_i = \frac{1}{N}[X]^T[X]\{\phi\}_i = \lambda_i\{\phi\}_i \quad (2)$$

POD기법을 이용하여 모드형상을 추정하는 식은 식 (2)와 같다. 여기서  $[R]$ 은 계측응답  $[X]$ 의 상관함수(correlation matrix)이며,  $\lambda_i$ 는 고유치이고  $\{\phi\}_i$ 는  $i$ 번째 모드형상이다.

#### (3) MAC(Modal Assurance Criteria)

MAC은 서로 다르게 정규화 된 두 벡터간의 상관관계를 평가하는 방법이므로 POD기법으로 추정한 모드형상의 직교성을 검토하는 알고리즘으로 사용하였다. MAC은 식 (3)과 같이 정의되며,  $\phi_i$ ,  $\phi_j$ 는  $i$ 번째 기준모드형상과  $j$ 번째 비교 모드형상이다. MAC으로 계산된 값이 0에 가까울수록 두 벡터는 직교성이 크며, 1에 가까울수록 직교성이 작다.

$$MAC_{ij} = \frac{[\{\phi_i\}^T\{\phi_j\}]^2}{[\{\phi_i\}^T\{\phi_i\}][\{\phi_j\}^T\{\phi_j\}]} \quad (3)$$

#### (4) 변형률신호를 이용한 변위응답추정

본 논문에서는 변형률과 변위의 기하학적인 관계로부터 변위응답을 추정하는 방법을 사용하였다. 변형률응답( $\varepsilon(x,t)$ )과 곡률함수( $k(x,t)$ ) 그리고 변위응답( $v(x,t)$ )의 관계를 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서  $\bar{y}$ 는 보 단면의 중립축으로부터 연단거리이다<sup>(5)</sup>.

$$-\frac{\varepsilon(x,t)}{y} = k(x,t) = \frac{d^2v(x,t)}{dx^2} \quad (4)$$

식 (4)에서 확인할 수 있듯이 곡률을 두 번 적분하면 변위응답의 추정이 가능하다. 모드분해기법은 곡률의 방향이 바뀌는 변곡점을 기준으로 나누고, 나눈 변형률신호를 일차식으로 가정하여 변위응답을 추정하게 되므로 변위응답은 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$v_{ji}(x,t) = -\frac{Ax^3}{6y} - \frac{Bx^2}{2y} + A_1x + A_2 \quad (5)$$

기울기  $A$ 와  $B$ 는 변형률신호의 일차식으로부터 추정하고, 경계조건  $v(0,t)=0$ ,  $\dot{v}(0,t)=0$ 로부터  $A_1=0$ ,  $A_2=0$ 을 구할 수 있다. 그러므로 식 (5)는 식 (6)으로 나타낼 수 있다. 여기서  $j$ 는 POD기법으로 추정한 모드형상의 번호이고,  $i$ 는 곡률의 방향이 바뀌는 변곡점을 기준으로 나누었을 때 변형률신호를 회귀분석한 일차식의 번호이다.

$$v_{ji}(x,t) = -\frac{Ax^3}{6y} \quad (6)$$

### 2.2 이동하중에 의한 등가정적 처짐형상 추정

현수교 상관은 차량하중에 의해 처짐형상이 나타나게 된

다. 그러므로 이런 처짐형상은 모드형상에 따른 변위응답 만으로는 정확한 변위응답의 추정이 용이치 않다. 그러므로 차량하중은 교량의 고유진동수 보다 낮은 주파수로 이동함으로써 등가정적 처짐으로 가정하였다. 모드분해기법은 각각의 모드형상별 변위응답을 추정함에 있어 일차식으로 가정하여 모드별 변위응답을 추정하였다. 그러나 등가정적 처짐형상의 추정시 모드형상에 의한 처짐이 나타나는 것이 아니므로 일차식이 아닌 식 (7)과 같은 다항식을 사용하여 변위응답을 추정하였다.

$$\varepsilon_{static}(x,t) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_{n-1}x^{n-1} \quad (7)$$

식 (7)과 같이 계측점이  $n$ 개이면  $n-1$ 차 다항식을 이용하여 변위응답을 추정하는 기법<sup>(6)</sup>을 사용하였다. 여기서  $\varepsilon_{static}(x,t)$ 는 EMD로 분해한신호의 1차 모드보다 낮은 주파수 부분의 변형률신호를 의미한다. 식 (7)을 식 (4)와 같이 두 번 적분하면 식 (8)을 얻을 수 있다.

$$v_{static}(x,t) = \iint \varepsilon_{static}(x,t) dx dx \quad (8)$$

$$= \frac{c_{n-1}x^{n+1}}{n \times (n+1)} + \dots + \frac{c_2x^4}{3 \times 4} + \frac{c_1x^3}{2 \times 3} + \frac{c_0x^2}{1 \times 2} + A_1x + A_2$$

$c_0, c_1, c_2, \dots, c_{n-1}$ 은 센서의 개수가  $n$ 개이므로 계산이 가능하며, 경계조건은  $v_{static}(0,t) = 0$ 와 교량길이가  $L$ 인 경우  $v_1(x_1,t) = v_2(L-x_1,t)$ 을 이용하여  $A_1$ 과  $A_2$ 를 구할 수 있다. 여기서  $v_1$ 은 PY1에서부터 추정한 변위응답이고,  $v_2$ 은 PY2에서부터 추정한 변위응답이다.

### 3. 현장실험을 통한 알고리즘 검증

#### 3.1 대상교량

표 1 소록대교의 주요 제원

Structure Type	Span	Sag	Design Load	Design Speed
Suspension Bridge	(110 + 250 + 110)m	50m	DB24	80km/h



그림 1. 소록대교

대상교량인 그림 1의 소록대교는 모노케이블 타입 자정식 강상판 현수교로서 33개의 행어케이블과 1개의 주케이블로 이루어진 교량이며 주요제원은 표 1과 같다.

#### 3.2 검증실험

현수교의 변위응답을 추정하기 위하여 소록대교의 동적 차량재하실험을 수행하였다. 소록대교에 설치되어 있는 레이저변위계와 GPS로 계측한 변위응답 그리고 본 논문에서 제시한 모드분해기법을 이용하여 추정한 변위응답을 비교 분석함으로써 모드분해기법의 신뢰성을 검증하였다.

표 3은 차량 동재하실험의 제원이다. 1대의 차량하중재하시의 차량속도는 5km/h와 70km/h로 하였고 2대의 연행일 경우 차량속도를 60km/h로 하였으나 계측신호로부터

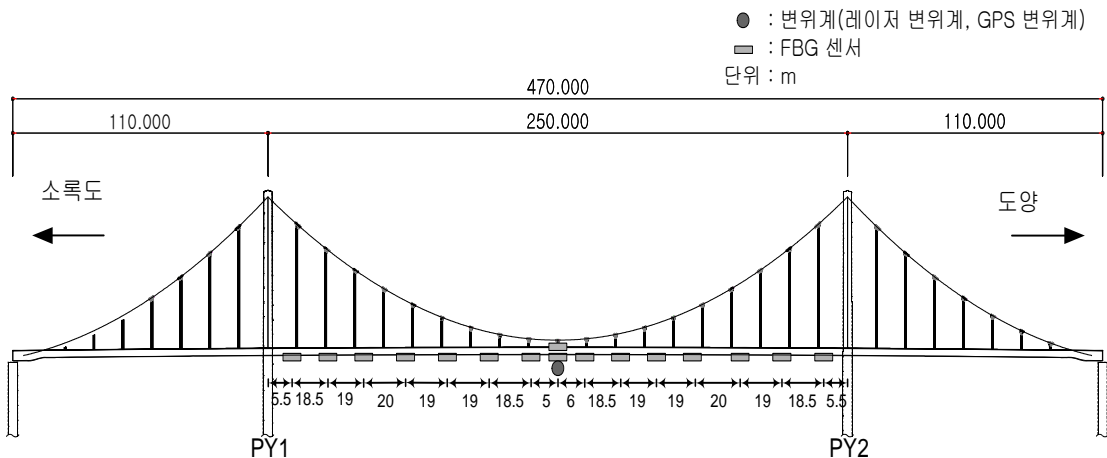


그림 2. 센서부착 위치

속도를 추정한 결과 LC1=7.3km/h, LC2=75.1km/h, LC3=58.8km/h 였다. 무게가 29.94 ton과 29.87ton인 차량을 실험에 사용하였으며, 센서의 부착위치는 그림 2와 같다. 변위계의 부착위치는 교량의 중앙이며, FBG센서는 PY1에서부터 5.5, 24, 43, 63, 82, 101, 119.5, 124.5, 124.5, 130.5, 149, 168, 187, 207, 226, 244.5m 떨어진 위치에 설치하였다. 설치된 광섬유센서는 그림 3과 같으며, 브래그 격자 각각의 중심파장은 1515.990, 1525.960, 1536.250, 1546.050, 1556.160, 1566.034, 1576.194, 1586.056nm으로 10nm 간격으로 설계되었다. 또한 파장을 주어서로의 파장이 겹치지 않게 하기 위하여 2채널, 16개소에 설치하였으며, 사용한 로거는 0.05pm(=0.04μe)의 해상도를 가지고 있다. 계측된 변형률신호로부터 모드형상을 추정하고, 모드별 변위응답을 추정하였다.

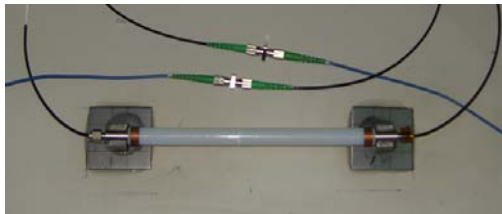


그림 3. 설치한 FBG센서 사진

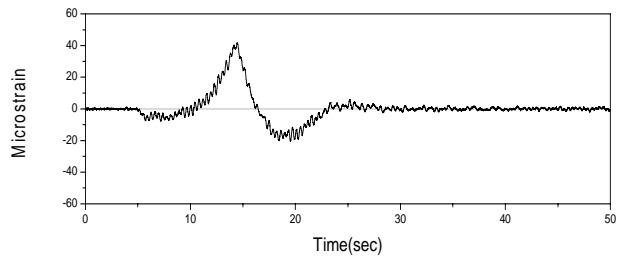
표 2 동적재하실험 제원

Load Case	Travel Velocity	Average Velocity	Vehicle Sizing
LC1	5km/h	7.3km/h	1
LC2	70km/h	75.1km/h	
LC3	60km/h	58.8km/h	2

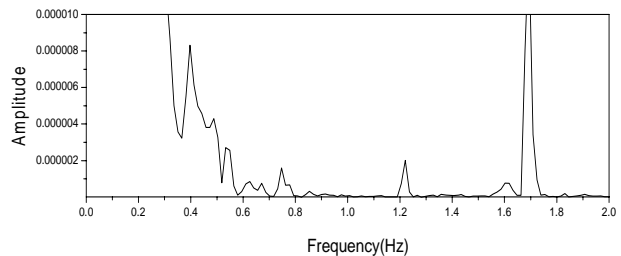
### 3.3 소륙대교의 동특성 추정

계측된 변형률신호를 이용하여 소륙대교의 고유진동수와 모드형상을 추정하였다. 그림 4는 LC2의 이동하중 적용시 PY1에서 82m 떨어진 위치에 설치된 FBG센서로 계측한 변형률신호와 PSD함수(power spectral density function)이

다. 그림 3(b)의 PSD함수를 이용하여 구조물의 고유진동수를 예측하고 POD기법을 이용하여 모드형상을 추정하였다. 2008년 2월에 실시된 초기재하실험과 수치해석 그리고 본 연구에서 실험(2009년 1월)하여 추정한 동특성을 표 3과 같이 비교분석 하였다. 현수교의 재하실험시 차량하중으로는 가진력이 부족하여 추정된 고유진동수가 수치해석으로 얻어진 고유진동수보다 크게 추정된 것으로 판단된다.



(a) 시간이력



(b) PSD 함수

그림 4. FBG센서로 계측한 변형률신호 (LC2\_PY1에서 82m떨어진 위치)

표 4 MAC을 이용한 상관성 검토(FBG센서\_POD)

jth Mode Shape \ i	i		
	1st Mode	2nd Mode	3rd Mode
1st Mode	1	$3.12 \times 10^{-11}$	$6.51 \times 10^{-11}$
2nd Mode	-	1	$1.3 \times 10^{-11}$
3rd Mode	-	-	1

표 3 소륙대교의 동특성(고유진동수, 모드형상)

	Frequency(Hz)			Mode Shape
	Numerical Analysis	In This Study	Initial Loading Test	
1 <sup>st</sup> Mode	0.336	0.397	0.391	
2 <sup>nd</sup> Mode	0.715	0.748	0.830	
3 <sup>rd</sup> Mode	1.024	1.221	1.221	

추정한 모드형상의 직교성은 MAC을 이용하여 검증하였으며, 표 4와 같이 0에 가까운 값을 얻을 수 있었다. 그러므로 모드형상 간에 직교성이 있음을 판단할 수 있다.

### 3.4 이동하중에 의한 교량의 변위응답 추정

이동하중 LC1~3의 경우에 모드분해기법을 이용하여 소록대교 중앙경간 중앙부의 변위응답을 추정하였으며, 추정된 변위응답과 계측한 변위응답을 비교분석 함으로써 모드분해기법을 이용한 변위응답 추정이 현수교에서도 신뢰성이 있는지 검증하였다.

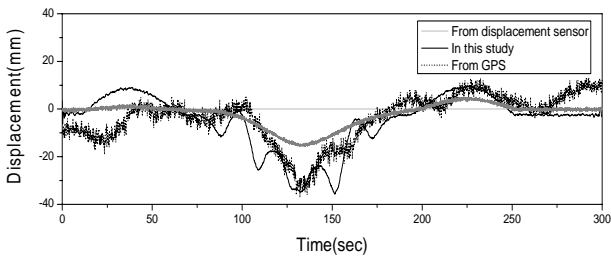


그림 5. LC1의 변위응답 비교

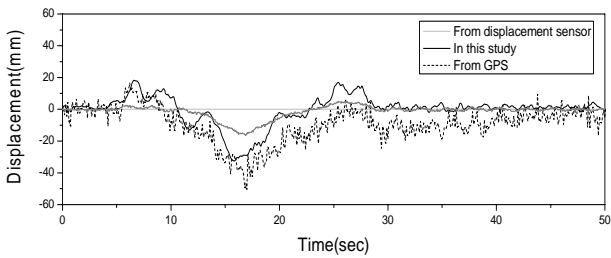


그림 6. LC2의 변위응답 비교

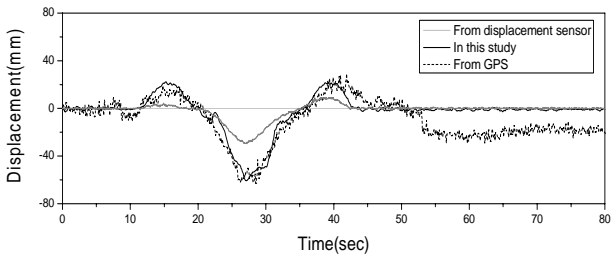


그림 7. LC3의 변위응답 비교

표 5 중앙부의 최대변위 비교 단위[mm]

	In This Study	From GPS	From Displacement Sensor
LC1	-35.6	-37	-15.6
LC2	-32.5	-50	-16.6
LC3	-60.6	-63	-29.6

그림 5~7에서 레이저변위계로 계측한 변위응답이 모드분

해기법으로 추정한 변위응답과 GPS로 계측한 변위응답보다 작게 계측됨을 확인할 수 있었다. 추정변위응답과 계측변위응답의 최대 처짐량을 비교한 결과 표 5와 같다. 표 5에서 확인할 수 있듯이 모드분해기법으로 추정한 변위응답과 GPS로 계측한 변위응답이 유사함을 확인할 수 있다. 그러므로 GPS로 계측한 변위응답이 정확하다면 모드분해기법을 사용하여 현수교의 변위응답 추정이 가능하다고 판단된다.

## 4. 결 론

본 논문에서는 현수교의 건전성 평가에 있어 주요인자인 변위응답을 추정하기 위하여 변형률신호로부터 변위응답을 추정하는 모드분해기법을 제시하였다. 또한 현수교의 동태하 실험을 통하여 모드분해기법의 사용성을 검토하였다. 동태하 실험시 등가정적 처짐형상이 지배적인 것으로 추정되었으므로 현수교의 변위응답 추정시 등가정적 처짐형상이 구조물 변위응답에 미치는 영향이 큰 것으로 판단된다.

모드분해기법을 사용할 경우 적은 위치의 변형률신호를 이용하더라도 변위응답 추정이 가능하며, 모든 위치의 변위응답의 추정이 가능하다는 장점이 있다. 또한 전기적 노이즈의 영향이 없고 다중측정이 가능한 FBG센서를 사용함으로써 현수교와 같은 대형구조물에서 신뢰성 있는 변형률신호를 계측할 수 있을 것으로 판단된다.

## 후 기

본 연구는 건설교통부 지역특성화연구개발사업의 연구비지원(05지역특성B05-01)에 의해 수행되었습니다.

## 참 고 문 헌

- (1) J.J. Lee, M. Shinozuka, 2006, "Real-Time Displacement Measurement of a Flexible Bridge Using Digital Image Processing Techniques", Experimental Mechanics, Vol. 46, pp.105-114.
- (2) 홍윤화, 박현우, 이성욱, 이해성, 2006, "구조물의 계측 가속도를 이용한 변위 재구성에서의 정규화 기법", 대한토목학회 정기학술대회논문집, pp.338-341.
- (3) 신수봉, 윤병구, 2008, "측정변형률에서 동적변위 식별", 한국구조물진단유지관리공학회학술발표논문집, pp.447-451.
- (4) 조남소, 김남식, 2008, "FBG 변형률센서를 이용한 현수교의 정적 처짐형상 추정", 대한토목학회 논문집, 28권, 5-A호, pp.699-707.
- (5) 김남식, 조남소, 2002, "광섬유 브래그 격자 센서를 이용한 교량의 수직처짐 추정", 대한토목학회 논문집, 22권, 6-A호, pp.1357-1366.
- (6) 최은수, 강동훈, 정원석, 김이현, 2006, "FBG센서 응답을

이용한 단순보의 변위 추정”, 한국강구조학회 학술발표논문집, pp.349-354.

(7) 장성진, 김남식, 2008, “모드분해기법을 이용한 동적 변형률신호로부터 변위응답추정”, 대한토목학회 논문집, 28권, 4-A호, pp.507-515.

(8) N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shih, Q. Zheng, N.-C. Yen, C.C. Tung, H.H. Liu, 1998, “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis”, Proceedings of the Royal Society of London Series A, Vol. 454, pp.903-995.

(9) G. Berkooz, P. Holms, J. Lumley, 1993, “The Proper Orthogonal Decomposition in the Analysis of Turbulent Flows”, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 25, pp.539-575.