

# T형상 보의 크랙 검출 방법에 대한 연구

## Study on Crack Detection of T-beams

손인수† · 노태우\* · 안성진\*\* · 윤한익\*\*

In-Soo Son, Tae-Woo No, Sung-Jin Ahn and Han-Ik Yoon

### 1. 서 론

이 연구에서는 크랙을 가진 T형상 보의 동특성을 해석하였으며, 또한 고유진동수를 이용하여 크랙의 크기와 위치를 파악하는 비파괴 검사법을 실시하였다. 계의 해석은 티모센코 보 이론을 적용하였으며, 크랙에 의해 부가되는 변형에너지는 제 1 파괴모드에 해당하는 유연행렬을 구하여 전체 계에 적용하였다. 운동방정식은 에너지법인 확장된 Hamilton 원리를 이용하여 유도하였고, 크랙위치에서는 크랙의 영향에 의한 파괴역학적 변수를 구하고 보의 횡방향 진동에 영향을 미치는 등가의 회전 스프링 상수로 변환하여 수치해석 하였다. 또한 고유진동수를 이용하여 크랙의 위치와 크기를 검출하고, 일반적인 비파괴 검사법인 초음파 탐상법의 결과와 비교하여 진동특성을 이용한 T형상 보의 비파괴 검사법의 타당성을 검토하였다.

### 2. 이론 해석

#### 2.1 크랙 모델링

Fig. 1은 T형상 보의 크랙 단면을 나타낸 것이다. 여기서  $a$ 는 크랙의 깊이를 그리고  $h$ 는 보의 높이,  $d$ 와  $c$ 는 보의 두께를 나타낸다. 보에서 크랙에 의한 추가 에너지는 Castigliano의 정리에 의하여 다음과 같이 유연행렬로 표현할 수 있다.

$$C = \frac{1}{E'} \int_0^a \frac{\partial^2}{\partial M^2} \int_{-d/2}^{d/2} [K_M(\alpha)]^2 dz da \quad (1)$$

여기서  $K_M = \frac{M}{h^{5/2}} F(\alpha, \beta, \delta)$  이다.<sup>(1)</sup> 또  $M$ 은 굽힘 모멘트

를 나타내며 무차원 변수는 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha = \frac{a}{h}, \beta = \frac{b}{h}, \delta = \frac{d}{h} \quad (2)$$

이 연구에서 사용된 회전 스프링 상수는 식 (1)의 역수이다. 또 무차원 스프링상수는 고유진동수 및 크랙의 위치와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\begin{aligned} &4(1 + \cosh \lambda \cos \lambda) + \frac{\lambda}{K} [\sinh \lambda (\cos \lambda + \cos \lambda e_1) \\ &- \sin \lambda (\cosh \lambda + \cosh \lambda e_1) + 2 \cosh (\lambda \xi_c) \sin (\lambda \xi_c) \\ &- 2 \cos (\lambda \xi_c) \sinh (\lambda \xi_c) - 2 \sin (\lambda e_2) \cosh (\lambda e_2) \\ &+ 2 \cos (\lambda e_2) \sinh (\lambda e_2)] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\lambda = \sqrt{\omega}$ ,  $e_1 = 2\xi_c - 1$ , 그리고  $e_2 = 1 - \xi_c$  이다.

#### 2.2 운동 방정식

자유진동에 대하여 티모센코 보 이론을 적용한 외팔보의 운동방정식을 확장된 Hamilton 원리를 이용하여 유도하면 다음과 같다.

$$EF \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + \kappa GA \left( \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \psi(x,t) \right) - \frac{mI}{A} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &\kappa GA \left( \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right) - P \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \\ &- m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $y(x,t)$ 는 횡방향 변위,  $\psi(x,t)$ 는 전단변형, 그리고  $\kappa$ 는 전단계수이다. 또  $A$ 와  $G$ 는 각각 보의 단면적과 전단탄성계수를 나타내고 있다.  $m$ ,  $E$ , 그리고  $I$ 는 각각 보의 단위 길이당 질량, 영계수, 그리고 보의 단면 2차 모멘트를

† 교신저자; 동의대학교 기계공학과  
E-mail : isson92@deu.ac.kr  
Tel : (051) 890-2239, Fax : (051) 890-2232

\* 대한상공회의소

\*\* 동의대학교 대학원 기계공학과

\*\*\* 동의대학교 기계공학과

의미한다.

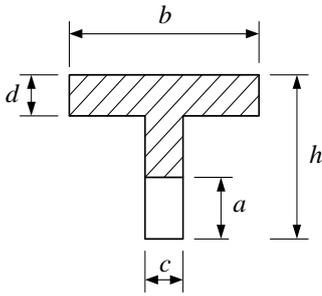


Fig. 1 Cracked T-cross section of beam

### 3. 유한요소 및 수치해석 결과

유한요소 해석을 위한 보의 모델링은 Uni-Graphics (NX5)를 이용하여 수행하였고, 모델링한 보를 상용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS Workbench(Ver. 11.0)를 사용하여 해석하였다. Fig. 3과 같이 유한요소 모델링을 하였으며, 크랙의 크기에 따라 조금씩 차이가 있으나 요소와 절점의 수는 각각 약 15,000 개와 31,000 개 정도로 하였다.

Table 1은 T형 외팔보의 고유진동수를 각각 3차 모드까지 구하였다. 여기서 M은 모드, E는 FEM값과 이론값의 오차, 즉  $\left| \frac{\text{FEM} - \text{Theory}}{\text{FEM}} \right| \times 100$ 을 나타낸다. 유한요소 해석으로 얻어진 결과는 이론값과 비교하여 3차 모드에서 오차가 비교적 크게 나타남을 알 수 있다.

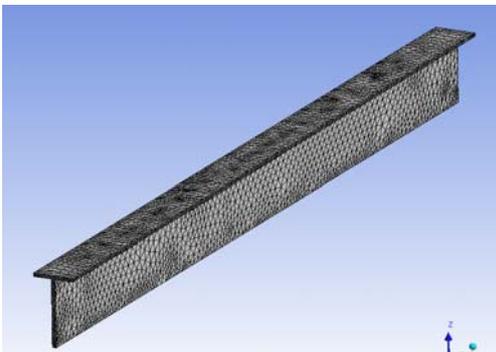


Fig. 2 Finite element model of cracked beam

Table 1 Natural frequencies of cantilever T-beam

$\alpha$	$\xi_c$	M	Natural frequencies(Hz)		E (%)
			Theory	FEM	
Uncracked beam		$\omega_1$	91.87	90.98	1.0
		$\omega_2$	575.82	531.18	8.4
		$\omega_3$	1612.3	1353.3	19
0.3	0.3	$\omega_1$	88.12	85.83	2.6
		$\omega_2$	560.35	521.27	7.5
		$\omega_3$	1583.3	1214.5	30

### 4. 보의 손상검출

수치해석에서 크랙을 가진 보의 고유진동수를 미지수로 두고 크랙의 크기와 깊이에 따른 무차원 강성계수  $K$ 를 결정하여 해석을 수행하였다. 만약 보의 고유진동수를 알고 있다면 식 (3)을 이용하여 역으로  $K$ 를 구할 수 있다. 즉, 강성계수  $K$ 를 구하면 크랙의 위치 및 크기를 판단할 수 있고, 이러한 기본 원리를 이용하여 보의 손상 검출을 수행하고자 한다.

Fig. 3은 크랙 크기 변화에 따른 회전 스프링 상수의 변화를 나타내고 있다. 전반적으로 크랙 크기가 증가할수록 회전 스프링 상수는 감소하고 있음을 알 수 있다. 외팔보의 1차, 2차, 그리고 3차 고유진동수를 알 수 있으면, 크랙의 존재 유무와 크랙의 위치를 파악할 수 있다. 또한 크랙의 위치와 고유진동수를 알고 있다면 그 때의 회전 스프링 상수를 이용하여 크랙의 크기도 판단할 수 있다.

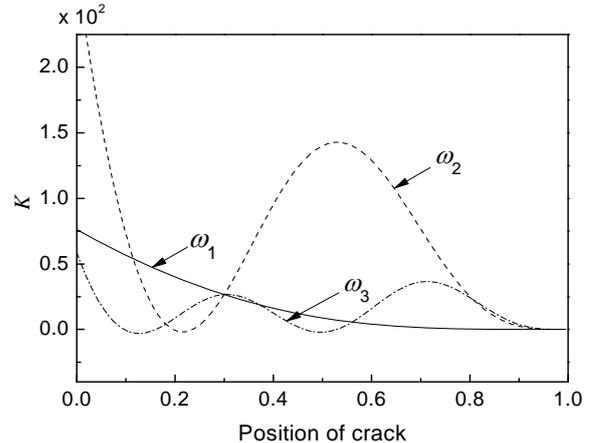


Fig. 3 Rotating spring coefficient  $K$  for first three modes of cracked cantilever beam( $\xi_c = 0.3$ )

### 5. 결 론

T형상을 가진 보의 고유진동수에 미치는 크랙의 영향을 파악하기 위해서 이론적 모델링을 수행하고 그 결과를 유한요소해석을 통하여 비교하였다. 구해진 보의 고유진동수를 이용하여 T형 보 구조물의 손상 검출방법에 대한 연구를 수행하였으며 이후 실험을 통하여 그 방법에 대한 검증을 하고자 한다.

### 참 고 문 헌

- (1) Ricci, P. and Viola, E., 2006, "Stress Intensity Factors for Cracked T-sections and Dynamic Behaviour of T-beams," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 73, pp. 91 ~ 111