

설계 파라미터 변경에 따른 이중 동흡진기의 동특성 해석

Analysis of Dynamic Characteristics of Dual Dynamic Absorber by using Change of Design Parameter

임희곤* · 이정윤† · 박상길** · 오재웅***

Heegon Lim, Jung Youn Lee, Sang-Gil Park, Jea-Eung Oh

Key Words : Dynamic Damper(동흡진기), Transfer Function(전달함수), Eigenvalue(고유치), Eigenvector(고유벡터), Design Parameter(설계파라미터)

1. 서론

동흡진기는 기계시스템 뿐만 아니라 건축, 토목 등의 산업에서 발생하는 진동을 억제하기 위하여 필요로 하는 중요한 요소라 할 수 있다. 이러한 동흡진기의 동특성과 거동을 파악하고 실행시키기 위하여 각종 변수들을 설정하고 변화를 주어 시스템에 어떠한 영향을 미치는지 예측할 수 있도록 하는 것이 이 연구의 목적이다.

2. 이론

Fig. 1은 이중 동흡진기의 모양으로 기본 구조물에 댐퍼를 장착하여 진동을 제어할 수 있도록 한 것이다.

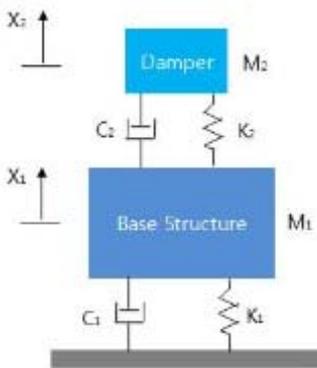


Fig. 1 Feature of Dynamic Damper

† 교신저자; 경기대학교 기계시스템공학부
E-mail : jylee@kgu.ac.kr
Tel : (031) 249-9811, Fax : (031) 244-6300

* 경기대학교 대학원 기계공학과

** 한양대학교 대학원 기계공학과

*** 한양대학교 기계공학부

2.1 운동방정식

Fig.1의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0 \quad (2)$$

(1), (2)식에서 파라미터 설정을 다음과 같이 설정하였다.

$$\left[\mu = \frac{m_2}{m_1}, \omega_{n1} = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \zeta_1 = \frac{c_1}{c_{c1}}, \omega_{n2} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}, \zeta_2 = \frac{c_2}{c_{c2}} \right] \quad (3)$$

(단, $c_{cn} = 2\sqrt{m_n k_n}$)

(1)과 (2)식을 각각 m_1, m_2 로 나누어 무차원으로 하여 (3)의 파라미터들을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{x}_1 + \left(2\zeta_1 \omega_{n1} + 2\zeta_1 \omega_{n1} \frac{c_2}{c_1} \right) \dot{x}_1 + \left(\omega_{n1} + \omega_{n1} \frac{k_2}{k_1} \right) x_1 = u \quad (4)$$

$$\ddot{x}_2 - 2\zeta_2 \omega_{n2} \dot{x}_1 + 2\zeta_2 \omega_{n2} \dot{x}_2 - \omega_{n2}^2 x_1 + \omega_{n2}^2 x_2 = 0 \quad (5)$$

2.2 고유치, 고유벡터

(4), (5)식의 고유치와 고유벡터를 확인하기 위하여 $x_n(t) = X_n e^{\lambda t}$ 로 가정하여 식을 λ 에 관하여 유도하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned} & \lambda^4 + 2 \left\{ \zeta_1 \omega_{n1} \left(1 + \frac{c_2}{c_1} \right) + \zeta_2 \omega_{n2} \right\} \lambda^3 \\ & + \left\{ \omega_{n1}^2 \left(1 + \frac{k_2}{k_1} \right) + 4\zeta_1 \zeta_2 \omega_{n1} \omega_{n2} \left(1 + \frac{c_2}{c_1} \right) + \omega_{n2}^2 \right\} \lambda^2 \\ & + 2\omega_{n1} \omega_{n2} \left\{ \zeta_2 \omega_{n1} + \zeta_1 \omega_{n2} \left(1 + \frac{c_2}{c_1} \right) \right\} \lambda \\ & + \omega_{n1}^2 \omega_{n2}^2 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

(6)식의 λ 를 $\lambda_0 - \alpha$ 라 가정하고, λ^3 항의 상수부를 a , λ^2 항의 상수부를 b , λ 항의 상수부를 c , 나머지 상수부를 d 라 하고 계산하면 $\alpha = \frac{4}{a}$ 일 때 λ^3 항이 소거되며 다음과 같이 된다.

$$\lambda_0^4 + p\lambda_0^2 + q\lambda_0 + r = 0 \quad (7)$$

$$\left(\text{단, } p = -\frac{3}{8}a^2 + b, \quad q = \frac{1}{8}a^3 - \frac{1}{2}ab + c, \right.$$

$$\left. r = -\frac{3}{256}a^4 + \frac{1}{16}a^2b - \frac{1}{4}ac + d \right)$$

(7)식의 2차항 이하의 식을 오른쪽으로 이항시켜 (8)식으로 하며 우변의 판별식을 이용하여 λ 를 예측할 수 있다.

$$\lambda_0^4 = -p\lambda_0^2 - q\lambda_0 - r \quad (8)$$

3. 수치 해석

(8)식의 좌변과 우변을 각각 특성방정식 y_1, y_2 라 하여 다음과 같이 쓴다.

$$y_1 = \lambda_1^4 \quad (9)$$

$$y_2 = -p\lambda_0^2 - q\lambda_0 - r \quad (10)$$

p, q, r 는 (3)의 각 파라미터들을 조절하여 그래프를 얻을 수 있다.

Fig.2는 $\mu = 0.088, m_1 = 1, \zeta_1 = 0.02, \omega_{n1} = 23.5, \zeta_2 = 0.08, \omega_{n2} = 21$ 로 설정하여 그린 그래프로 복소근이 존재함을 알 수 있다.

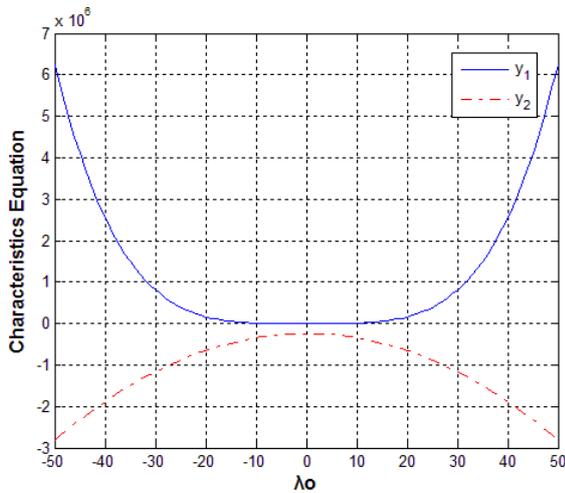


Fig. 2 Characteristics Equation of $\lambda_0(1)$

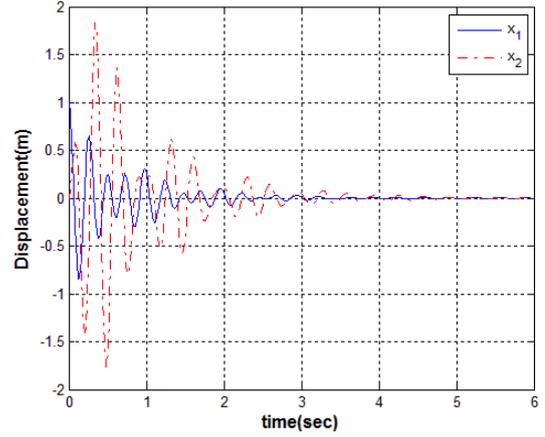


Fig. 3 Displacement vs time

Fig. 3은 초기변위 $x_1(0) = 1, x_2(0) = 0$, 초기속도 $\dot{x}_1(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0$ 으로 하고 Fig. 2의 파라미터를 적용하여 그린 시간-변위 그래프이다. m_1 의 변위는 시간에 따라서 점차 안정적으로 되며, m_2 의 변위는 약 3~4sec에서 큰 도약을 하며 부족감쇠의 전형적인 형태를 보이고 있다.

Fig. 4는 $\mu = 1.25, m_1 = 1, \zeta_1 = 1.1, \omega_{n1} = 2, \zeta_2 = 0.5, \omega_{n2} = 3$ 으로 설정하여 그린 그래프로 2개의 실근과 2개의 복소근이 존재함을 알 수 있다.

Fig. 5는 Fig. 4의 파라미터를 이용하여 시간의 변화에 따른 x_1, x_2 를 나타낸 그림으로 초기조건은 Fig. 3과 같이 하였다. 보는 바와 같이 과감쇠를 확인 할 수 있고 1sec에서 역시 m_2 의 순간적인 도약이 발생하였고 이후 과감쇠로 인한 변위의 감소를 보이고 있다.

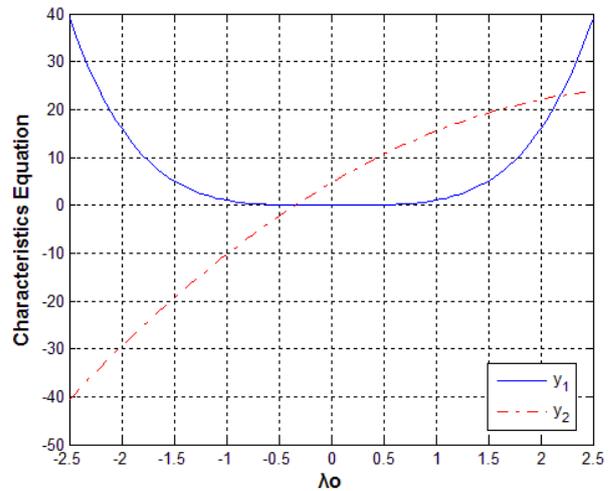


Fig. 4 Characteristics Equation of $\lambda_0(2)$

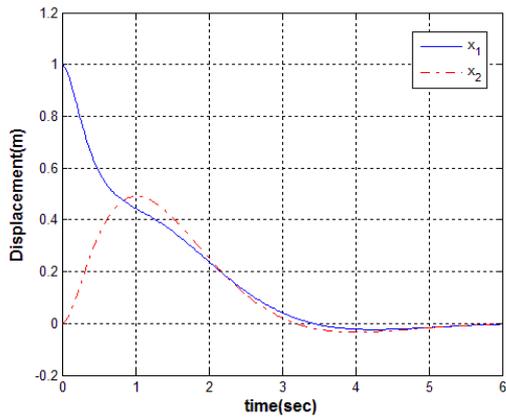


Fig. 5 Displacement vs time

4. 결 론

이중 동흡진기의 동특성과 거동을 파악하기 위하여 5개의 설계파라미터들을 설정하였으며 특성방정식을 이용하여 과감쇠와 부족감쇠를 판정할 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Daniel J. Inman, 2005, ENGINEERING VIBRATION, Prentice-Hall, Inc
- (2) Cyril M. Harris, 1961, Shock and Vibration Handbook
- (3) Hidekazu NISHIMURA AND Kazuo YOSHIDA and Taro SHIMOGO, 1988, Optimal Dynamic Vibration Absorber for Multi-Degree-of Freedom Systems.
- (4) Kazuto SETO and Shigeo YAMASITA AND Fumio HARA. 1988, Vibration Control in Piping Systems by Dual Dynamic Absorbers.