

림 1(b)는 다중층 특성해석을 위한 PMLSM 2차원 해석 모델을 나타낸 것이다. *I, II, III, IV, V*은 매질의 영역을 나타내며, h_b, h_m, h_g, h_c, h_s 는 각 매질 영역의 높이를 나타내고, $h_{bi}, h_{pm}, h_{ag}, h_{co}, h_{is}, h_{bt}$ 는 축으로부터 각 매질까지의 높이를 나타낸다. 그리고 $\tau, \tau_m, \tau_c, d_m$ 은 각각 극 피치, 영구자석 너비, 코일 너비, 영구자석 폭을 나타내는 변수이다.

영구자석 가동자의 자기모멘트로 정의되는 자화 M 에 대한 수학적 모델링은 유한 푸리에 급수를 통해서 다음과 같이 표현된다.

$$M = \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} M_{zn} e^{-jk_n z} i_x \quad (1)$$

$$= \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \frac{M_0}{jn\pi} (1 - e^{-jk_n \tau}) (e^{jk_n \frac{\tau_m}{2}} - e^{-jk_n \frac{\tau_m}{2}}) e^{-jk_n z} i_x$$

여기서, k_n 은 주기함수로서 n 차 고조파에 대해 $\pi n/\tau$ 으로 표현되며 영구자석에 의한 자기 특성식은 맥스웰 방정식으로부터 $\nabla \times H = (\nabla \times M + J)$, $H = B/\mu_0$, $\nabla \cdot B = 0$ 으로써 얻어진다. 여기서 H 는 자계의 세기, B 는 자속밀도, μ_0 는 공기 중의 투자율을 나타낸다. 영구자석영역은 전류원이 존재하지 않으므로 $J = \nabla \times H$ 는 $\nabla \times H = 0$ 으로 표현된다. 전류의 방향과 같은 자기벡터자위 A 가 식 (2)와 같이 분포된다는 가정 하에 $B = \nabla \times A$, Coulomb gauge $\nabla \cdot A = 0$ 을 이용하여 식(3)과 같은 Poisson 방정식을 이끌어 낼 수 있으며, 미분 방정식을 풀이함으로써 자화 M 이 존재하는 *II* 영역과 M 이 존재하지 않는 *I, III, V* 영역에서의 일반해를 식(4)와 같이 얻을 수 있다.

$$A = \text{Re} \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} A_{yn}(x) e^{-jk_n z} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \nabla^2 A^{I, III, V} = 0 & \text{airs pace/iron} \\ \nabla^2 A^{II} = -\mu_0 (\nabla \times M) & \text{magnet} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} A_{yn}^{I, III, V} = A_0^{I, III, V} e^{k_n x} + B_0^{I, III, V} e^{-k_n x} \\ A_{yn}^{II} = A_0^{II} e^{k_n x} + B_0^{II} e^{-k_n x} - \frac{j\mu_0 M_{zn}}{k_n} \end{cases} \quad (4)$$

$B = \mu H$ 이므로 자계 H 를 식(5)와 같이 구할 수 있고, 해석 모델의 모든 경계에서 z 축 방향으로의 자계 H 와 y 축 방향으로의 자기벡터자위 A 가 연속이라는 경계조건을 사용하여 식(6)을 이끌어낼 수 있으며 식(6)을 행렬식으로 변환하여 반복수행 계산을 적용하면 식(4)의 $A_0^I, B_0^I, \dots, A_0^V, B_0^V$ 와 같은 상수들을 구해낼 수 있다. 식(7)은 경계조건이 적용된 영구자석영역, 즉, *II* 영역에서의 방정식이며, 식(8)은 프로그래밍에 적용하기 위해 변환된 행렬식이다.

$$H_{zn} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} A_{yn}; \quad H_{xn} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} A_{yn} \quad (5)$$

$$H_{zn}^{I, II, III, V} = \frac{k_n}{\mu} (A_0^{I, II, III, V} e^{k_n x} - B_0^{I, II, III, V} e^{-k_n x}) \quad (6)$$

$$\begin{cases} A_0^{II} e^{k_n H_{ag}} + B_0^{II} e^{-k_n H_{ag}} - \frac{j\mu_0 M_{zn}}{k_n} = A_0^{III} e^{k_n H_{co}} + B_0^{III} e^{-k_n H_{co}} \\ \frac{k_n}{\mu_0} (A_0^{II} e^{k_n H_{ag}} - B_0^{II} e^{-k_n H_{ag}}) = \frac{k_n}{\mu_0} (A_0^{III} e^{k_n H_{co}} - B_0^{III} e^{-k_n H_{co}}) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{43} & X_{44} & X_{45} & X_{46} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{53} & X_{54} & X_{55} & X_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{65} & X_{66} & X_{67} & X_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{75} & X_{76} & X_{77} & X_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{87} & X_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0^I \\ B_0^I \\ A_0^{II} \\ B_0^{II} \\ A_0^{III} \\ B_0^{III} \\ A_0^V \\ B_0^V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -j\mu_0 M_{zn}/k_n \\ 0 \\ j\mu_0 M_{zn}/k_n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

행렬식의 해석 결과 영역 *III*의 임의의 경계 X 에서의 영구자석에 의한 자기벡터자위를 식(9)와 같이 얻게 된다.

$$A_{yn}^{(\text{air})}(x)_x = X = A_0^{III} e^{k_n X} + B_0^{III} e^{-k_n X} \quad (9)$$

2.2 역기전력 상수 및 추력상수의 도출

영구자석에 의한 자기벡터자위는 고정자 권선에서의 쇄교자속 및 역기전력과 같은 회로 정수를 구하기 위한 목적함수로 사용된다. 쇄교자속은 권선이 이루는 폐회로 단면적을 통과하는 자속밀도의 면적 적분에 의해 얻어지며 Stokes 원리를 적용하여 식(10)과 같이 자기벡터자위의 선적분에 의해 나타낼 수 있다. 자기벡터자위에 대한 식(9)에 식(10)의 선적분을 적용하면, 영구자석으로부터 만들어지는 자속이 고정자 권선에 쇄교하는 자속 λ_{PM} 이 식(11)과 같이 계산되어진다.

$$\lambda = N \int_s B \cdot ds = N \int_s (\nabla \times A) \cdot ds = N \int_c A \cdot dl \quad (10)$$

$$\lambda_{(pm)} = 2d_m p_m \eta_0 \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \int_0^{\tau_c} \int_{h_{ia}}^{h_{\omega}} (A_0^{III} e^{k_n x} + B_0^{III} e^{-k_n x}) (e^{-k_n (z - \frac{\tau \omega t}{\pi})}) dx dz \quad (11)$$

여기서, p_m, η_0 는 각각 영구자석의 극 쌍수, 권선의 단위 면적당 권선수($N/\tau h_c$)를 나타내며, 적분식 안의 $z - \tau \omega t/\pi$ 는 영구자석 가동자의 이동속도를 고려한 것이다. 구해진 쇄교자속으로부터 가동자 속도에 따라 고정자 권선에 유도되는 역기전력을 식(12)와 같이 유도할 수 있고, 역기전력 상수는 구해진 역기전력으로부터 식(13)과 같이 정의되어진다.

$$V_{emf} = -\frac{d\lambda_{(pm)}}{dt} = -\frac{d\lambda_{(pm)}}{dz} \frac{dz}{dt} = -\frac{d\lambda_{(pm)}}{dz} v_m \quad (12)$$

$$k_{en} = \max \left\{ \frac{d\lambda_{(PM)}}{dt} \frac{1}{v_m} \right\} = \max \left\{ \frac{d\lambda_{(PM)}}{dz} \right\} \quad (13)$$

권선 전류밀도에 의한 자기벡터자위 역시 다중층 특성 해석법을 통해 구해질 수 있으며, 이를 통해 인덕턴스가를 구할 수 있다.[3] 3상 전압방정식의 $d-q$ 변환에 의한 q 축 전류의 비례이득과 역기전력 상수와와의 관계로부터 전기적 추력식이 식(14)와 같이 구해진다.

$$F_e = \frac{3}{2} k_{en} i_q = k_{tn} i_q \quad (14)$$

그림 2는 실험과 유한 요소법에 의한 해석적 검증을 보여준다. 그림 2(a)와 (b)는 영구자석에 대한 자기벡터퍼텐셜에 의한 역기전력파형과 역기전력에 의한 추력파형을 각각 보여주고 있으며, 이론적 해석과 유한요소해석법, 실험에 의한 결과가 잘 일치됨을 확인할 수 있다.

3. 직류링크전압 결정과 동특성 평가

3.1 직류링크전압의 결정

식(15)는 PMLSM 시스템의 3상 전압방정식을 Clark & Park's 변환에 의해 정지좌표계의 3상변수로부터 동기좌표계의 2상변수로 변환된 식을 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -\omega_s L_s \\ \omega_s L_s & R_s + pL_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_{en} \nu_m \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, V_d , V_q , i_d , i_q 는 각각 d - q 축의 전압과 전류를 나타내며, ω_s 는 동기속도, L_s 는 동기인덕턴스를 k_{en} 은 역기전력 상수, ν_m 은 가동자의 속도를 나타낸다. 일반적으로 인버터가 PMLSM에 인가할 수 있는 최대 고정자 상전압 V_{smax}^* 는 그림 3(a)에서와 같이 인버터 직류링크전압에 의해서 결정되며 주어진 링크전압이 동일하다라도 제어에 적용된 PWM스위칭 기법에 따라서 고정자에 인가되는 최대전압은 다른 값을 갖는다. 본 논문에서는 공간벡터PWM을 적용하였으므로 해석의 편의를 위해 대드타임 T_d , 샘플링 주기 T_{samp} 및 제어여분상수에 의한 영향을 무시하면 한 상의 최대전압벡터 V_{smax}^* 가 식(16)과 같이 직류링크전압에 의해 규정된다.[4]

$$|V_{smax}^*| \leq \frac{1}{\sqrt{3}} V_{DC} = \sqrt{V_{d(max)}^2 + V_{q(max)}^2} \quad (16)$$

식(15)의 d - q 전압방정식에 식(16)의 전압제한 조건 및 벡터제어에서의 전류 지령치 $i_d = 0$ 인 조건을 고려하면 전자계 해석을 통해 구해진 정수에 대한 인버터 직류링크전압 간의 관계를 식(17)과 같이 규정할 수 있으며, 제작된 실제 PMLSM의 정수를 사용한 직류링크전압은 148V로 구해진다.

$$V_{DC} = \sqrt{3} \sqrt{\left(-\frac{\pi \nu_m L_s F_c}{\tau k_{ln}}\right)^2 + \left(R_s \frac{F_c}{k_{ln}} + k_{en} \nu_m\right)^2} \quad (17)$$

3.2 직류링크전압에 따른 동특성 평가

앞 절에서 정격추력과 정격속도를 만족하는 정수와 직류링크전압의 도출에 의해 PMLSM 시스템의 최적설계가 수행되었으며, 본 절에서는 제작된 PMLSM의 동특성을 평가하기 위한 노력으로 직류링크전압에 따른 q 축 전류와 가동자의 속도의 특성에 대한 실험적 결과를 제시한다. 그림 4는 기준속도 1m/s에서 각각의 직류링크전압에 따른 q 축 전류 특성과 양방향 가동자의 속도 특성을 보여준다. 그림 4(a)는 106V 일 때 기준속도 1m/s에서 q 축 전류의 리플이 있음을 보여주고 있다. q 축 전류의 리플은 토크의 리플로 연결되고, 이는 그림 4(b)에서 볼 수 있듯이 속도특성에 좋지 않은 영향을 가져온다. 그림 4(c)는 식(17)을 통해 구해진 직류링크전압 148V 일 때 안정된 q 축 전류를 가져오며 속도특성 또한 향상됐음을 보여준다.

4. 결 론

높은 추력과 안정된 동특성이 요구되는 직선형 전동기의 응용에 있어서 설계방법에서부터 동특성까지 시스템의 전체특성을 고려한 해석적이고 정확한 접근은 필수적이다.[2] 본 논문에서는 다중층 특성해석법을 통한 전자장 해석으로 역기전력상수, 추력상수 등의 정수가 도출되었으며 공간벡터PWM의 스위칭 체계를 고려한 동특성 모델링과 설계과정에서 도출된 정수를 통해 시스템의 구동 범위를 결정하기 위한 요소인 직류링크전압이 도출되었다.

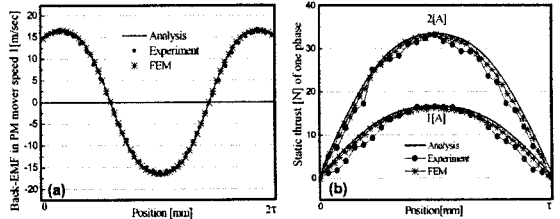


그림 2. 실험과 유한요소법에 의한 해석의 검증: (a) 가동자속도 1m/s에서의 역기전력, (b) 한 상 전류에 대한 정추력

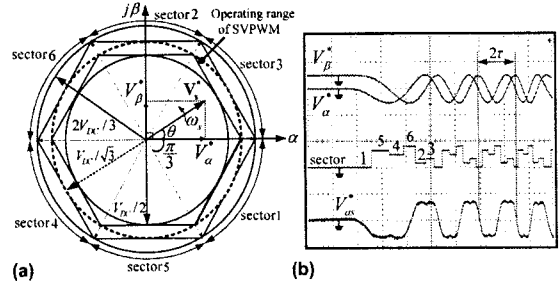


그림 3. 공간벡터PWM의 실행: (a) 직류링크전압에 대한 기준전압벡터의 투영, (b) 공간벡터 스위칭 체제에 의한 기준 상전압

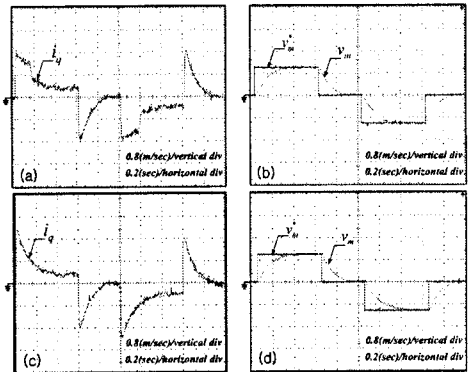


그림 4. 기준속도 1m/s에서의 직류링크전압에 따른 q 축 전류와 가동자의 속도: 직류링크전압 106V에서의 (a) q 축 전류, (b) 가동자속도, 직류링크전압 148V에서의 (c) q 축 전류, (d) 가동자속도

결과적으로 동특성 실험을 통해 직류링크전압에 따른 PMLSM 시스템의 속도특성을 확인함으로써 도출된 정수와 직류링크전압의 정당성을 확인할 수 있었다.

[참 고 문 헌]

- [1] S.A.Nasar, "Linear electric motor: theory, design and practical application", Prentice-Hall, Inc.,1987
- [2] Won-Bum Jang, Seok-Myeong Jang and Dae-Joon You, "Dynamic Drive Analysis through Base Speed Determination for Optimal Control Boundary in PMLSM with Self-load", IEEE Trans. Magn., vol 41, 2005.
- [3] David L.Trumper, Won-Jong Kim and Mark E. Williams, "Design and Analysis Framework for Linear Permanent-Magnet Machines", IEEE Trans. Industry Application, vol. 32, no. 2, 1996.
- [4] Erwan Simon, "Implementation of a Speed Field Oriented Control of 3-phase PMSM Motor using TMS320F240", Texas Instruments application report, SPRA588, 1999.