

보조변수법을 이용한 Zwicker 라우드니스의 설계 민감도 해석 및 최적화 - 평판 모델에의 적용 Design sensitivity analysis and optimization of Zwicker's Loudness using adjoint variable method - Application to the plate model

왕세명† · 구건모*

Semyung Wang and Kunmo Koo

1. 서 론

소비자의 생활 수준이 높아짐에 따라 상품이 지니는 기계 혹은 전기적인 성능을 넘어서서 상품의 외관이나 에너지 효율, 소음 등을 상품 구매의 요건으로 고려하는 시대가 되었다. 특히 가진 제품이나 자동차와 같이 현대인의 생활과 가장 밀접한 연관이 있는 제품의 경우 제품의 소음에 따라 고급 제품과 그렇지 않은 제품으로 나뉘지게 된다. 소음을 사람이 느끼는 시끄러움의 정도라고 봤을 때 마이크로폰으로 측정된 음압은 사람이 느끼는 소음과는 큰 차이를 나타낸다. 객관적 소음 지표이면서 dB(A) 단위를 가지는 A-weighted 음압이 그 단순함과 편리함으로 인해 소음 측정계로 널리 사용되어왔지만, 60dB 이상이며 복잡한 주파수 분포를 가지는 광대역 소음에 대해서는 사람이 인지하는 시끄러움 정도를 반영하지 못한다. 이를 보완하기 위해 객관적 음압 레벨로부터 사람의 청각 특성 및 인지 특성을 고려하여 사람이 느끼는 소음 정도를 수학적으로 모델링한 지표가 바로 Zwicker 라우드니스다.

본 논문에서는 모델의 두께 변화에 따른 구조물 진동에 의해 발생하는 Zwicker 라우드니스의 민감도 해석 및 최적화 과정을 나타내었다. 2 장에서는 Zwicker 라우드니스 민감도 유도 과정에 대해 소개하였다. 이 과정에서 민감도 계산효율을 높이기 위해 보조변수법을 이용하여 음향 민감도를 계산하였고[1] 이를 Zwicker 라우드니스 계산식과 연쇄법칙을 이용하여 라우드니스 민감도를 구하였다[2]. 3 장에서는 평판 모델에 대해 보조변수법과 유한 차분법을 이용한 민감도 결과를 비교 검증하였고, Modified Feasible Direction(MFD) 방법을 이용하여 주어진 모델에 대해 라우드니스 최적화를 수행하여 최적 설계 모델을 얻어냈다. 그리고 초기 모델과 라우드니스를 서로 비교하여 초기 모델에 비해 라우드니스가 줄어든 경향을 그래프를 통해 나타내었다.

2. Zwicker 라우드니스 민감도

2.1 Zwicker 라우드니스

일반적인 주파수 응답곡선과는 달리 라우드니스는 주파수에 대한 물리량의 표시로 나타나지 않고 임계대역(Bark)에 대한 specific loudness (sone/Bark) 값으로 표현된다. 임계대역과 specific loudness 란 각각 사람의 청각 특성을 고려하여 분할된 주파수 대역 및 각 대역의 소음 레벨을 의미한다. 임계 대역 내에 일정한 값을 가지며 최고 값을 갖는 부분을 main specific loudness 라고 말하고, 마스킹 효과로 인해 기울기를 가지며 값이 변하는 부분을 slope specific loudness 라고 말한다. 본 논문에서는 main specific loudness 에 대한 민감도 및 최적 설계를 수행하였다. Main specific loudness 계산식은 아래와 같다.

$$NM = (0.0635 \cdot 10^{0.025L_{r0}}) \cdot \left[\left[1 + 0.25 \cdot 10^{0.1(L_c - L_{r0})} \right]^{0.25} - 1 \right] (\text{sone/Bark}) \quad (1)$$

여기서 L_E 는 고막에 입사되는 자극, L_{r0} 는 청각의 최소 가청 한계를 나타낸다.

2.2 보조변수법을 이용한 음향 민감도 및 라우드니스 민감도

라우드니스 민감도를 유도하기 앞서 설계 변수 변화에 대한 구조물 응답 변화 및 그로부터 계산된 음향 민감도 도출 과정을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{d\psi}{du} \delta u = \frac{\partial \psi}{\partial u} \delta u + \frac{\partial \psi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial v} \frac{dv}{du} \delta u = \psi'_{\delta u} + \psi'_p \frac{\partial p}{\partial v} v' \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial v} = \{b\} - [B]^T \{\eta\} \quad (3)$$

$$v' = [j\omega[M] + \kappa[K]]^{-1} \frac{\partial}{\partial u} \left[f - j\omega[M]\{\tilde{v}\} + \kappa[K]\{\tilde{v}\} \right] \delta u \quad (4)$$

여기서 $\{b\}, [B]$ 는 음향 경계 요소 해석에서의 시스템 벡터 및 행렬, $\{\eta\}$ 는 음향 보조 변수, $[M], [K]$ 는 질량 및 강성 행렬, $\{\tilde{v}\}$ 는 설계 변수 u 에 대한 미분에서 상수 벡터를 의미한다. 그리고 $\kappa = 1 + j\phi$, 즉 구조 댐

† 광주과학기술원 기전공학과
E-mail : smwang@gist.ac.kr
Tel : (062) 970-2390, Fax : (062) 970-2384
* 광주과학기술원 기전공학과

핑 계수 ϕ 를 포함하는 복소 상수, ω 는 가진 주파수를 의미한다. 식 (3), (4)를 (2)에 대입하여 정리하면 전체 음향 민감도에 관한 식을 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{du} \delta u &= \frac{\partial \psi}{\partial u} \delta u + \frac{\partial \psi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial v} \frac{dv}{du} \delta u \\ &= \frac{\partial \psi}{\partial u} \delta u + \frac{\partial \psi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial v} [j\omega[M] + \kappa[K]]^{-1} \frac{\partial}{\partial u} [f - j\omega[M]\{\tilde{v}\} - \kappa[K]\{\tilde{v}\}] \delta u \end{aligned} \quad (5)$$

이 식에서 설계 변수에 대한 미분에 관여하지 않는 우변에 두 번째 항 앞 부분을 보조 변수로 정하고 식을 정리하면 (6)과 같은 보조 변수 방정식을 얻을 수 있다.

$$[j\omega[M] + \kappa[K]]\{\lambda\}^* = \frac{\partial p}{\partial v} \quad (6)$$

이를 바탕으로 라우드니스 민감도를 나타내면 식 (7)과 같다.

$$\frac{\partial NM}{\partial u} = \frac{\partial NM}{\partial L_E} \cdot \frac{\partial L_E}{\partial u} \quad (7)$$

이 식에서 L_E 는 1/3 octave band 음압으로부터 상수, 즉 사람의 귀 특성 및 보정 값을 고려한 결과이므로 실제 설계 변수에 대한 도함수는 1/3 octave band 를 설계 변수에 대해 미분한 값과 같다.

$$\frac{\partial P_{band}}{\partial u} = \frac{10}{\ln 10} \cdot \left(\int_{\Delta\omega} p^2 d\omega / \Delta\omega \right)^{-1} \cdot \int_{\Delta\omega} p \cdot p' d\omega \quad (8)$$

3. 설계 민감도 해석 및 최적화

3.1 Model Information

그림 1 은 Z=0 평면에 위치한 직경이 1m 인 철 재질의 원판 모델을 보여주고 있다. 판의 두께는 10mm 이며 가장자리가 모두 고정되었고 1N 의 힘을 21~565Hz 구간에서 1Hz 간격으로 조화 가진 하였으며 구조 댐핑 $\phi=0.11$ 이 주어졌다. ANSYS 로부터 도출된 유한 요소 해석 결과를 경계 요소 해석을 통해 모델 정 중앙에서 1m 떨어진 지점에서의 음압을 계산하였고 음향 민감도를 Zwicker 라우드니스 계산식과 연쇄법칙을 이용하여 전체 민감도를 구하였다.

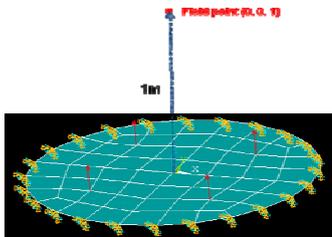


그림 1. 원판 모델

3.2 Numerical results

유한차분법을 이용한 민감도를 표 1 에서 보조변수법 결과와 서로 비교하였다. 전체 해석 주파수 대역

중 main specific loudness 가 가장 높은 대역인 5 번째 Bark 에서의 값을 목적함수 ψ 로 두었고, 초기 두께 $u=10\text{mm}$ 에 $\delta u=0.1\text{mm}$ 의 perturbation 을 줬다.

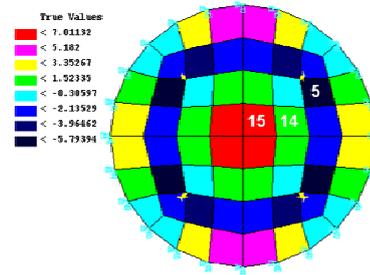


그림 2. 라우드니스 민감도 분포

| DV | $\Psi(u)$ (sone/Bark) | $\Psi(u+\delta u)$ (sone/Bark) | $\Psi(u-\delta u)$ (sone/Bark) | FDM (sone/Bark*m) | AVM (sone/Bark*m) | AVM/FDM (%) |
|----|--------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------|----------------------|----------------|
| 5 | 1.61553 | 1.61477 | 1.61629 | -7.6230 | -7.6233 | 100.0032 |
| 14 | | 1.61557 | 1.61548 | 0.45016 | 0.45026 | 100.0207 |
| 15 | | 1.61623 | 1.61482 | 7.01130 | 7.01132 | 100.0003 |

표 1. 라우드니스 민감도 결과 비교

DOT 내에 MFD 방법으로 주어진 민감도를 이용한 최적화를 수행하였다. 최적화된 모델의 두께 정보와 초기 모델과의 비교 그래프를 그림 3 에 나타냈다.

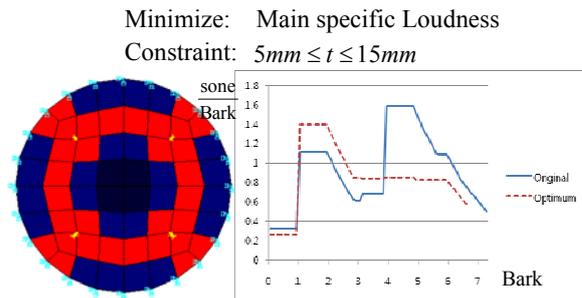


그림 3. 최적 설계 모델(좌) 및 결과 비교(우)

4. 결론

보조변수법을 이용한 구조소음 모델의 Zwicker 라우드니스의 민감도를 계산함으로써 여러 번의 반복 해석이 필요한 최적화 과정을 짧은 시간에 수행하였고, 이를 유한 차분법과 비교검증 하였다. 2~4 번째 Bark 에서 초기 모델에 비해 라우드니스가 높아지긴 했지만 목표 임계 대역을 기준으로 급격히 줄어든 것을 확인할 수 있다.

5. 참고 문헌

- [1] N.H. Kim, J. Dong, K.K. Choi, N. Vlahopoulos, Z-D. Ma, M.P. Castanier, C. Pierre, "Design Sensitivity Analysis for a Sequential Structural-Acoustic Problem," Journal of Sound and Vibration, Vol. 263, No. 3, 2003, pp. 569-591.
- [2] Junghwan Kang, Semyung Wang, "Design sensitivity analysis and optimization of Zwicker's loudness", Proceeding of International Congress on Sound and Vibration (ICSV11), 2004