

## 영구자석 Halbach형 원통형 액추에이터의 구동전압 파형에 따른 와전류 손실

장석명\*, 김현규\*, 박지훈\*, 고경진\*, 최장영\*\*, 김일중\*\*\*

충남대학교\*, 한라공조 연구소\*\*, 호서대학교\*\*\*

### Analysis on Eddy Current Losses for Cylindrical Linear Oscillatory Actuator with Halbach Array according to Drive Voltage Waveform

Seok-Myeong Jang, Hyun-Kyu Kim, Ji-Hoon Park, Kyoung-Jin Ko, Jang-Young Choi, Il-Jung Kim  
Chungnam National University, Halla Climate Control Corp. Hoseo University

**Abstract** – This paper deals with the analysis on eddy current losses for cylindrical linear oscillatory actuator (LOA) with Halbach array mover according to voltage waveform. This paper presents analytical procedures for calculation of eddy current losses using Poynting theorem. On the basis of the magnetic vector potential and a two-dimensional (2-d) cylindrical coordinate system, this paper derived analytical solutions of eddy current losses using phase current analysis. The eddy current losses of each harmonic obtained by fast Fourier transform (FFT) analysis of phase current are compared with results obtained from finite-element method (FEM). Particularly, this paper shows that the eddy current losses of cylindrical LOA according to square voltage waveform are more significant than those according to sinusoidal voltage waveform.

#### 1. 서 론

최근 영구자석 기기의 와전류 손실에 관련된 연구가 활발히 진행되고 있다.[1] 영구자석 기기에서의 와전류 손실은 상전류 파형과 비정현적 고정자 기자력뿐만 아니라 슬롯팅 효과에 의해 발생되는 시간 고조파와 공간 고조파에 의해 회전자 Back-Iron과 영구자석에서 유기된다. 보통 와전류 손실은 그 양이 매우 작기 때문에 고려되지 않는 경우가 많다. 그러나 고정자의 동순 및 철순과 비교하여 회전자 손실은 작은 양임에도 불구하고 상대적으로 낮은 회전자의 열소설로 인해 영구자석에 상당한 열을 발생시킨다. 구동전압 파형에 따른 원통형 액추에이터의 경우에도 상전류 파형에 포함된 시간고조파 성분의 영향을 고려될 수 있다.

많은 사람들은 영구자석 기기에서의 와전류 손실을 계산하는 방법을 연구하고 있다.[2]~[4] Zhu [2]는 자기 스칼라 포텐셜과 2D 극 좌표계에서 고안된 해석적 기법을 이용하여 영구자석에서 유기되는 와전류 손실을 계산하였고 온도측정으로 얻어진 실험 결과를 제시함으로써 해석 기법의 타당성을 검증하였다. 그러나 그의 해석 모델은 단순성을 위해 고정자의 슬롯 효과를 무시하였다. Flynn [3]는 인버터에 의해 공급된 전류를 고려하여 풀라이털용 고속기의 회전자 손실 저감을 위한 해석 기법을 제시하였다. 그러나 그의 해석 기법은 유한요소법이나 실험 결과와 같은 다른 해석 기법과의 비교가 없었다. Irenji [4]는 유한요소법과 직선형 해석모델, FFT 분석을 이용하여 부하 조건에 따른 영구자석에서 유기된 와전류 손실을 예측하였다. 그러나 그의 해석 기법은 합리적이나 많은 시간이 필요하고 매우 복잡하다.

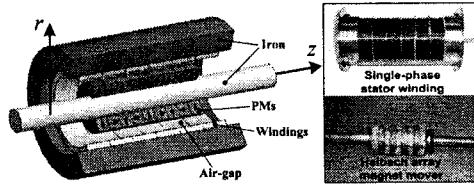


그림 1. 원통형 액추에이터의 구조와 제작된 고정자 권선 및 Halbach 배열을 갖는 가동자.

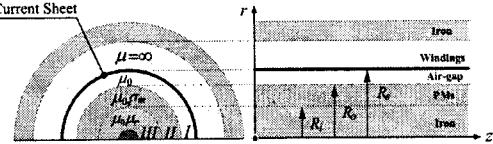


그림 2. 영구자석에서 유기된 와전류 손실 계산을 위한 해석 모델.

결론적으로 이 해석 기법들은 그림 1에서 보인 원통형 액추에이터에 쉽게 적용할 수 있다. 따라서 본 논문은 Halbach 배열을 갖는 영구자석에서 유기된 와전류 손실을 예측하기 위해 Zhu [2]의 해석 기법을 적용하였다. 비록 Zhu [2]에서 고정자의 슬롯 효과가 무시되었지만 그림 1의 해석 모델이 1슬롯 1스큐로 적용되었기 때문에 Zhu [2]에 의해 제안된 해석 기법은 본 논문의 해석 모델에 더 적합하다고 할 수 있다. 그리고 슬롯 효과가 무시되었기 때문에 슬롯 효과에 의해 발생된 무부하 와전류 손실은 없다고 가정하였다. 또한 와전류 손실의 더 정확한 계산을 위해 권선분포와 상전류파형에 의해 발생하는 공간 고조파와 시간 고조파만을 고려하였다.

#### 2. 와전류 손실

##### 2.1 시변자계 분포해석

Halbach 배열 영구자석에서 유기되는 와전류 손실을 해석하기 위해서 시변자계 분포해석은 다음의 가정으로부터 얻어진 그림 2의 원통형 액추에이터의 해석 모델을 이용하여 계산할 수 있다.

- 1) 고정자 권선은  $r = R_s$ 에서 분포되고 동가 전류밀도 분포로 표현된다.
- 2) Halbach 배열 영구자석과 가동자 코어의 비투자율은 각각 1과 상수이다.
- 3) 전기적 도전성을 가지고 있는 것은 Halbach 배열 영구자석뿐이고 영구자석의 도전율은  $\sigma_m$ 이다.

전류 밀도  $J$ 는  $J_0(z)$  성분을 갖는 함수이며 푸리에 급수를 이용하여 표현하면 식 (1)과 같다.

$$J_\theta = \sum_{n=1, odd}^{\infty} J_n i e^{-j k_n z} \quad (1)$$

여기서  $J_n$ 는 푸리에 계수이며 식 (2)와 같이 주어진다.

$$J_n = -\frac{4N}{n\pi\tau} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad (2)$$

여기서  $N, i, n, \tau$ 는 턴수, 상전류,  $n$ 차 공간고조파 차수, Halbach 배열 영구자석의 극 간격이며 상전류  $i$ 는 식 (3)과 같이 표현된다.

$$i = \sum_{k=1}^{\infty} I_k e^{-k_p v t} \quad (3)$$

여기서  $I_k, k$ 는  $k$ 차 고정자 고조파 전류,  $n$ 차 시간고조파 차수를 나타낸다. 그러므로 식 (1)~(3)을 이용하여 전류 밀도의 푸리에 급수전개는 식 (4)로 다시 표현된다.

$$J_e = \sum_{n=1, odd}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} J_n I_k e^{-j(k_n z + k_p v t)} \quad (4)$$

고정자 내반경에서 면전류 밀도  $J_e$ 에 의한 시변자계 분포는 고정자 기준으로 표현될 수 있다. 그러나 영구자석에 의한 와전류 손실과 와전류 분포를 얻기 위해서는 가동자 기준으로 변환해야 한다. 따라서 고정자 기준을 가동자 기준으로 변환하기 위해서는 식 (5)을 적용해야 한다.

$$z_s = vt + z \quad (5)$$

그러므로 식 (5)를 식 (4)에 적용하여 다시 표현하면 식 (6)과 같이 표현된다.

$$J_e = \sum_{n=1, odd}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} J_n I_k \Psi \quad (6)$$

여기서  $\Psi$ 는 식 (7)으로 주어진다.

$$\Psi = e^{-j[(k_n + k_p)v t + k_n z]} \quad (7)$$

시변자계 분포해석을 위해서 그림 2에서 보여진 각 영역의 지배방정식은 식 (8)로 얻어진다.

$$\nabla^2 A^I = 0 \quad (8.a)$$

$$\nabla^2 A^{II} = -\mu_0 J_{II} \quad (8.b)$$

$$\nabla^2 A^{III} = 0 \quad (8.b)$$

기호 I, II, III는 공극, Halbach 배열 영구자석, 가동자 코어 영역이다. 자기 벡터 포텐셜  $A$ 는  $\nabla \times A = B$ 로 정의된다. 원통형 액추에이터의 기하학적 구조에 의해 자기 벡터 포텐셜은  $\theta$ 성분만을 가지고 있다. 그러므로 자기 벡터 포텐셜  $A$ 는 식 (9)로 표현된다.

$$A = A_{\theta n} \Psi \quad (9)$$

$J_{II}$ 는 영구자석에서 유기되는 와전류이고 식 (10)로 주어진다.

$$J_{II} = \sigma_m E \quad (10)$$

반면에 Faraday's law와 자기 벡터 포텐셜의 정의에 의

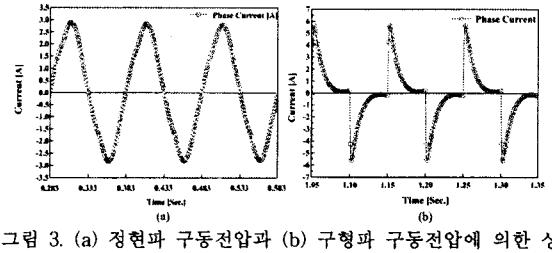


그림 3. (a) 정현파 구동전압과 (b) 구형파 구동전압에 의한 상전류 파형.

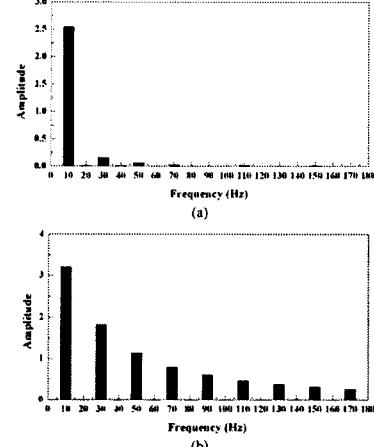


그림 4. (a) 그림 3 (a)와 (b) 그림 3 (b)의 FFT 분석결과.

해 전계의 세기  $E$ 는 식 (11)으로 표현된다.

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times A^{II}) = -\nabla \times \frac{\partial}{\partial t} A^{II} \quad (11)$$

식 (10)에 식 (11)을 대입하여 와전류  $J_{II}$ 는 식 (12)로 다시 표현된다.

$$J_{II} = -\sigma_m \frac{\partial A^{II}}{\partial t} = jp(k_n + k_p)v\sigma_m A_{\theta n}^{II} \Psi \quad (12)$$

식 (8)에 식 (9), 식 (11)을 대입하여 각 영역의 지배방정식을 식 (13)과 같이 다시 표현할 수 있다.

$$\frac{d^2 A_{\theta n}^{I}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_{\theta n}^{I}}{dr} - \left( k_n^2 + \frac{1}{r^2} \right) A_{\theta n}^{I} = 0 \quad (13.a)$$

$$\frac{d^2 A_{\theta n}^{II}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_{\theta n}^{II}}{dr} - \left( \beta_n^2 + \frac{1}{r^2} \right) A_{\theta n}^{II} = 0 \quad (13.b)$$

$$\frac{d^2 A_{\theta n}^{III}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_{\theta n}^{III}}{dr} - \left( k_n^2 + \frac{1}{r^2} \right) A_{\theta n}^{III} = 0 \quad (13.c)$$

여기서,  $\beta_n$ 는 식 (14)과 같이 주어진다.

$$\beta_n = \sqrt{k_n^2 - j\mu_0(k_n + k_p)v\sigma_m} \quad (14)$$

각 영역의 자속밀도는 식 (13)의 일반해를 자기 벡터 포텐셜의 정의에 대입하여 얻을 수 있다. 또한, 각 영역의 자속밀도의 미정계수는 다음의 경계조건을 구할 수 있다.

$$B_{rn}^I(r, \theta, t) = B_{rn}^{II}(r, \theta, t)|_{r=R_o} \quad (15.a)$$

$$B_{rn}^{II}(r, \theta, t) = B_{rn}^{III}(r, \theta, t)|_{r=R_i} \quad (15.b)$$

$$H_{\theta n}^I(r, \theta, t) = -J_e|_{r=R_i} \quad (15.c)$$

$$H_{zn}^I(r, \theta, t) = H_{zn}^{II}(r, \theta, t)|_{r=R_o} \quad (15.d)$$

$$H_{zn}^{II}(r, \theta, t) = H_{zn}^{III}(r, \theta, t)|_{r=R_i} \quad (15.e)$$

$$A_{\theta n}^{III}(r, \theta, t) = 0|_{r=R_i} = 0 \quad (15.f)$$

## 2.2 포인팅 정리를 이용한 와전류 손실 계산

그림 1의 해석모델에서 정현적 특성을 갖는 자계에 대한 손실 분포는 영역에서 에너지 전달 관계를 관계 짓는 포인팅 벡터  $P$ 에 의해 나타낼 수 있다. 포인팅 벡터에 의한 손실 관계식은 식 (16)로 나타난다.

$$P_e = \frac{1}{2} \oint_s Re(E \times H^*) ds \quad (16)$$

여기서  $s$ 는 도전체 면적을 나타낸다. 결과적으로 와전류 손실은 식 (17)으로 다시 나타낸다.

$$P_s = \frac{\pi R_0 l_a v}{\sigma_m \mu_0} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (k_n + k_p) Re(K_1 K_2^*) \quad (17)$$

여기서  $K_1$ 과  $K_2$ 는 식 (18)과 같이 주어진다.

$$K_1 = j\sigma_m \{ A_n^{II} I_1(\beta_n R_o) + B_n^{II} K_1(\beta_n R_o) \} \quad (18.a)$$

$$K_2 = \beta_n \{ A_n^{II} I_0(\beta_n R_o) - B_n^{II} K_0(\beta_n R_o) \} \quad (18.b)$$

## 3. 해석 결과 및 토의

### 3.1 구동전압 파형에 따른 상전류 파형과 FFT 분석

그림 3 (a)와 (b)는 정현파와 구형파에 따른 상전류 파형 결과를 보여준다. 그림 4는 그림 3의 상전류 파형의 FFT 분석결과이다. 그림 4 (a)에서의 정현파에 의한 구동은 1,3,5,7 고조파 성분을 가지고 있으며 주 성분이 1 고조파 성분인 것을 보여준다. 그림 4 (b)에서의 구형파에 의한 구동은 1,3,5,7,9,11,13,15,17 고조파 성분을 가지고 있으며 주 성분이 1,3,5 고조파 성분인 것을 보여준다.

### 3.2 유한요소법에 의한 와전류 손실 비교와 분포

그림 5는 본 논문에서 제시된 해석 기법과 유한요소해석을 이용한 해석 결과를 비교한 것이다. 그림 5에서는 그림 4에서 보여준 FFT 분석결과로부터 얻어진 각 고조파 성분별로 와전류 손실을 해석하여 유한요소법으로부터 얻어진 와전류 손실과 비교하였다. 그림 5는 정현파 전압에 의한 구동보다 구형과 전압에 의한 구동에서 5고조파 성분이 더 크기 때문에 와전류 손실 더 많은 것을 확인할 수 있다. 그러므로 낮은 주파수에도 불구하고 구형파 전압구동을 하는 원통형 액추에이터의 와전류 손실은 예측해야 한다.

그림 6은 구동전압 파형에 의한 유한요소법으로부터 얻어진 와전류 분포이다. 본 논문에서 제시된 해석 결과는 그림 6으로부터 검증할 수 있다.

## 4. 결 론

본 논문은 Halbach 배열을 갖는 원통형 액추에이터의 구동전압에 따른 와전류 손실 해석을 다루었다. 자기 벡터 포텐셜과 2D 극 좌표계를 이용하여 영구자석에서 유기된 와전류 손실의 해석 기법을 제시하였다. 또한 포인팅 정리를 이용해 계산 방법을 도출하였다. 특히 구동전압 파형에 따른 와전류 손실의 차이를 유한요소법과 본 논문에 제시한 해석 기법과 비교하여 본 논문의 타당성을 검증하였다. 구형파 전압에 의해 액추에이터를 구동하였을 경우에 와전류 손실은 정현파에 의해 액추에이터

를 구동하였을 때보다 더 많은 손실을 가지고 있음을 관찰할 수 있다. 비록 본 논문의 해석 모델이 슬리브를 가지고 있는 않지만 슬리브를 가지고 있는 모델에서는 더 많은 와전류 손실을 가지고 있음을 판단할 수 있을 것이다. 향후 슬리브를 가지고 있는 모델에도 본 해석 기법을 적용할 것이며 해석 기법의 타당성을 재검증할 것이다.

## [참 고 문 헌]

- [1] Y. Amara, J. Wang, and D. Howe, "Analytical prediction of eddy-current loss in modular tubular permanent-magnet machines", *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol. 20, pp.761-770, Dec., 2005.
- [2] Z. Q. Zhu, K. Ng, N. Schofield, and D. Howe, "Analytical prediction of rotor eddy current loss in brushless machines equipped with surface-mounted permanent magnets, Part I: magnetostatic field model," *fifth international conference on electrical machines and systems*, vol. 2, pp. 806-809, Aug. 2001.
- [3] M. M. Flynn, "A methodology for evaluating and reducing rotor losses, heating, and operational limitations of high-speed flywheel batteries", Ph.D. Dissertation, The university of Texas, 2003.
- [4] N. T. Irenji, "Calculation of electromagnetic rotor losses in high-speed permanent magnet machines," Ph.D. Dissertation, The university of Southampton, U.K., 1998.

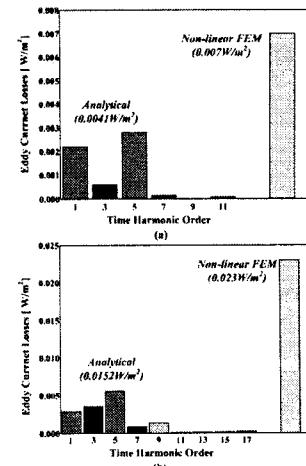


그림 5. (a) 정현파 구동전압과 (b) 구형파 구동전압에 의한 와전류 손실을 유한요소법과의 비교.

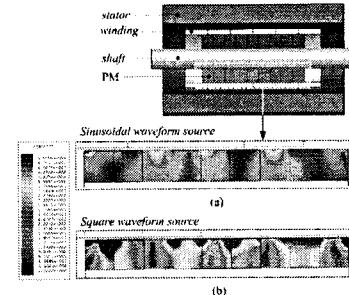


그림 6. (a) 정현파 구동전압과 (b) 구형파 구동전압일 경우의 유한요소법으로 얻어진 와전류 분포.