

## 선형 구조감쇠를 가지는 유한 요소 모델의 시간 해석

### Time-Domain Analysis of Finite Element Model with Linear Hysteretic Damping

원성규† · 정의봉\* · 배수룡\*\* · 전재진\*\*

Sung Gyu Won, Weui Bong Jeong, Soo Ryong Bae and Jae Jin Jeon

#### 1. 서론

감쇠를 가지는 구조물의 시간 영역 해석에서는 일반적으로 비례 점성 감쇠 모델을 사용하는데 이 방법에서는 재료의 손실계수 특성이 직접 작용되지 않는 단점이 있다. Inaudi 는 힐버트 변환과 해석함수를 도입하여 선형화된 상수 복소수 강성으로 표현되는 구조감쇠 시스템을 시간 영역에서 해석하는 방법을 제시하였다. 여기서는 Inaudi 의 해법을 다자유도 시스템으로 확장하여 유한요소 모델에 적용하였다.

#### 2. 다자유도 구조감쇠계의 시간 영역 해석

힐버트 변환은 식(1)과 같이 정의되며 신호의 크기는 유지하면서 양의 주파수에 대해서 90 도의 위상 변환을, 음의 주파수에 대해서 -90 도의 위상 변환을 가지는 신호를 발생한다.

$$H[y(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-y(\tau)}{\pi(t-\tau)} d\tau \quad (1)$$

그리고 해석함수는 식(2)와 같이 정의된다.

$$y_a(t) = y(t) - jH[y(t)] \quad (2)$$

구조 감쇠를 가지는 다자유도계 방정식은 식(3)과 같이 나타낼 수 있고 이 식은 힐버트 변환을 통해서 식(4)와 같이 표현된다.

$$M\ddot{y}(t) + Ky(t) + SH[y(t)] = w(t) \quad (3)$$

$$M\ddot{y}_a(t) + (K + jS)y_a(t) = w_a(t) \quad (4)$$

식(4)를 상태방정식으로 나타내면 식(5)와 같다.

$$\dot{x}_a(t) = Ax_a(t) + Bw_a(t) \quad (5)$$

$$x_a(t) = \begin{bmatrix} y_a(t) \\ \dot{y}_a(t) \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}(K + jS) & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}$$

행렬 A 를 고유치 해석하면 고유치  $\{s_r\}$ 와  $\{-s_r\}$  그리고 정규직교 고유벡터  $\Psi'$ 를 구할 수 있고 고유벡터의 성질에 의해서 식(5)를 모달 좌표계  $\{q_1\}$ 과  $\{q_2\}$ 로 표현할 수 있다.

$$\Psi' = \begin{bmatrix} \Psi & -\Psi \\ s\Psi & s\Psi \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_r & 0 \\ 0 & -s_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s\Psi^T M^{-1} \\ s\Psi^T M^{-1} \end{bmatrix} w \quad (6)$$

Time reverse 기법으로  $\{q_2\}$  좌표계를 식(7)과 같이 변환하면 식(6)은 식(8)로 표현된다.

$$r = -t \quad \tilde{q}_2(r) = q_2(t) \quad \tilde{q}_2'(r) = \dot{q}_2(-t) \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}}_1 \\ \dot{\tilde{q}}_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_r & 0 \\ 0 & s_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ \tilde{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (s\Psi)^T M^{-1} \\ -(s\Psi)^T M^{-1} \end{bmatrix} w \quad (8)$$

모달 좌표계의 각 모드별 시간 응답은 식(9)와 같이 구할 수 있고 물리 좌표계의 응답의 해석함수는 모드의 중첩에 의해서 식(10)과 같이 구할 수 있다.

$$q_{k+1}^{(1,r)} = e^{s_r dT} q_k^{(1,r)} + \frac{1}{s_r} (e^{s_r dT} - 1) ((s\Psi)^T M^{-1} w)_k \quad (9-a)$$

$$q_{k-1}^{(2,r)} = e^{s_r dT} q_k^{(2,r)} - \frac{1}{s_r} (e^{s_r dT} - 1) ((s\Psi)^T M^{-1} w)_k \quad (9-b)$$

$$\begin{bmatrix} y_a \\ \dot{y}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi & -\Psi \\ s\Psi & s\Psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi q_1 - \Psi q_2 \\ s\Psi q_1 + s\Psi q_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

실재 물리 좌표계의 응답은 해석함수의 실수부를 취하여 얻을 수 있다.

$$y(t) = \text{Re}[y_a(t)]$$

† 부산대학교 대학원 기계공학부

E-mail : fabre@pusan.ac.kr

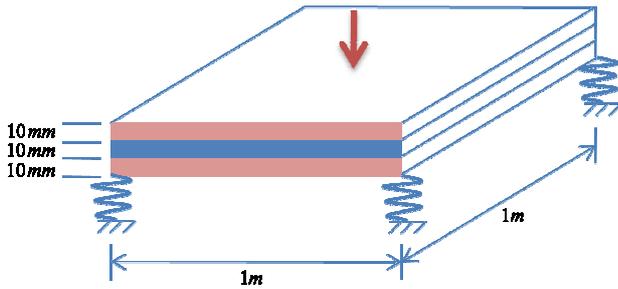
Tel : (051) 510-3088, Fax : (051) 517-3805

\* 부산대학교 기계공학부

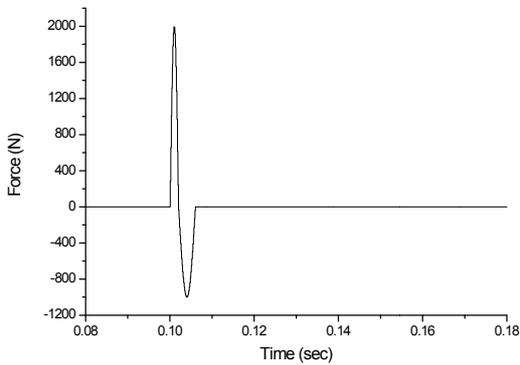
\*\* 국방과학연구소

**Table 1 Material properties**

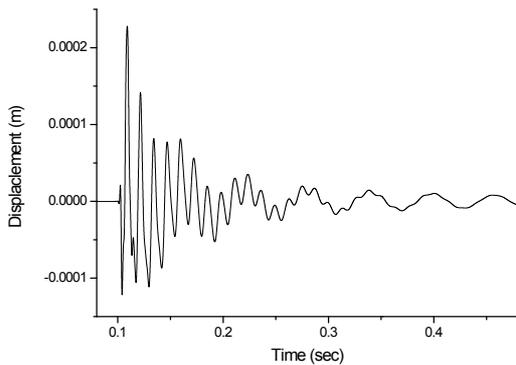
	Middle	Face
$E$ (N/m <sup>2</sup> )	2e11	2e9
$\nu$	0.3	0.45
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	7850	2851
$\mu$	0	0.5



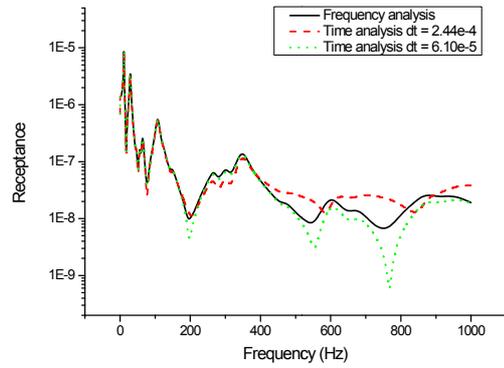
**Fig. 1 Mounted plate model with structural damping**



**Fig. 2 Impulsive force**



**Fig. 3 Attenuate time-domain response**



**Fig. 4 Comparison receptance with Fourier transform of impulse response**

### 3. 유한요소 모델에 적용

Fig. 1 은 네 귀퉁이가 탄성 마운트에 의해 지지되어 있고 히스테리 감쇠가 작용하는 평판 구조물을 나타낸다. 이것은 적층구조로 이루어져 있으며 재료의 구성은 Table 1 과 같다.

Fig. 2 과 3 는 시간에 따라 외부에서 작용한 충격 하중과 변위응답의 그래프이다. 응답의 감쇠 특성은 감쇠층의 구조감쇠로부터 직접 작용한 것이다.

Fig. 4 는 평판 구조물의 중앙에서 자기 가진점에 대한 리셉턴스와 구조물의 중앙에서의 충격변위응답 함수를 주파수 변환한 것을 비교한 것이다. 시간 영역 해석에서 충격함수의 적분 시간 간격이 짧을수록 주파수 영역에서의 해석 결과로 수렴하는 특징을 보이고 있으며, 감쇠 성능도 뚜렷이 표현되고 있다.

### 4. 결 론

유한요소 모델이 구조감쇠를 가지는 경우에도 힐버트 변환을 사용하여 외부에서 작용하는 하중을 해석함수로 변환함으로써 재료의 손실계수가 직접 감쇠 성능으로 작용하는 시간응답을 예측할 수 있었다.

### 후 기

본 연구는 국방부가 지정한 수중운동체특화연구센터(UVRC)의 지원에 의해 수행되었습니다.