

부분 몰수된 고정-자유 실린더 쉘의 고유 진동 특성

Natural Vibration Characteristics of Clamped-Free Cylindrical Shell Partially Submerged in Water

곽문규† · 구재량*

Moon K. Kwak, Jae R. Koo

1. 서론

박판의 실린더 쉘 구조물은 액체나 가스를 저장하는 압력용기와 잠수함의 기본 구조로 사용되어 왔다. 또한 발전소에서 사용하는 수중 펌프의 구조 또한 쉘 구조물 형태로 되어 있는데 상단부가 고정되어 있고 하단부가 부분적으로 유체와 접한 원통 형태의 쉘 구조물로 간주할 수 있다. 본 연구에서는 고정-자유 원통형 쉘 구조물이 부분 몰수 되어있을 경우의 고유진동수 변화를 해석하였다.

고유진동수 변화량을 예측하기 위해 Rayleigh-Ritz 방법을 도입해 공기중 쉘 구조물의 운동에너지와 탄성에너지와 유체로 인한 운동에너지 증가량을 유도하였다. 유도된 운동 방정식을 이용하면 유체와 부분적으로 접한 고정-자유 실린더 쉘의 고유진동 특성을 쉽게 계산할 수 있다.

2. 유체-구조 연성

그림 1 과 같이 고정-자유 실린더 쉘이 부분적으로 몰수되어 있는 경우를 고려해 보자. 유체의 유동은 포텐셜 함수를 이용해 표현할 수 있는데, 식 (6)을 고려해 쉘 외부의 내부의 포텐셜 역시 다음과 같이 급수 전개식으로 나타낼 수 있다. 유체는 비점성이며 비회전으로 가정한다.

먼저 실린더 쉘의 외부에 접해있는 유체에 대해 살펴보자. 포텐셜 역시 쉘의 탄성 변위 표현식과 마찬가지로 원주방향 절점수에 대해 급수 전개로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi^e(r, \bar{x}, \theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^e(r, \bar{x}, \theta, t) \quad (1)$$

여기서 $\phi^e(r, \bar{x}, \theta, t)$ 는 외부 유체에 대한 포텐셜을 나타낸다.

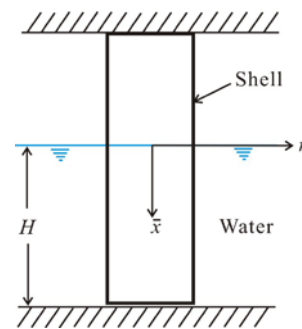


Fig. 1 Cylindrical Shell Partially Immersed in Water

n 번째 원주방향 모드에 대해 쉘과 외부와 내부적으로 접해있는 유체 포텐셜에 대한 지배방정식은 다음과 같이 Laplace 방정식으로 주어진다.

$$\nabla^2 \phi_n^e = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (2)$$

그림 3 과 같은 쉘 구조물에 대해 유체-구조 접면에서의 경계조건은 다음과 같다:

$$\frac{\partial \phi_n^e}{\partial r} = -\dot{w}_n(\bar{x}, \theta, t) \quad \text{at } r = R, 0 \leq \bar{x} \leq H \quad (3)$$

자유표면과 하부 벽면에서의 경계조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_n^e = 0 \quad \text{at } \bar{x} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi_n^e}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \text{at } \bar{x} = H \quad (5)$$

외부 유체 포텐셜은 먼 거리에서 0 으로 수렴해야한다. 이와 같은 조건을 만족하는 외부 유체 포텐셜은 다음과 같이 유도된다.

$$\phi_n^e(r, \bar{x}, \theta, t) = -\frac{2}{H} s_\lambda(\bar{x}) K_{n\lambda}(r) P_{n\lambda}^{-1} E_{\lambda w} \cos n\theta \dot{q}_{nw}(t) \quad (6)$$

실린더 쉘의 내부에 속해있는 유체 포텐셜 또한 이와 비슷한 정식화 과정을 거쳐 다음과 같이

† 교신저자; 곽문규

E-mail : kwakm@dongguk.edu

Tel : (02) 2260-3705, Fax : (02) 2263-9379

* 한국전력공사 전력연구원

유도된다.

$$\phi_n^e(r, \bar{x}, \theta, t) = \frac{2}{H} s_\lambda(\bar{x}) I_{n\lambda}(r) Q_{n\lambda}^{-1} E_{\lambda w} \dot{q}_{nw}(t) \cos n\theta \quad (7)$$

외부 및 내부 유체 포텐셜을 이용해 유체의 운동에너지를 구해보면 다음과 같다.

$$T_{fn} = \frac{1}{2} \dot{q}_{nw}^T M_{fn} \dot{q}_{nw} \quad (8)$$

여기서

$$M_{fn} = \frac{2\rho_f R\pi}{H} E_{\lambda w}^T \left(-P_{n\lambda}^{-1} K_{n\lambda}(R) + Q_{n\lambda}^{-1} I_{n\lambda}(R) \right) E_{\lambda w} \quad (9)$$

따라서 고유치 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\left[K_n - \bar{\omega}_{fn}^2 \left(M_a + \frac{\gamma\delta}{\alpha} M_f \right) \right] q_n = 0, \quad n=1, 2, \dots \quad (10)$$

여기서 $\bar{\omega}_{fn} = \omega_{fn} \sqrt{\rho(1-\nu^2)L^2/E}$ 는 유체와 접한 경우의 무차원화된 고유진동수를 나타낸다.

3. 수치계산

수치 계산을 위해 다음과 같은 수치값을 사용하였다. $L=9$ m, $R=1.2$ m, $h=0.015$ m, $\nu=0.26$, $\rho=8000$ kg/m³, $E=193$ GPa, $\rho_f=1000$ kg/m³. 이 값을 이용해 계산한 고유진동수 값이 Fig. 2- 3 이다. 그림 2, 3에서 알 수 있듯이 각 원주방향 모드 1차 고유진동수는 물의 높이가 작더라도 크게 변화함을 알 수 있다. 물의 높이가 쉘 길이의 반 정도가 되면 고유진동수의 변화는 크지 않음을 알 수 있다.

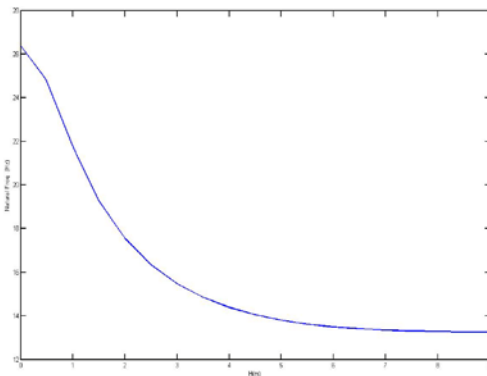


Fig. 2 Natural Frequency vs. Water Depth(n=1, m=1)

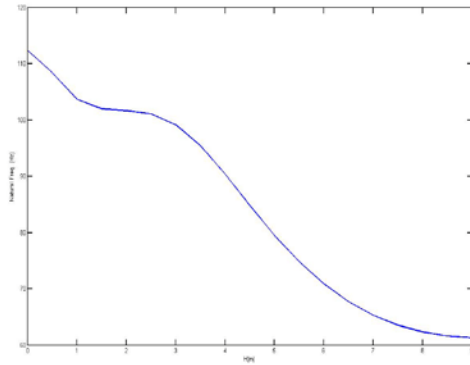


Figure 3. Natural Frequency vs. Water Depth(n=1, m=2).

4. 토의 및 결론

본 연구에서는 부분적으로 유체와 접한 고정-자유 실린더 쉘 구조물의 고유진동 해석을 위해 Rayleigh-Ritz 방법을 사용하고 포텐셜 함수와 에너지 방법을 이용해 유체로 인한 부가수 질량 행렬을 유도하였다. 유도된 부가수 질량 행렬은 물의 높이에 따라 각 고유진동모드에 미치는 물의 영향을 반영하고 있다. 또한 고유진동 모드가 크게 변하지 않는다는 가정을 이용하여 무차원화된 부가수 질량 증분 인자를 유도하였는데 이를 이용하면 간단하게 고유진동수 변화를 예측할 수 있다. 본 연구를 통해 다음과 같은 결론이 유도되었다.

쉘의 경우 판의 경우와 달리 부가수 질량 증분 인자가 쉘의 질량밀도 대비 물의 질량 밀도비, 길이대비 두께비, 반경대비 길이 비, 길이대비 물의 높이비에 의해 좌우된다. 무차원 부가수 질량 증분 인자는 물의 높이가 작더라도 큰 영향을 받게 됨을 알 수 있으며 고차 모드로 갈 수록 절점의 영향이 반영된다. 수치계산을 위해 고려한 실린더 쉘 구조물의 경우를 계산 결과 역시 고유진동수가 물의 높이에 의해 크게 영향을 받음을 알 수 있다. 1 차 외팔보 모드의 경우 물의 높이가 작더라도 고유진동수에 크게 영향을 줄 수 있다. 고차 외팔보 모드의 경우 절점이 있기 때문에 물의 높이의 영향은 일률적으로 감소하지 않게 된다. 원주 방향 모드가 있는 경우의 1 차 고유진동수도 1 차 외팔보 고유진동수와 마찬가지로 물의 높이가 작더라도 큰 변화를 겪게 됨을 알 수 있다. 수중에서의 저차 고유진동모드는 공기 중 고유진동 모드와 비교하였을 때 크게 변하지 않음을 알 수 있다.