

# Dual-EKF를 이용한 혼다인 레이저 간섭계의 비선형 오차보정

## Nonlinearity error compensation in heterodyne laser interferometer using Dual-EKF

이상철(\*), 이우람(\*\*), 유관호(\*\*\*)  
Sang-Chul Lee, Woo-Ram Lee, Kwan-Ho You

**Abstract** – The heterodyne laser interferometer has been widely used in precise measurement field. However, the accuracy is limited by the nonlinearity error caused from incomplete laser sources and nonideal optical components. In this paper, we propose the Dual-EKF which estimates states and weights simultaneously to improve the resolution of heterodyne laser interferometer. As a proof, we demonstrate the effectiveness of our proposed method through experimental results.

**Key Words** : Nonlinearity, laser interferometer, Dual-EKF, weight estimation, error compensation.

### 1. 서론

나노급의 길이측정 기기로써, 레이저 간섭계는 다양한 응용 분야에서 이용되고 있다. 그리고 간섭계는 간섭효과를 이용하여 긴 측정거리(대략 1nm에서 60m까지)의 길이측정, 고주파수 안정도에 따른 높은 반복 정밀도와 같은 여러 장점을 갖추고 있어, 특히 반도체 제조공정에서 널리 사용되고 있다. 하지만, 레이저 간섭계의 정확한 측정은 불안정한 레이저 소스와 광학 장비들로 인하여 주기적인 비선형성에 의한 제약을 받는다.[1-2] 그중에서도 주된 비선형성 예라는 주파수혼합과 편광혼합에 의하여 일어난다.

레이저 간섭계의 비선형성 보정을 위하여 많은 연구들이 진행되어 왔다. 그중 Guo [3]에 의한 이론적인 분석은 비직교성에 기인한 시스템 비선형성을 보여주고, 두 개의 주파수 입력 광원의 타원율이 하나의 위상 보정기를 이용해서 보정됨을 보여준다. 그리고 Eom [4]은 내부미러 He-Ne 레이저의 주파수 안정화를 위한 간략한 디지털 컨트롤 시스템을 제안했다. 본 논문에서는 Dual-EKF 기법을 이용하여 혼다인 간섭계로부터 발생하는 비선형성을 보정하는 알고리즘을 제안한다. 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 레

이저 간섭계에서 발생하는 비선형성에 대해 설명한다. 상태, 측정방정식 모델링과 Dual EKF를 이용한 오차 보정은 3장에서 다룬다. 4장은 실험결과를 통해서 제안한 알고리즘의 효능을 입증하고, 마지막으로 5장에서 결론을 내린다.

### 2. 혼다인 레이저 간섭계

레이저 간섭계의 측정 분해능은 주파수 혼합, 편광 혼합, 주파수-편광 혼합 등의 원치 않는 비선형성에 의하여 제약을 받는다.[5] 우선 비선형성이 고려되지 않은 이상적인 경우의 혼다인 레이저 간섭계의 모식도는 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

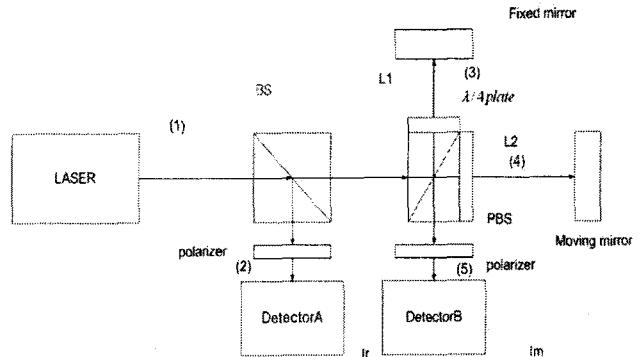


그림 1. 이상적인 경우에 혼다인 레이저 간섭계

- (a) BS(bean splitter),(b) PBS(polarization beam splitter)  
(1)  $2\pi f_1 t, 2\pi f_2 t$ , (2)  $A2\pi f_1 t + B2\pi f_2 t$ , (3)  $A2\pi f_1 t$ ,  
(4)  $B2\pi f_2 t$ , (5)  $A2\pi f_1 t + B2\pi f_2 t$

이상적인 상태에서 검출기 A에 입력되는 신호의 세기

#### 저자 소개

\* 準會員：成均館大學 電子電氣學科 碩士課程

\*\* 準會員：成均館大學 電子電氣學科 碩士課程

\*\*\* 正會員：成均館大學 電子電氣學科 副教授 · 工博

† 이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 지원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-313-D0327).

$I_r$ 은 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$I_r \propto \frac{1}{2}(A^2 + B^2) + ABCOS[2\pi\Delta ft + (\Phi_B - \Phi_A)] \quad (1)$$

여기에서  $A$ 와  $B$ 는 진폭이고,  $\Phi_A$ 와  $\Phi_B$ 는 초기 위상값을 나타낸다. 그리고  $\Delta f$ 는  $f_2 - f_1$ 의 차이를 의미한다. 헤테로 다인 레이저 간섭계의 실제 비선형 성분을 고려한 경우에 광 검출기 B로부터, 모든 에러 요소들을 포함하는 전기장에 관한식은 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$\begin{aligned} E_{B1} &= \bar{A}e^{j(2\pi f_1 t)} + \beta_f e^{j(2\pi f_2 t)} + \alpha_p e^{j(2\pi f_1 t)} \\ &\quad + \beta_{pf} e^{j(2\pi f_1 t + \pi/2)} \\ E_{B2} &= \bar{B}e^{j(2\pi f_2 t)} + \alpha_f e^{j(2\pi f_1 t)} + \beta_p e^{j(2\pi f_2 t)} \\ &\quad + \alpha_{pf} e^{j(2\pi f_1 t + \pi/2)} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\bar{A}$  와  $\bar{B}$ 는 각각  $Acos\Phi_1$ ,  $Bcos\Phi_2$ 를 나타내고,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 각각  $Af_1$ 과  $Bf_2$ 의 엇갈리게 반사되어진 범위 크기를 나타낸다. 그리고 프라임 기호는 도플러 효과가 적용된 주파수를 나타낸다. 마지막으로  $f$ ,  $p$ ,  $pf$ 는 각각 주파수 혼합과 편광혼합, 주파수-편광혼합의 비선형성을 나타낸다. 하이패스필터를 적용해서 DC 요소를 제거시키고, 초기 위상값을 생략하게 되면 측정세기  $I_m$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} I_m &\propto (E_{B1} + E_{B2})(E_{B1} + E_{B2})^* \\ &= \bar{A}\bar{B}cos(2\pi\Delta ft + \Phi) + (\bar{A}\beta + \bar{B}\alpha)cos(2\pi\Delta ft) \\ &\quad + (\alpha\beta + \beta_{pf}\alpha_{pf})cos(2\pi\Delta ft - \Phi) \\ &\quad + (\bar{A}\beta_{pf} - \bar{B}\alpha_{pf})sin(2\pi\Delta ft) + (\alpha\beta_{pf} - \beta\alpha_{pf}) \\ &\quad \times sin(2\pi\Delta ft - \Phi) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\alpha = \alpha_p + \alpha_f$  그리고  $\beta = \beta_p + \beta_f$  이다.

Lock-in-amplifier를 이용하여 신호  $I_r$ 을  $0^\circ$  와  $90^\circ$  지연후에  $I_m$ 에 각각 곱해주면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} I_m I_r &\approx cos(2\pi\Delta ft)[\bar{A}\bar{B}cos(2\pi\Delta ft + \Phi) + (\bar{A}\beta + \bar{B}\alpha) \\ &\quad \times cos(2\pi\Delta ft) + (\alpha\beta + \beta_{pf}\alpha_{pf})cos(2\pi\Delta ft - \Phi) + \\ &\quad (\bar{A}\beta_{pf} - \bar{B}\alpha_{pf})sin(2\pi\Delta ft) + (\alpha\beta_{pf} - \beta\alpha_{pf}) \\ &\quad \times sin(2\pi\Delta ft - \Phi)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_m I_r e^{j\pi/2} &\approx sin(2\pi\Delta ft)[\bar{A}\bar{B}cos(2\pi\Delta ft + \Phi) + (\bar{A}\beta + \bar{B}\alpha) \\ &\quad \times cos(2\pi\Delta ft) + (\alpha\beta + \beta_{pf}\alpha_{pf})cos(2\pi\Delta ft - \Phi) + \\ &\quad (\bar{A}\beta_{pf} - \bar{B}\alpha_{pf})sin(2\pi\Delta ft) + (\alpha\beta_{pf} - \beta\alpha_{pf}) \\ &\quad \times sin(2\pi\Delta ft - \Phi)] \end{aligned} \quad (4)$$

로우패스필터를 통과한 이후의 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_x &= \left( \frac{\bar{A}\bar{B} + \alpha\beta + \beta_{pf}\alpha_{pf}}{2} \right) cos\Phi - \left( \frac{\alpha\beta_{pf} - \beta\alpha_{pf}}{2} \right) sin\Phi \quad (5) \\ &\quad + \frac{\bar{A}\beta + \bar{B}\alpha}{2} \\ I_y &= \left( \frac{\alpha\beta + \beta_{pf}\alpha_{pf} - \bar{A}\bar{B}}{2} \right) sin\Phi - \left( \frac{\alpha\beta_{pf} - \beta\alpha_{pf}}{2} \right) cos\Phi \\ &\quad - \frac{\bar{A}\beta_{pf} - \bar{B}\alpha_{pf}}{2} \end{aligned}$$

여기서  $I_x$ 의 사인항과  $I_y$ 의 코사인항은 PBS정렬을 좀더 주의 깊게 하므로써 제거되어 질수가 있다.

### 3. 시스템 모델링 및 Dual-EKF 적용

제안한 Dual-EKF를 크게 두 가지 과정으로 나눌 수 있다. 하나는 상태추정으로써 일반적인 EKF기법을 이용하게 되고, 또 다른 과정(신경회로망)은 파라메타 추정으로써 웨이트 필터를 이용하여 웨이트를 트레이닝하게 되는데, 두 가지 과정이 상호 보완적으로 온라인으로 이루어 질수 있는 장인한 알고리즈다. Dual-EKF를 이용하기 위해서는 우선 실행적으로 관측하고자 하는 시스템을 상태방정식과 측정방정식으로 모델링해야 한다.

레이저 간섭계의 변위이동에 대한 모델링은 아래 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= x(k) + t_d v(k) \\ v(k+1) &= v(k) + \xi(k) \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서  $x$ 는 변위 값을 나타내고  $t_d$ 는 시간 샘플링 값,  $v$ 는 속도 값,  $\xi$ 는 노이즈 값을 각각 나타내게 된다. 여기에서 변위는 아래 식을 이용하여 위상 값을으로 변환할 수 있다.

$$\Phi = \frac{4\pi n x}{\lambda} \quad (7)$$

여기에서  $n$ 은 경로의 굴절률,  $\lambda$ 는 레이저의 평균 파장 길이이다.  $\alpha = \lambda/4\pi n$ 로 놓게 되면  $x = \alpha\Phi$ 가 되고, 아래 식처럼 위상에 대한 모델링을 구할 수 있다.

$$\Phi(k+1) = \Phi(k) + \frac{t_d}{\alpha} v(k) = \Phi(k) + \Delta\Phi(k) \quad (8)$$

(8) 식을 앞서 정의한  $I_x$ ,  $I_y$ 에 적용시키면 아래 식처럼 상태방적식을 정의 할 수 있다.

$$\begin{aligned} I_x(k+1) &= cos(\Phi(k) + \frac{t_d}{\alpha} v(k)) \\ I_y(k+1) &= sin(\Phi(k) + \frac{t_d}{\alpha} v(k)) \end{aligned} \quad (9)$$

이를 다시 정리해서 상태방정식과 측정방정식으로 정리하게 되면 아래식과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_x(k+1) \\ I_y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_x(k) \\ I_y(k) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$z(k) = \tan^{-1}\left(\frac{I_y(k)}{I_x(k)}\right) + n(k)$$

여기서  $\alpha = \cos \Delta\Phi$ ,  $\beta = \sin \Delta\Phi$ ,  $n(k) = noise$ 이다. 정의된 방정식 (10)에 Dual-EKF을 적용하여 향상된 측정값을 추정 할 수 있다. 아래 식은 Dual-EKF 알고리즘을 나타낸다.[6]

$$\begin{aligned} \hat{w}_0 &= E[w], \quad P_{w_0} = E[(w - \hat{w}_0)(w - \hat{w}_0)^T] \\ \hat{x}_0 &= E[x_0], \quad P_{x_0} = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T] \end{aligned} \quad (11)$$

아래 식은 웨이트와 상태 필터의 시간 업데이트 방정식이다.

$$\begin{aligned} \hat{w}_k &= \hat{w}_{k-1} \\ P_{w_k}^- &= P_{w_{k-1}} + R_k^r \\ \hat{x}_k &= F(\hat{x}_{k-1}, u_k, \hat{w}_k) \\ P_{x_k}^- &= A_{k-1} P_{x_{k-1}} A_{k-1}^T + R^v \end{aligned} \quad (12)$$

아래식은 상태 필터를 위한 측정 업데이트 방정식이다.

$$\begin{aligned} K_k^r &= P_{x_k}^- C^T (C P_{x_k}^- C^T + R^v)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_{k-1} + K_k^r (y_k - C \hat{x}_k) \\ P_{x_k} &= (I - K_k^r C) P_{x_k}^- \end{aligned} \quad (13)$$

아래식은 웨이트 필터를 위한 측정 업데이트 방정식이다.

$$\begin{aligned} K_k^w &= P_{w_k}^- (C_k^w)^T (C_k^w P_{w_k}^- (C_k^w)^T + R^e)^{-1} \\ \hat{w}_k &= \hat{w}_{k-1} + K_k^w (y_k - C \hat{x}_k) \end{aligned}$$

여기에서

$$C = \frac{\partial z}{\partial x}|_{\hat{x}_k}, \quad C_k^w = \frac{\partial z}{\partial w}|_{\hat{w}_k} \quad (14)$$

#### 4. 실험결과

이 장에서 우리는 실험적인 결과와 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 가지고 제안한 알고리즘의 효과를 검증할 것이다. 실험에서 사용된 레이저 헤드는  $0.6329912(\mu\text{m})$ 의 평균파장( $\lambda$ )을 이용하게 되고, 실험 환경 하에 A와 B의 진폭의 크기는 1(V)이다. 그리고 굴절율  $n$ 은  $1.00000026654516$ 이다. 기준신호로써 나노단위의 변위측정이 가능한 캐퍼시턴스 변위 센서(PI: D-100)를 이용하며, 추정된 결과값의 효과를 비교 검증 한다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 웨이트가 트레이닝 되는 구간( $0 \sim 70$ 초)에서는 어느 정도의 과도현상이 존재하지만 70초 이후에 웨이트값이 일정한 값으로 수렴하게 되면, 정전용량센

서(CDS) 측정에 가깝게 추정되는 결과를 볼 수 있다.

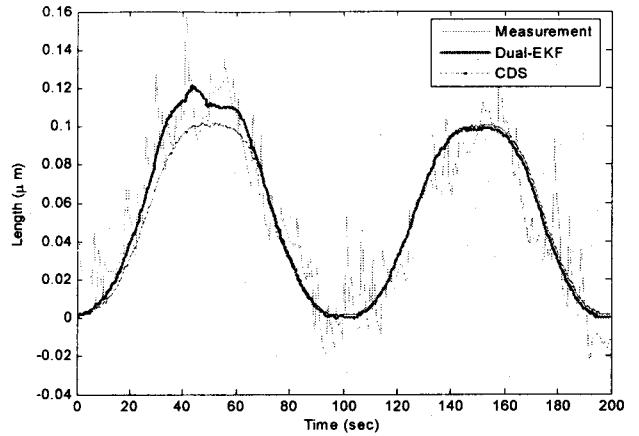


그림 2. 추정 전후의 측정 결과 치 비교

#### 5. 결론

나노스케일의 정확한 변위측정에 관한 장비로써, 헤테로다인 레이저 간섭계는 주파수혼합, 편광혼합, 주파수-편광혼합을 포함하는 원치 않는 비선형 에러에 의하여 정확한 위치추정에 제약을 받는다. 본 논문에서는 비선형 시스템의 선형화를 통해 상태추정을 하는 EKF의 상태필터와 파라메타 추정을 하는 신경회로망의 웨이트 필터가 서로 보완적으로 결합된 Dual-EKF를 이용한다. 문제를 좀더 간략하게 하기 위하여 PBS 정렬에 의한 에러 값은 무시하게 되고, 시스템 모델링을 하기위하여 LIA를 통과한 두 신호를 이용하여, 상태방정식과 측정방정식을 유도해낸다. 이를 실험과 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 Dual-EKF 알고리즘이 어느 정도의 웨이트 트레이닝 과정을 거치게 되면 기준 CDS값에 가까운 측정값을 보여주게 되는 것을 확인 할 수 있다.

#### 참 고 문 현

- [1] Lawall, J. Kessler, E. "Michelson interferometry with 10 pm accuracy", Review of Scientific Instruments 71, pp. 2669 ~2676, 2000.
- [2] Hou, W. Wilkening, G. "Investigation and compensation of the nonlinearity of heterodyne interferometers", Measurement Science & Technology 7, pp. 520~524, 1992.
- [3] Guo, J. Zhang, Y. and Shen, S. " Compensation of nonlinearity in a new optical heterodyne interferometer with doubled measurement resolution," Optics Communications, Vol. 184, pp. 49~55, 2000.
- [4] Eom, T.B. Choi, H.S. and Lee, S.K. "Frequency stabilization of an internal mirror He-Ne laser by digital control," Rev. Sci. Instrum, Vol. 73, pp. 221~224, 2002.
- [5] Wu, C.M. and Deslattes, R.D. "Analytical modeling of the periodic nonlinearity in heterodyne interferometry", Applied Optics, Vol. 37, No. 28, pp. 6696~6700, 1998.
- [6] Eric A. Wan and Alex, T. Nelson. "KALMAN FILTERING AND NEURAL NETWORKS", JOHN WILEY & SONS, INC. pp. 123~133, 2001.