

LHS를 이용한 소형 다상 외전형 BLDC 전동기의 코킹토크 최소화 연구

우성현, 정현구, 김영배, 장형택, 신판석, 공영경*
홍익대학교 전기공학과, 국방과학연구소*

A Study of Cogging Torque Minimization for a Outer-Rotor Type Small BLDC Motor by using Latin Hypercube Sampling strategy

Sung Hyun Woo, Hyun koo Chung, Young Bae Kim, Hyeong Taek Tang, Pan Seok Shin, Yeong Kyung Kong*
Department of Electrical Engineering, Hongik University, Agency for Defense Development*

Abstract - 소형 다상 외전형 BLDC 전동기의 코킹토크를 최소화하기 위해 코킹토크의 발생원인 중 하나인 고정자 슬롯의 형상에 샘플링 포인트 기법인 LHS를 이용한 최적화 알고리즘을 적용하여 코킹토크를 최소화하는 최적 설계를 수행하였다. 총 3번의 반복계산을 하여 코킹토크가 최소화 되는 최적점을 계산한 결과, 최대 코킹토크가 1.07 [N.m]에서 0.75 [N.m]로, 초기 형상의 약 70%로 감소되었다.

1. 서 론

BLDC 전동기는 여러 가지 장점이 있으나, 회전자에 사용되는 영구자석(PM)과 고정자의 개구부 슬롯 형상에 의해 코킹토크가 발생하고, 이는 전동기내에서 예기치 않은 진동과 소음을 유발하며, 결과적으로 코킹토크와 토크리플에 의해 전동기의 효율이 줄어드는 현상이 발생한다.

코킹토크는 슬롯수와 극수의 최소 공배수를 기본 주파수로 하여 맥동을 하게 되고 전동기의 속도제어 및 위치제어에 악영향을 주고 전동의 원인이 되는 토크리플의 주요 원인이 되며, 아래의 식으로 나타낸다[1].

$$T_{\text{Cog}} = \frac{\pi}{4} DL_{\text{stk}} \sum_n^{\infty} n \frac{\sin(n\sigma L_{\text{stk}})}{n\sigma L_{\text{stk}}} A_n f_n \sin(n\xi) \quad (1)$$

여기서 $n = kS$, $k = 1, 2, \dots$, S 는 슬롯수와 극수의 최소공배수, $\sin(n\sigma L_{\text{stk}})/n\sigma L_{\text{stk}}$ 는 스류에 의한 효과를 나타낸 함수, σ 는 스류각, A_n 은 회전자가 회전할 때 자석에서 본 퍼미언스의 공간고조파, f_n 은 자속분포의 공간고조파, ξ 는 회전자의 회전 각도를 나타낸다.

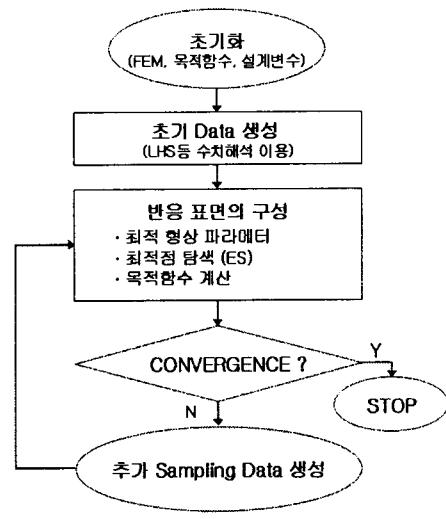
1990년대 이후부터, 서보 시스템을 중심으로 코킹토크 저감을 위한 기법이 다양하게 연구되어왔으며, 진화 전략 기법(evolution strategy)이나 유전 기법(genetic algorithm)[2][3]과 같은 비(非) 결정론적 방법을 이용하여 좀 더 정확한 “global optimal solution” 을 얻어낼 수 있다. 최근에는 response surface method(RSM)을 이용하여 BLDC 전동기가 사양에 맞는 토크 특성을 가질 수 있는 최적화설계에 성공적으로 적용되고 있다[4][5].

본 연구는 대형 영구자석형 전동기에 대한 연구를 위해 제작된 시험용 소형 외전형 전동기를 통해, 다상 BLDC에 대한 해석기술과 최적화 알고리즘을 이용한 최적 설계기술의 신뢰성 향상을 위해 진행 되었다. 첫 번째로 시험용 소형 다상 외전형 BLDC 전동기의 코킹토크를 최소화하기 위해 BLDC 전동기의 슬롯 형상을 최적 설계 하게 되었고, multi-objective Pareto optimization 에 근거한 Latin Hypercube Sampling strategy(LHS), response surface method(RSM)과 함께 (1+1) 진화기법으로 이루어진 최적화 algorithm 을 이용하여[6-8] 최적화를 수행 하였다.

2. 코킹토크 저감을 위한 최적화 알고리즘

Latin Hypercube sampling strategy(LHS)는 “공간을 채우는” 형식의 설계방법으로, 연속적으로 “zoomed-out” 된 설계공간에 순응적으로 샘플링 포인트를 추가하면서, 샘플링 포인트 분포의 “quality”를 향상 시키며[9], 이를 통해 출력변수에 의한 목적함수들의 기댓값의 추정을 위한 입력변수를 생성하는데 사용할 수 있는 샘플링 포인트 추출 방법이다[10].

이 algorithm은 그림 1에서 보는바와 같이 4 단계로 이루어진다.



<그림 1> LHS 알고리즘의 흐름도

2.1 Pareto Optimization을 이용한 Latin Hypercube Sampling strategy

LHS는 $n \times k$ 행렬이다. 여기서 n 은 샘플링 포인트 데이터의 개수이고, k 는 설계 변수의 개수이다. 각각의 변수는 동일한 확률에 근거하여 n 간격으로 나누어지고 각각의 k 열은 가능한 변수들의 실제 범위에 근거하여 $\{1, \dots, n\}$ 으로 임의 배열한다. 실제로, LHS는 임의적인 생성이 가능하다. 하지만 임의적으로 선택된 LHS는 좋지 않은 결과를 가져오고, 영뚱한 결과를 예측, 판단할 수도 있다.

수치적으로 좋은 샘플링 포인트 데이터를 찾기 위해, LHS에서는 Minimax 와 Maximin 조건을 재검토 할 것을 요구한다. Minimax 조건과 Maximin 조건은 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \text{Minimax} &= \max_{x \in D} \left\{ \min_{x_i, x_j} d(x_i, x_j) \right\} \\ \text{Maximin} &= \min_{x_i, x_j \in D} d(x_i, x_j) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 D 는 설계영역, X 는 샘플링 데이터, $d(\cdot, \cdot)$ 는 설계영역 내에서 임의의 두 포인트 사이의 거리이다. 모든 샘플링 포인트 사이의 거리가 충분히 멀지 않아야 하고, Maximin 조건은 각각의 포인트의 간격이 너무 불어있지 않아야 한다.

Minimax 조건설계에서, 두 샘플링 포인트 사이의 거리가 두드러지게 가까운 경우가 종종 발생한다. 이에 반하여 Maximin 조건 설계에서는 항상 두 샘플링 포인트 사이의 거리가 증가하여 샘플링 포인트 중 일부가 설계영역의 범위 밖에 위치하는 경우가 있다. 동시에 두 설계조건을 고려하기 위한 multi-objective Pareto optimization은 완벽한 Minimax나 Maximin 보다는 Pareto 쪽을 선택하는 것이 더 좋은 LHS design이다. 여기서, 최종 Pareto curve는 Minimax 조건과 Maximin 조건을 고려하는 것을 의미한다. 의사 최적점(Pseudo-optimal Point)는 좀 더 균일한 분포 특성을 가진 LHS design이다.

Pareto-optimization에서 두 샘플링 포인트 사이의 거리는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d(x_i, x_j) = d(x_i, x_j) / d((x_i + x_j)/2, x_p) \quad (3)$$

여기서 x_p 는 의사 최적점이다.

2.2 복수 방사상 기저함수를 이용한 RSM

목적함수의 보편적인 보간법인, 방사상 기저함수를 이용한 RSM은 설계영역 샘플링 포인트의 제한된 조건에도 최적점을 찾아낸다는 강력한 이점이 있다. 샘플링 데이터가 주어지면, 반응평면은 아래와 같이 형성된다.

$$\begin{aligned} S(x) &= \sum_{i=1}^N \beta_i (\|x - x_i\|^2 + h^2)^{\frac{1}{2}} \\ X &= \{(x_i, f(x_i)), i=1, 2, \dots, N\} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\|\cdot\|$ 는 Euclidean distance, X 는 설계 변수 벡터, β_i 는 i 번째 샘플링 포인트 X_i 에 대응하는 계수, X 는 샘플링 포인트, N , 그리고 h 는 형상 파라미터이다. 형상파라미터 h 는 보간함수의 평탄한 정도와 정확도에 영향을 미친다. 본 연구에서, $(1+\lambda)$ 진화 기법을 이용하여, 반응평면의 보간에러를 최소화하는 최적 h 를 찾고자 한다.

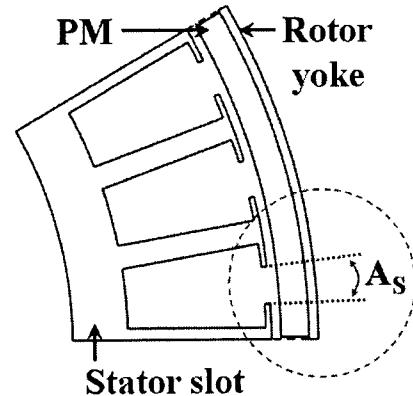
3. 최적설계 결과

해석 모델인 소형 다상 외전형 BLDC 전동기의 기본 사양은 다음 표 1 및 그림 2와 같으며, 인버터의 운전방법에 따라 6상/12상 모두 운전 가능한 모델이다. 본 연구에서는 6상을 기준으로 최적 설계를 수행하였다.

코킹토크를 최소화하기 위한 슬롯 형상의 최적 설계를 위해 그림 2에서와 같이 슬롯 사이의 각도 A_S 를 설계변수로 지정하였으며, 설계 변수에 따른 목적함수와 변수의 범위는 다음 식 5로 표현 된다.

<표 1> 소형 외전형 BLDC 전동기의 사양

Parameters	Value	Unit
최대 출력	90	W
전압	15	V
전류	≤1	A
정격 속도	1200	rpm
상수	6/12	phase
외경(stator/rotor)	264/284	mm
공극 길이	2	mm
고정자 축방향 길이	50	mm
영구자석 전류 자속(SmCo)	0.9	T
Stator slot/RotorPM poles	36/12	개



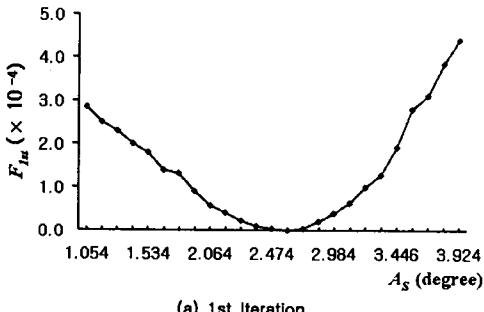
<그림 2> 최적설계를 위한 소형 외전형 BLDC 전동기 모델의 형상과 설계변수 (1/12 Model)

$$\begin{aligned} \text{Minimize } F_{obj} &= \sum_{i=1}^{N_p} \left(\frac{W_i - W_0}{W_0} \right)^2 \\ 0.0 \leq A_S &\leq 4.0 [\text{DEG}] \end{aligned} \quad (5)$$

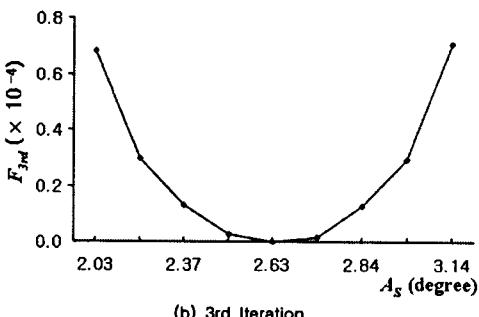
여기서, N_p 는 계산되는 코킹토크 샘플링 데이터 포인트의 개수이고, W_i , W_0 는 각각 i 번째의 모터 회전위치에 대한 자계에너지의 누적된 값과 각 모터 회전위치 자체에너지의 평균값이다.

최적 설계는 총 3번의 반복 계산 과정으로 진행되었다. LHS를 이용하여 첫 번째 반복계산에서 25개의 샘플링 포인트를 생성하였고 ($0.0 \leq A_S \leq 4.0 [\text{DEG}]$), 이때의 의사 최적점을 이용하여 설계 영역을 재설정한 후, 다시 샘플링 포인트를 생성하고 최적점을 찾는 과정을 반복하여 목적함수값이 수렴하는 최적점을 찾았다.

다음 그림 3은 첫 번째, 세 번째 반복계산과정에서 나타난 샘플링 포인트에 따른 계산된 목적함수를 나타낸 것이다. 그림 3의 (a)와 (b)를 비교해 보면 설계변수 A_S 의 범위가 $0.0 \leq A_S \leq 4.0 [\text{DEG}]$ 에서 $A_S = 2.60 [\text{DEG}]$ 인 의사 최적점에 수렴하였고, 이때의 의사 최적점을 중심으로 $2.0 \leq A_S \leq 3.2 [\text{DEG}]$ 의 영역 재설정을 한 후, 최종적으로 $A_S = 2.62 [\text{DEG}]$ 에 수렴한 한 것을 볼 수 있다. 그 결과, 최대 코킹토크는, 1.07 [N.m]에서 0.75 [N.m]으로 초기형상의 약 70%로 감소하였으며, 각 과정마다 최대 코킹토크가 변화하는 과정을 그림 4에 나타내었다.

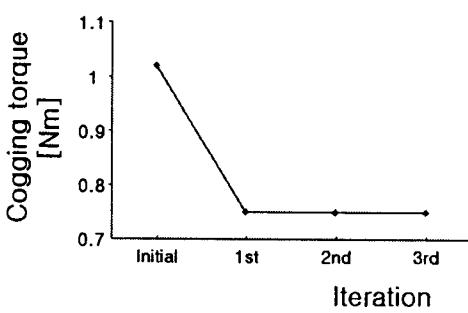


(a) 1st Iteration



(b) 3rd Iteration

<그림 3> 샘플링 포인트에 따른 목적함수의 변화



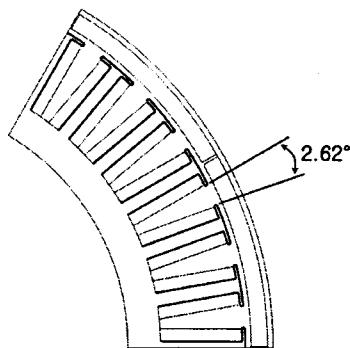
<그림 4> 최적화를 통한 최대 코킹토크의 변화

4. 결 론

본 논문에서는 다상 BLDC 전동기의 해석 기술과 최적 설계 기술의 신뢰성 향상을 위해 소형 다상 외전형 BLDC 전동기의 코킹토크를 최소화하는 최적 설계를 수행하였다. 이를 위해 코킹토크의 발생원인 중 하나인 고정자 슬롯의 형상에 샘플링 포인트 기법인 LHS를 이용한 최적화 알고리즘을 적용하여 코킹토크를 최소화하는 최적 설계를 수행하였다. 이를 위하여 슬롯사이의 각도를 결정하는 변수 A_s 를 설정하고, 총 3번의 반복계산을 수행하여 코킹토크가 최소화 되는 최적점을 계산하였다.

최종적으로 계산된 최적점은 $A_s = 2.62$ [DEG]이며, 이때의 최대 코킹토크는 0.75 [N.m]로, 초기 형상의 최대 코킹토크인 1.07 [N.m]에 비해 약 70%로 감소되었다. 그림 5는 최적화를 통해 설계된 BLDC 전동기의 형상을 나타낸 그림이다.

본 논문에서는 코킹토크를 최소화를 위해 슬롯 형상을 변화 시켰지만, 코킹토크를 발생 시키는 원인에는 영구자석의 형상, 배치, 공극자속밀도 분포 등, 여러 가지 원인이 있기 때문에, 차후에 이러한 원인들을 고려한 최적설계도 진행할 계획이다.



<그림 5> 최적화를 통해 변경된 BLDC전동기의 최종 형상

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 수중운동체 특화연구센터의 지원으로 수행되었으며, 이에 깊이 감사드립니다. (계약번호 UD030000AD)

[참 고 문 헌]

- [1] J. R. Hendershot Jr., TJE Miller "Design of Brushless Permanent-Magnet Motors", Magna Physics Publishing and Clarendon Press, Oxford, 1994.
- [2] C. S. Koh, H. S. Yoo, K.W. Nam, and H. S. Choi, "Magnetic Pole Shape Optimization of Permanent Magnet Motor for Reduction of Cogging Torque," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 33, no. 2, pp.1822-1827, March 1997
- [3] J.S.Ryu, Y.Yao, C. S. Koh, S. N. Yoon, and D. S. Kim, "Optimal shape design of 3-D nonlinear electromagnetic devices using parameterized design sensitivity analysis," IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 41, No. 5, pp.1792-1795, May 2005
- [4] K. J. Han, H. S. Cho, D. H. Cho and H. K. Jung, "Optimal core shape design for cogging torque reduction of brushless DC motor using genetic algorithm," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 36, no. 4, pp. 1927-1931, July 2000
- [5] C. A. Borghi, D. Casadei, A. Cristofolini, M. Fabbri, and G. Serra, "Application of a multiobjective minimization technique for reducing the torque ripple in permanent magnet motors," IEEE Trans. on Magnetics, vol.35, no.5, pp.4238-4246, September 1999
- [6] D. Tsao, and J. P. Webb, "Construction of device performance models using adaptive interpolation and sensitivities," IEEE Trans. on Magnetics, vol.41, No.5, pp.1768-1771, May 2005
- [7] P. Alotto, and M.A. Nervi, "An efficient hybrid algorithm for the optimization of problems with several local minima," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.50, pp. 847-868, 2001
- [8] Koehler J.R. and Owen A.B., Computer Experiments, Handbook of Statistics, Elsevier Science, New York, pp.261-308, 1996
- [9] Yanli Zhang, H.S. Yoon and C.S. Koh, "Study on a Robust Optimization Algorithm Using Latin Hypercube Sampling Experiment and Multiquadric Radial Basis Function," Proceeding of KIEE EMECS Annual Spring Conference, pp.162-164, April 2007
- [10] Stein, M, "Large Sample Properties of Simulations Using Latin Hypercube Sampling," Technometrics Vol.29, pp.143-151, May 1987