

HSLDS 마그네틱 진동절연체의 절연성능에 대한 설계 파라미터 분석

Design Parameter Study on the Isolation Performance of the HSLDS Magnetic Vibration Isolator

신기홍†
Kihong Shin

Key Words : Vibration Isolation (진동 절연), Magnetic Force (자력), Nonlinear (비선형), Negative Stiffness (음의 강성), HSLDS (High-Static-Low-Dynamic-Stiffness).

ABSTRACT

In general, the softer the stiffness of a linear vibration isolator the better the performance of isolation can be achieved. However, the stiffness of the isolator cannot be made too soft because it needs a sufficient stiffness to hold the load. This is the most critical limitation of a linear vibration isolator. Recently, a HSLDS (High-Static-Low-Dynamic-Stiffness) magnetic vibration isolator was proposed to overcome this fundamental limitation. The suggested isolator utilizes two pairs of attracting magnets that that introduces negative stiffness. Previously, this new type of vibration isolator was merely introduced and showed a possibility of practical use. In this paper, detailed dynamics of the HSLDS magnetic isolator are studied using computer simulations. Then, the isolation performance is examined for various design parameters to aid the practical use.

1. 서론

진동 절연체 (vibration isolator)는 산업현장뿐만 아니라 일상 생활에서도 쉽게 접할 수 있는 기계 및 전기전자 제품에 필수적인 매우 중요한 요소이다. 예를 들면, 냉장고, 컴퓨터, 세탁기 등과 같은 가전 제품의 하부에 장착되는 합성고무 재질의 받침다리는 진동 절연체의 역할을 하고 있으며, 진동 절연은 외부의 진동이 제품에 전달되는 것을 줄이거나 제품 자체의 진동이 바닥으로 전달되는 것을 줄이는 것을 의미한다.

진동 절연체의 설계는 감쇠를 무시하는 경우 개략적으로 표현하면 Fig. 1 과 같이 제품 (Equipment)에 가장 적합한 스프링을 선택하는 것으로 표현될 수 있다.

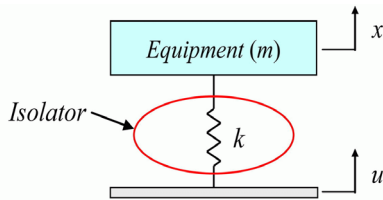


Fig. 1 Linear vibration isolator

Fig. 1 은 바닥 가진 (Base Excitation)의 경우를 나타낸 것이며, u 는 바닥 가진 성분의 변위, x 는 제품의 변위, m 은 제품의 질량, k 는 강성을 나타낸다.

이 경우 전체 시스템의 고유진동수는 $\omega_n = \sqrt{k/m}$ 이며, 바닥 가진 성분의 주파수를 ω 라고 할 때, 진동 절연 효과가 있는 주파수 영역은 $\omega > \sqrt{2}\omega_n$ 이며 이 보다 작은 주파수 구간에서는 증폭이 일어난다. 따라서 진동 절연의 성능을 높이기 위해서는 시스템의 고유진동수를 가능한 낮게 되도록 진동 절연체를 설계하여야 한다. 즉 스프링의 강성이 낮을수록 절연 효과는 커지게 되지만, 지나치게 낮게 되면 제품의 무게를 제대로 지지할 수 없기 때문에 절연 효과가 감소되더라도 어느 정도의 강성을 유지해야만 한다. 이는 선형 진동 절연체의 근본적인 한계이기도 하다.

이러한 선형 진동 절연체의 단점을 보완하고 성능을 향상시키기 위하여, MR 유체를 이용하여 스퀴즈 모드형 마운트⁽¹⁾ 또는 능동 마운트 시스템을⁽²⁾ 구성하거나, 부가질량을 이용하여 2 자유도 시스템을⁽³⁾ 제안하는 등 많은 연구가 이루어져 왔다. 한편, 자석을 이용하여 진동 절연 효과를 증대시키기 위한 연구가 최근 수년간 몇몇 연구자들에 의하여 이루어져 왔다⁽⁴⁻⁸⁾. 그러나 대부분의 경우 한 쌍의 자석이 서로 반발되도록 구성하고, 반발력의 비선형 특성을 이용하여 적합한 비선형 강성 곡선을 구현하는데 중점을 두었다. 이 경우, 특수한 상황에서 약간의 효과는 있으나 기존의 선형 진동 절연체의 근본적인 단

† 교신저자; 안동대학교 기계공학부
E-mail : kshin@andong.ac.kr
Tel : (054) 820-5885, Fax : (054) 823-5495

점을 극복할 수는 없다.

선형 진동 절연체의 근본적인 한계를 극복하기 위하여 Carrella 등은 강성이 높은 스프링을 사용하여 제품의 무게를 감당함과 동시에 두 쌍의 자석을 이용하여 동적인 상태에서만 자석의 인력에 의한 음의 강성 (Negative stiffness)을 유발시켜 낮은 강성을 가질 수 있는 원리를 제안하였으며⁽⁹⁾, 이러한 특성을 가진 강성을 HSLDS (High-Static-Low-Dynamic-Stiffness)라고 명명하였다. 그러나, 그 논문에서는 감쇠를 고려하지 않고 가진 진폭이 작다는 가정하에 정적 (static) 해석을 위주로 기본적인 특성만 분석하였으며 자세한 동적 해석과 설계 파라미터에 따른 진동 전달률 분석은 이루어지지 않았다.

따라서 이 연구에서는 Carrella 등이 제안한 모델을 개선하고 진폭에 따른 안정성 분석을 하였으며, 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 자력과 가진 진폭에 따른 진동 전달률을 분석하여 보다 실질적인 설계가 이루어질 수 있도록 하였다.

2. 운동방정식과 안정성

Carrella 등이 제안한 모델을⁽⁹⁾ 바탕으로 감쇠를 추가하고 보다 현실성이 있도록 구조를 개선한 HSLDS 마그네틱 진동 절연체를 Fig. 2 에 나타내었다.

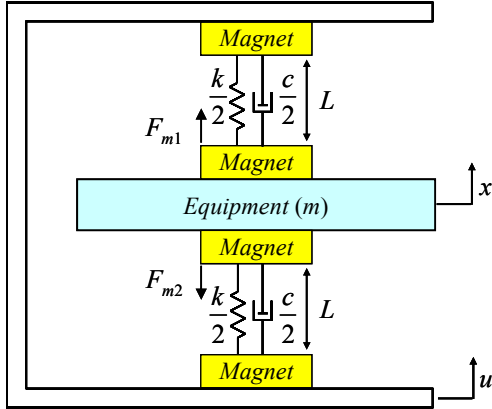


Fig. 2 Description of the HSLDS magnetic vibration isolator

그림에 나타낸 것과 같이 제품 (Equipment)은 두 개의 강성이 큰 선형 스프링에 의하여 충분히 지지되어 있고, 각 스프링의 끝 단에 인력이 작용하도록 자석이 배치되어 있다. 자석의 인력은 정적인 상태에서는 제품의 위 아래 인력이 서로 상쇄되며, 동적인 상태에서는 위 아래의 인력이 서로 달라져 불균형 인력이 발생되는데 이 불균형 인력이 음의 강성 효과를 가져온다.

자석에 의한 자력은 위 아래 각각 $F_{m1} = C_m / (L - x + u)^2$, $F_{m2} = C_m / (L + x - u)^2$ 으로 나타

낼 수 있으며⁽⁹⁾, 여기서 C_m 은 자석 상수 (magnetic constant)이다. 그리고 질량과 베이스의 상대 변위를 $x_r = x - u$ 라고 하면, 질량에 작용하는 불균형 자력은 다음과 같으며

$$F_m = F_{m1} - F_{m2} = \frac{4C_m L x_r}{(L^2 - x_r^2)^2} \quad (1)$$

전체 시스템의 운동방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{u} + ku + F_m \quad (2)$$

식 (1)에서 알 수 있듯이 불균형 자력 F_m 은 상대 변위의 함수이고 시스템에 강성을 변화시키는 역할을 하며, 자력에 의한 등가 강성 (equivalent stiffness) $k_m(x_r)$ 또한 상대 변위의 함수이며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k_m(x_r) = \frac{dF_m}{dx_r} = \frac{4C_m L(L^2 + 3x_r^2)}{(L^2 - x_r^2)^3} \quad (3)$$

이 등가 강성은 비선형이며, 선형 스프링의 작용 방향과는 항상 반대 방향으로 작용하기 때문에 전체 시스템에 음의 강성을 부가시키는 역할을 하며, 특히 $|x_r| > 0$ 인 경우 부드러운 스프링이 된다. 즉, 시스템의 동 강성 (dynamic stiffness)은 정적 강성 (static stiffness)보다 항상 작게 된다.

식 (3)에서 $x_r = 0$ 인 경우 $\bar{k}_m = k_m(0) = 4C_m / L^3$ 이 되고 이는 중립 점 ($x_r = 0$)에서 선형화한 값으로 볼 수 있다. 이 때 시스템의 특성을 좀 더 쉽게 관찰하기 위하여 $\omega_m = \sqrt{\bar{k}_m / m} = \sqrt{4C_m / mL^3}$ 라고 정의하면, ω_m 은 중립 점 부근에서의 자력에 의한 강성만 고려한 경우의 ‘등가’ 고유진동수라고 볼 수 있다.

그리고 $\omega_n = \sqrt{k/m}$, $\zeta = c / 2m\omega_n$, $f_m = F_m / m$ 라고 두면, 질량으로 정규화된 운동방정식과 불균형 자력은 각각 다음의 식들과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x - f_m = 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2u \quad (4)$$

$$f_m = \frac{\omega_m^2 L^4 x_r}{(L^2 - x_r^2)^2} \quad (5)$$

식 (4)의 f_m 은 음의 힘을 나타내기 때문에 시스템이 불안정해질 수 있으며, 시스템의 안정성을 유지하기 위한 조건은 아래와 같다.

$$|f_k(x_r)| > |f_m(x_r)| \quad (6)$$

여기서 $f_k(x_r) = \omega_n^2 x_r$ 이다. 즉, 선형 스프링 힘 f_k 의 크기는 자력 f_m 의 크기 보다 항상 커야 하며 두 성분 모두 상대 변위의 함수이다. 식 (6)의 의미를 보다 쉽게 이해하기 위하여 두 (고유)진동수 비를 $\alpha = \omega_m / \omega_n$ 로 정의하면 아래의 안정성 조건을 구할

수 있으며, α 는 자력의 세기와 직접적인 관련이 있음을 알 수 있다.

$$|x_r| < L\sqrt{1-\alpha} \quad (7a)$$

$$|\dot{x}_r| < \sqrt{1-\alpha} \cdot (\dot{x}_r = x_r/L) \quad (7b)$$

위 조건은 주어진 시스템이 안정성을 유지할 수 있는 최대 상대변위의 크기를 나타내며, 식 (7a)는 상대변위의 절대 크기, 식 (7b)는 상대 변위를 자석 사이의 거리로 정규화한 조건을 나타내고 있다.

식 (7b)에서, 정규화된 상대변위는 주파수 비 α 만의 함수이고 α 의 크기는 항상 $0 < \alpha < 1$ 범위에 있어야 함을 알 수 있으며, 이에 따른 최대 상대 변위의 크기는 Fig. 3에 나타난 것과 같다.

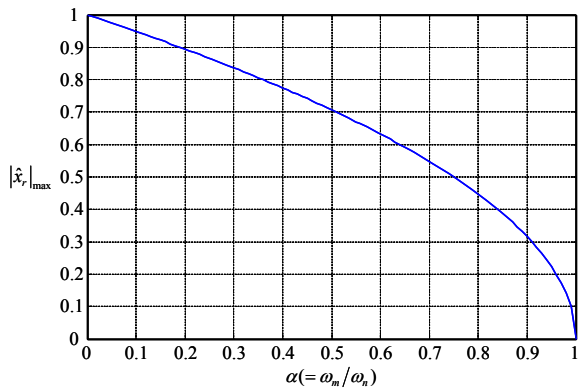


Fig. 3 Maximum relative displacement versus the frequency ratio, α

Fig. 3에서 주파수 비 α 가 커짐에 따라 허용될 수 있는 최대 상대 변위가 작아짐을 쉽게 알 수 있다. 이는 음의 강성 효과를 크게 하기 위하여 α 를 지나치게 크게 할 수 없으며, 설계 시에 어느 정도의 타협(trade-off)이 필요함을 알 수 있다.

또한, 안정성 조건에서 ‘ $1-\alpha$ ’값은 항상 양수가 되어야 하기 때문에, ω_n 과 L 이 주어진 선형 시스템에서 허용할 수 있는 최대 자석 상수 C_m 도 아래와 같이 구할 수 있다.

$$C_m < \frac{L^3 m \omega_n^2}{4} \quad (8)$$

이 조건은 주어진 제품에 적절한 마그네틱 진동 절연체를 설계하는 데 유용하게 사용될 수 있다.

3. 최대 진동 전달률의 이론적 해석

이 절에서는 자력에 의한 음의 강성 효과가 있는 경우와 없는 경우의 최대 진동 전달률을 근사적으로 표현하여 마그네틱 진동 절연체의 효과를 정량적으로 나타낼 수 있도록 한다.

감쇠가 비교적 작은 경우, 선형 시스템의 최대 진동 전달률은 아래와 같이 근사적으로 표현된다.

$$TR_{lin} = \frac{X}{U} \approx \frac{1}{2\zeta} \left(= \frac{m\omega_n}{c} \right) \quad (9)$$

여기서 U 와 X 는 각각 베이스와 질량의 진폭의 크기이다. 자력을 고려하는 경우, 시스템은 비선형 특성이 매우 강해지고 자력에 의한 음의 강성 효과로 전체 시스템의 강성은 작아진다. 중립 점($x_r = 0$)에서의 시스템 강성을 $k_{nl} = k - \bar{k}_m$ 라고 두고, 중립 점 부근에서 작은 진폭으로 운동하고 있다고 가정할 때 자력을 고려한 비선형 시스템의 고유진동수는 아래와 같이 근사화 할 수 있다.

$$\omega_{nl} \approx \sqrt{\omega_n^2 - \omega_m^2} = \omega_n \sqrt{1-\alpha^2} \quad (10)$$

또한, 이 때의 최대 진동 전달률은 $TR_{nonlin} \approx m\omega_{nl}/c$ 로 근사화 할 수 있으며, 자력을 고려하지 않은 경우의 최대 진동 전달률에 대한 비는 아래와 같이 표현되며

$$\frac{TR_{nonlin}}{TR_{lin}} = \frac{\omega_{nl}}{\omega_n} = \sqrt{1-\alpha^2} \quad (11)$$

비선형 시스템의 최대 진동 전달률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$TR_{nonlin} = \frac{X}{U} = TR_{lin} \sqrt{1-\alpha^2} = \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{2\zeta} \quad (12)$$

식 (11)과 (12)는 주파수 비 α 가 커짐에 따라 진동 절연 효과가 커지는 정도를 쉽게 알 수 있으며, 진폭이 커짐에 따라 절연효과가 커질 수 있는 것을 감안하면 자력을 이용하여 최소한 위 식 이상의 절연효과를 얻을 수 있음을 나타낸다.

그리고 식 (7b)와 식 (12)를 조합하면 주어진 시스템에서 안정성을 유지하는 범위 내에서의 베이스 진폭 $\hat{U} = U/L$ (L 로 정규화 하였음)의 최대 값을 근사적으로 구할 수 있다. 즉, 식 (12)에 의하여 질량의 최대 진폭은 $\hat{X} = X/L = \hat{U} \sqrt{1-\alpha^2}/2\zeta$ 이 되며, 이를 식 7(b)에 대입하면 베이스의 진폭은 아래 식을 만족하여야 함을 알 수 있다.

$$\hat{U} < \frac{2\zeta \sqrt{1-\alpha}}{\sqrt{1-\alpha^2} - 2\zeta} \quad (13)$$

실질적으로, 위 식은 허용할 수 있는 베이스 진폭의 최대 크기보다 다소 작은 값을 나타내고 있는 데, 그 이유는 진폭이 커짐에 따라 시스템의 강성 값과 고유진동수는 더 작아지며, 따라서 최대 진동 전달률도 더 작아지게 되면서 허용되는 베이스의 진폭은 위 식보다 더 커질 수 있다. 그러나 식 (13)은 실제 시스템의 설계 시 유용한 가이드 라인으로 사용될 수 있다.

4. 설계 파라미터에 따른 진동 전달률

앞 절에서는 진동 전달률의 최대값만 근사적으로 나타내었으며, 특히 자력의 강도를 나타내는 주파수비 α 가 진동 전달률에 큰 영향을 미치는 파라미터라는 것을 알 수 있었다. 그러나 실제 진동 전달률은 자력뿐만 아니라 베이스의 진폭에 따라서도 달라지게 되는 데, 이 절에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 주파수비 α 와 베이스의 진폭에 따른 진동 전달률의 주파수 특성을 고찰하고자 한다.

베이스의 가진 성분이 $u = A \sin \omega t$ 라고 가정하면, 운동방정식 (4)는 다음과 같은 1 차 연립 미분방정식 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2\zeta\omega_n x_2 - \omega_n^2 x_1 + 2\zeta\omega_n \omega A \cos \omega t + \omega_n^2 A \sin \omega t + f_m \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, $\zeta = 0.05$ 로 두고, 주파수비 α 와 베이스의 진폭 A 를 점차 변경시키면서, 식 (14)를 수치해석 방법에 의하여 정상 상태 응답을 구하고 주파수별 진동 전달률을 구하였다.

먼저, $\alpha = 0.2$ 로 두고 베이스의 가진 진폭 A 를 점차 크게 하였을 때의 진동 전달률을 Fig. 4에 나타내었다.

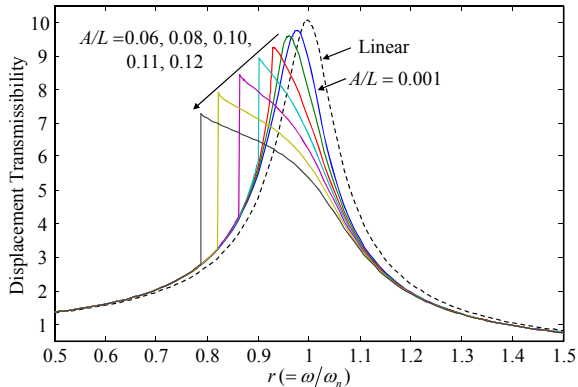


Fig. 4 Displacement transmissibility for various base amplitudes (when $\alpha = 0.2$)

이 그림에서 가진 진폭의 크기가 커짐에 따라, 공진 주파수가 작아지고, 특히 공진 주파수 부근에서의 진동 전달률이 크게 작아지는 것을 알 수 있다. 또한 진폭이 자석 사이의 거리 L 의 10% 이상이면 비선형 현상이 두드러지며 절연 효과도 더욱 커지는 것을 알 수 있다. 진폭과 최대 진동 전달률 사이의 관계를 좀 더 자세히 파악하기 위하여 몇몇 다른 α 값에 대해서도 진폭 A 의 변화에 따른 진동 전달률을 구한 다음, 최대 진동 전달률만 추출하여 Fig. 5에 나타내었다.

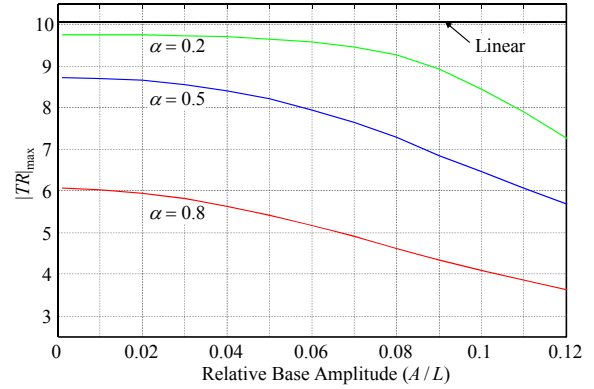


Fig. 5 Maximum displacement transmissibility versus the relative base amplitudes

Fig. 5는 주어진 주파수비 α (또는 자력의 세기)에 있어서, 베이스의 진폭이 커짐에 따라 진동 절연의 성능이 향상되는 정도를 쉽게 알 수 있다. 특히 진폭 A 가 자석 사이의 거리 L 의 8% 이상이 될 때 매우 큰 효과를 볼 수 있음을 나타내고 있다.

다음으로, 베이스의 상대 진폭을 $A/L = 0.01$ 로 두고 주파수비 α 를 점차 크게 하였을 때의 진동 전달률을 Fig. 6에 나타내었다. 여기서, 주파수비 α 의 특성을 자세히 파악하기 위하여 진폭은 매우 작게 설정하였다.

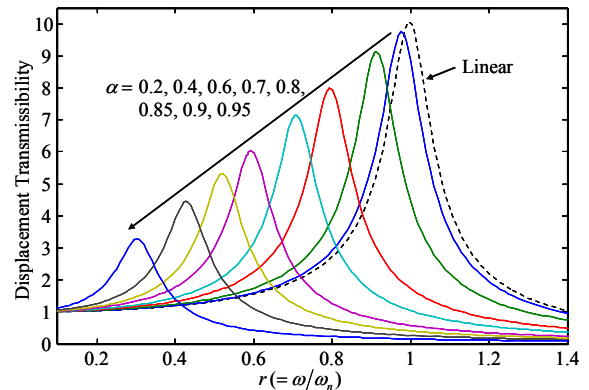


Fig. 6 Displacement transmissibility for various frequency ratios (when $A/L = 0.01$)

Fig. 6은 주파수비 α 가 커짐에 따라, 진동 전달률 그래프 전체가 작아짐과 동시에 저주파 영역으로 크게 이동하고 있음을 보여주고 있다. 즉, 주파수비 α 는 진동 절연 성능을 향상시키기 위한 매우 중요한 파라미터인 것을 나타내고 있다. 몇몇 다른 진폭 A 에 대해서도 주파수비 α 의 변화에 따른 진동 전달률을 구한 다음, 최대 진동 전달률만 추출하여 Fig. 7에 나타내었다.

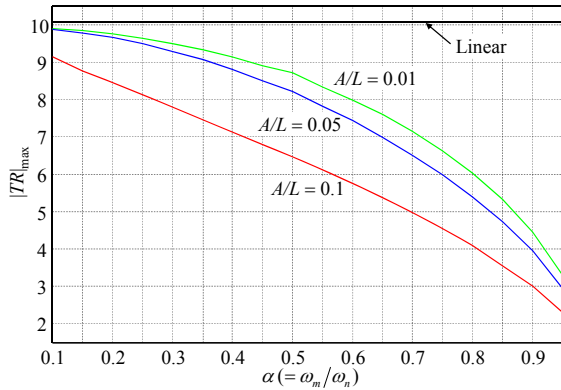


Fig. 7 Maximum displacement transmissibility versus the frequency ratio

Fig. 7에서는 주어진 베이스의 진폭에 있어서, 주파수비 α 가 커짐에 따라 진동 절연의 성능이 향상되는 정도를 쉽게 알 수 있다. 특히, 베이스의 가진 진폭이 매우 작은 경우에도 주파수비 α 의 크기가 어느 정도 이상 되면 절연 성능이 매우 향상 될 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론

이 연구에서는 HSLDS 마그네틱 진동 절연체의 실질적인 설계가 이루어 질 수 있는 모델을 제시하고, 안정성 분석과 주요 파라미터에 따른 진동 전달률을 분석을 통하여 진동 절연 성능을 크게 향상시킬 수 있는 가능성을 제시하였다.

마그네틱 진동 절연체의 설계시 유용하게 사용될 수 있도록 최대 진동 전달률을 이론적으로 근사화 하였으며, 수치해석을 이용하여 베이스의 진폭과 주파수비 α 에 따른 진동 전달률의 주파수 특성을 분석 하였으며, 진폭과 α 가 커짐에 따라 진동 절연 성능이 크게 향상 될 수 있음을 보였다.

진동 전달률 분석을 통하여 HSLDS 마그네틱 진동 절연체는 선형 시스템에 비하여 매우 큰 절연 효과를 기대할 수 있으며, 특히 자력의 세기를 나타내는 주파수비 α 를 일정 수준 이상으로 크게 하는 경우, 진폭의 매우 작은 경우에도 아주 큰 진동 절연 효과를 가져올 수 있음을 나타내었다.

참고 문헌

- (1) Ahn, Y. K., 2003, "Dynamic Properties of Squeeze Type Mount Using MR Fluid", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering. Vol.13, No.6, pp.490~495.
- (2) Choi, S. M., Nguyen, V. Q. and Choi, S. B., 2008, "Active Vibration Control of Automotive Engine Mount Using MR Fluid and Piezostack", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering. Vol.18, No.11, pp.1150~1156.
- (3) Ho, K. C., Lee, B. C., Lee, Y. H., Lee, Y. J. and Kim, M. B., 2007, "Evaluation of high performance isolation spring mount by attached masses", Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 1247~1252.
- (4) Puppin, E. and Fratello, V., 2002, "Vibration Isolation with Magnet Springs", Review of Scientific Instruments. Vol.73, No.11, pp.4034~4036.
- (5) D' Angola, A., Carbone, G., Mangialardi, L. and Serio, C., 2006, "Nonlinear oscillations in a passive magnetic suspension", International Journal of Nonlinear Mechanics. Vol.41, pp.1039~1049.
- (6) Bonisoli, E. and Vigliani, A., 2007, "Identification Techniques applied to a passive elasto-magnetic suspension", Mechanical Systems and Signal Processing. Vol.21, pp.1479~1488.
- (7) Mizuno, T., Takasaki, M., Kishita, D. and Hirakawa, K., 2007, "Vibration Isolation System Combining Zero-power Magnetic Suspension with Springs", Control Engineering Practice. Vol.15, pp.187~196.
- (8) Joshi, A., 2004, "Theoretical and Experimental Studies on Vibration Control in Cantilever Beams Using DC Magnets", Journal of Vibration and Control. Vol.10, pp.995~1008.
- (9) Carrella, A., Brennan, M. J., Waters, T. P. and Shin, K., 2008, "On the Design of a High-Static-Low-Dynamic-Stiffness Isolator using Linear Mechanical Springs and Magnets", Journal of Sound and Vibration. Vol.315, pp.712~720.