

소록대교 측정 가속도를 이용한 실시간 동적변위 재구성

An Application of the Displacement Reconstruction Scheme on Measured Acceleration from So-Rok Bridge

이해성† · 홍윤화*

Hae Sung Lee, Yun Hwa Hong

1. 서 론

일반적으로 변위를 계산하기 위해 측정 가속도를 시간에 대해 두 번 적분하는 방법을 사용하게 되는데, 이 경우 초기조건의 불확실성과 측정오차로 인하여 선형 및 비선형의 오차 드리프트(noise drift)가 변위이력에 포함된다. 이 연구에서는 계측 가속도로부터 변위이력을 계산하는 과정에서 계측오차에 의해 발생하는 초기조건 문제를 해소하고 오차로 인한 비선형 드리프트를 효과적으로 감쇠시킬 수 있는 정규화 기법을 이용한 변위 재구성 기법을 제안하였다.

일련의 계측 가속도 이력이 주어진 경우, 가속도와 변위의 운동학법칙으로부터 변위를 재구성하는 문제는 경계조건문제(elliptic boundary value problem)로 표현가능해진다. 이 연구에서는 변위재구성과정을 이러한 경계조건 문제로서 기술하여 최적화 함수를 정의 하였다. 또한, 양쪽 미지의 경계조건으로 인한 ill-posedness 와 계측오차에 의한 비선형 드리프트 현상을 해결하기 위해서 티코노프(Tikhonov) 정규화 기법을 이용한 정규화 함수식을 이용하여 재구성 변위의 정확성을 확보하였다.

본 연구 기법은 시간영역에서 수행된 변위재구성 기법으로서 측정잡음으로 인한 저주파오차증폭을 해소하였다. 따라서 제안된 기법의 주파수 영역에서의 저주파증폭해소의 형태와 전반적인 변위재구성을 위한 정확성을 파악하는 것은 매우 중요한 일이다. 이러한 이유로 본 연구에서는 주파수영역의 전달함수 분석을 통해서 제안된 기법의 정확도 및 저주파 필터링 효과에 대해서 분석하였다.

이 연구에서는 초기조건과 가속도 계측오차로 인한 문제를 해소하고 시간영역에서 변위를 추정하기 위해 변위 재구성 문제를 양 끝에 경계조건을 갖는 문제(elliptic boundary value problem)로 정의하였고 주파수영역에서의 전달함수를 이용하여 제한된 기법의 주파수영역에서의 거동에 대해서 확인하였다. 또한 소록대교 가진시 가속도에 제안된 기법을 적용하여 제안된 기법의 적절성을 평가하였다

2. 정규화 기법을 이용한 변위 재구성

가속도로부터 변위를 계산하는 기법들은 뉴마크 방법과 같이 초기경계조건 문제(hyperbolic problem)로서 변위추정 문제를 정의하게 된다. 이러한 경우 미지의 초기조건과 가속도 측정과정의 계측오차로 인하여 constant drift, linear drift, nonlinear drift 가 발생하고 이러한 drift 들로 인해 추정된 변위는 실제변위와 상당한 차이를 갖고 물리적으로 의미 없는 추정결과를 낳게 된다. 이 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위해서 식(1)의 정규화 기법을 제안하였다.

$$\text{Min } \Pi = \frac{1}{2} \|\mathbf{L}\mathbf{u} - (\Delta t)^2 \mathbf{L}_a \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 + \frac{\lambda^2}{2} \|\mathbf{u}\|_2^2 \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{u}, \bar{\mathbf{a}}$ 는 시간창 내부의 재구성변 변위 및 측정가속도 이력, \mathbf{L}_a, \mathbf{L} 는 각각 시간창 크기에 의해서 결정되는 사다리꼴 적분연산자와 2 차미분연산자, λ 는 식 (2)를 통해서 결정된 최적정규화 계수, $\|\cdot\|_2$ 는 벡터의 2-norm 이다.

$$\lambda = 46.81N^{-1.95} \quad (2)$$

여기서 최적 정규화 계수(λ)와 최적시간창 크기 (N)은 조화운동의 매개변수 연구를 통해서 결정되었으며, 최적시간창 크기는 측정가속도의 최장주기 성분이 2.65 혹은 3 배로 결정하였다. 시간창 내부의 측정된 가속도 이력과 식(2)로부터 결정된 최적정규화 계수를 이용하면, 식(1)의 1 차 필요조건으로부터 다음식과 같이 시간창 내부의 변위를 재구성 할 수 있다.

$$\mathbf{u} = (\mathbf{L}^T \mathbf{L} + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{L}_a \bar{\mathbf{a}} (\Delta t)^2 = \mathbf{C} \bar{\mathbf{a}} (\Delta t)^2 \quad (3)$$

이때 계산된 변위벡터 \mathbf{u} 는 각 시간창에서 계산된 변위이력으로서 $2k+1$ 의 크기를 갖게되는 변위 이력이다. 하지만 시간창 양 끝의 변위 이력은 미지의 경계조건으로 인하여 왜곡된다. 이러한 이유로 이 연구에서는 각 시간창에서 구해진 변위벡터(\mathbf{u})의 가운데 값만을 해당시간의 변위값으로 선택하여 미지의 경계조건의 영향을 최소화 하였다.

3. 전달함수를 이용한 주파수 영역 정확도 분석

본 연구에서 제안한 변위 재구성 기법은 시간영역에서 수행되는 일련의 연산에 해당한다. 또한 저주파오차증폭을 억제하는 속성을 갖고 있다. 따라서

† 이해성; 서울대학교 건설환경공학부 교수
E-mail : chslee@snu.ac.kr
Tel : (02) 880-8388, Fax : (02) 887-0349

* 서울대학교 건설환경공학부 박사과정

제안된 기법의 저주파 필터링 현상과 각 주파수별 정확도를 분석하기 위해서 주파수영역 전달함수를 이용하여 제안된 기법의 주파수 전달 속성을 파악해보았다.

식 (3)을 푸리에 변환하고 일련의 노말라이즈(normalize)과정을 거치면 제안된 기법의 전달함수는 식 (4)로 정의된다. 변위재구성기법의 경우 전달함수의 입력값이 가속도이고 출력값이 변위 이므로 이러한 전달함수만으로는 주파수별 정확도 분석이 쉽지 않다. 따라서 계산된 출력과 출력정해의 비로 정확도함수를 정의하여 제안된 기법의 주파수영역 분석을 수행하였다.

$$H_B(\tilde{f}) = \left(\frac{1}{2\pi f_T}\right)^2 \left(\frac{3\pi}{k}\right)^2 \left(c_{k+1} + 2\sum_{p=1}^k c_{k+1+p} \cos(3\pi \frac{p}{k} \tilde{f})\right) \quad (4)$$

$$H_B^{acc}(\tilde{f}) = -H_B(\tilde{f})\omega^2$$

여기서, $\tilde{f} = f/f_T$, H_B 는 본기법의 전달함수, H_B^{acc} 는 정확도 함수이며, ω, f 는 각주파수와 주파수, f_T 는 목표주파수로서 측정가속도의 최저주파수에 해당하는 주파수, \tilde{f} 는 목표주파수로 노말라이즈한 주파수이고, c_n 은 식 (3)의 C 행렬의 가운데 행벡터인 $k+2$ 번째 행벡터의 n 번째 열에 해당하는 성분이다.

전달함수와 정확도함수는 목표주파수에 대해서 노말라이즈하여 $\tilde{f} = f/f_T$ 에 대함수로 표현하였다. 그림 2에 해당 예제에 대한 정확도 함수를 추가하였다. 제안된 기법이 $\tilde{f}=1$ 인 목표주파수 부분에서 정해진 '1'이, 목표 주파수보다 저주파에 해당하는 부분에서 정확도 함수의 값이 '0'으로 수렴하는 것으로부터 제안된 기법이 저주파 필터와 유사한 역할을 하는 것을 확인할 수 있다.

4. 경험적정확도 함수

주파수영역에서 가속도와 변위는 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$F(\bar{u}) = \left(\frac{1}{2\pi f}\right)^2 F(\bar{a}) \quad (6)$$

여기서 F 는 푸리에 변환이다. 따라서 일련의 가속도가 측정되어 있는 경우 이에 대응하는 주파수영역의 변위는 식 (6)으로 표현할 수 있다. 식 (6)에 근거하여 본 논문에서는 다음과 같은 경험적 정확도 함수식을 제안한다.

$$H_E^{acc}(f) = F(u_E) / F(\bar{u}) \quad (7)$$

여기서 H_E^{acc} 는 경험적정확도 함수이고, u_E 는 측정 변위 혹은 변위재구성을 통하여 구한 변위이다. 따라서 식 (7)은 주파수영역에서 u_E 와 \bar{u} 의 차이를 의미하고 따라서 경험적정확도 함수는 측정 가속도와 측정변위 혹은 재구성변위 사이의 차이에 대한 척도이다.

5. 적용 및 결론

제안된 기법을 소록대교 가진시 측정가속도에 적용하여 정확성을 검증하였다. 가진은 약 30(tonf) 중차량을 70km/h로 주행시켜 편측재하 하였으며, 가속도계와 레이저 변위계는 주경간의 1/2 위치에 설치하여 수직방향 성분을 측정하였다. 설치상의 문제로 가속도계는 횡단면의 정 중앙에 설치하지 못하였고 이로 인해 측정 가속도와 변위의 차가 발생할 수 있다.

그림 1은 제안된 기법을 통해 재구성한 변위와 측정된 변위의 동적 추출성분을 비교한 그래프이고, 그림 2는 이 두 가지 변위의 경험적 정확도를 정확도 함수상에 표현한 것이다. 그림 1과 2로부터 측정가속도와 측정변위 사이에 상당한 차이가 있음을 확인할 수 있고, 그림 2로부터 재구성된 변위가 측정 가속도의 주파수 속성을 적절하게 반영하고 있음을 확인할 수 있다.

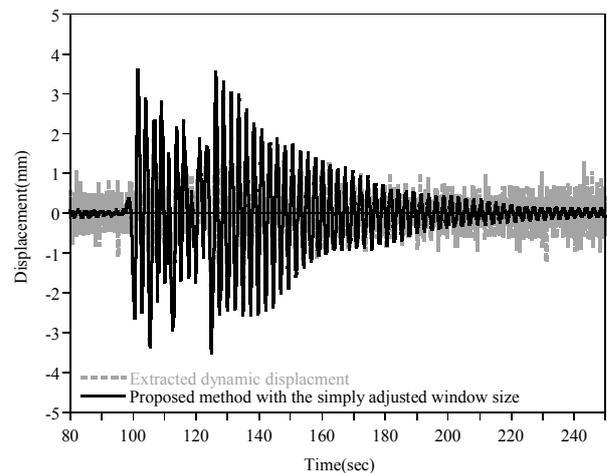


그림 1 재구성변위와 동적추출변위 비교

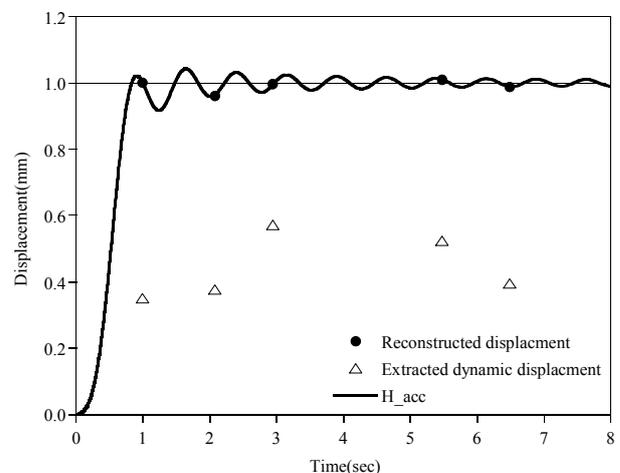


그림 2 변위들의 경험적 정확도