

# 링 스티프너로 보강된 실린더 쉘구조물의 수중 고유진동해석

Put English Title Here

이한동\* · kwakm\* · 정우진\*\* · 전재진\*\*

Han-Dong Lee, Moon K. Kwak, Woo Jin Jung, Jae Jin Jeon

## 1. 서론

링 스티프너로 보강된 얇은 원통형의 쉘 구조물은 잠수함과 같이 외압을 받는 구조물로 사용된다. 이와 같은 링 스티프너로 보강된 원통형 쉘 구조물의 능동진동제어를 위해서는 무엇보다도 운동방정식의 유도도 필요하다. 특히 이와 같은 구조물이 수중에 몰수되어 있는 경우에는 유체 연성으로 인한 효과를 반영한 운동방정식의 유도도 필요하다.

원통형 쉘 구조물의 운동방정식 유도는 Arnold and Waburton 으로부터 시작되었는데 이중 가장 단순한 이론은 Donnel and Mushtari 이론이다. 이 이론에 근거하여 Kwak et al.가 MFC 작동기와 감지기가 부착된 실린더 쉘의 능동진동제어기 설계에 적합한 운동방정식을 유도하고 실험을 수행하였다.

보강된 원통형 쉘의 진동 문제는 Wang et al., Mustafa and Ali, Al-Najafi and Waburton 등이 다루었는데 실린더 쉘 구조물에 보강된 링 스티프너의 운동에너지와 탄성에너지를 유도하고 이를 실린더 쉘 자체의 운동에너지와 탄성에너지에 결합하여 운동 방정식을 유도하였다.

이와 같이 공기 중 실린더 쉘 구조물에 대해서는 동적 모델링 및 능동진동제어기 설계가 많이 이루어졌지만 실린더 쉘 구조물이 수중에 있을 경우에 대해서는 수행된 연구 결과가 미미하다. 실린더 쉘이 유체와 접한 경우에 대해서는 Berot and Peseux, Amabili 등이 다루었지만 본 연구에서 다루고 있는 몰수된 보강 실린더 쉘 구조물의 진동 문제를 해석하기에는 적합하지 못하다.

본 연구에서는 몰수된 보강 실린더 쉘의 고유진동 해석을 위해 Rayleigh-Ritz 방법을 사용하였다. 이를 위해 실린더 쉘, 링 스티프너의 운동에너지와 탄성에너지를 유도하고, 유체-구조 연성문제를 풀어 유체의 운동에너지를 유도하였다. 이렇게 유도된 에너지를 합하여 총 운동에너지와 탄성에너지를 유도

하고 이를 이용해 고유진동 해석을 위한 운동방정식을 유도하였다. 이 모델에 대해 수치해석을 수행하고 그 결과를 제시하였다.

## 2. 링 스티프너의 운동에너지와 탄성에너지

원주 방향의 n 번째 모드에 대한 k 번째 링 스티프너의 운동에너지와 탄성에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_{nsk} = \frac{1}{2} \rho_k \int_0^{2\pi} (\dot{u}_k^2 + \dot{v}_k^2 + \dot{w}_k^2) d_k b_k (R + e_k) d\theta \quad (1)$$

$$V_{nsk} = \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{E_k I_{zk}}{2(R + e_k)} \left( \frac{\partial w_k}{\partial x} + \frac{1}{R + e_k} \frac{\partial^2 u_k}{\partial \theta^2} \right)^2 + \frac{E_k I_{zk}}{2(R + e_k)^3} \left( w_k + \frac{\partial^2 w_k}{\partial \theta^2} \right)^2 + \frac{E_k A_{zk}}{2(R + e_k)} \left( \frac{\partial v_k}{\partial \theta} - w_k \right)^2 + \frac{G_k J_{zk}}{2(R + e_k)} \left( -\frac{\partial^2 w_k}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R + e_k} \frac{\partial u_k}{\partial \theta} \right)^2 \right\} d\theta \quad (2)$$

여기서  $d_k$ ,  $b_k$  는 k 번째 스티프너의 두께와 폭,  $\rho_k$ ,  $E_k$ ,  $G_k$  는 스티프너의 질량밀도, 영의 계수, 전단강성계수를 나타낸다.  $A_k = d_k b_k$ , 그리고  $I_{zk}, I_{xk}, J_{zk}$  는 각 방향 단면이차 모멘트를 나타낸다. 운동에너지에 있어 회전에 의한 운동에너지는 무시하였다. 또한, 내부 스티프너의 경우에

$$e_k = -\frac{h + d_k}{2} \quad (3)$$

로 표현된다. 앞에서 도입한 허용함수를 식(1)과 (2)에 대입하면 다음이 유도된다.

$$T_{nsk} = \frac{1}{2} \rho R h L \pi \left( \dot{q}_{nu}^T M_{uu}^k \dot{q}_{nu} + \dot{q}_{nv}^T M_{vv}^k \dot{q}_{nv} + \dot{q}_{nw}^T M_{ww}^k \dot{q}_{nw} + 2\dot{q}_{nu}^T M_{uv}^k \dot{q}_{nv} + 2\dot{q}_{nu}^T M_{uw}^k \dot{q}_{nw} + 2\dot{q}_{nv}^T M_{vw}^k \dot{q}_{nw} \right) \quad (4)$$

$$V_{nsk} = \frac{1}{2} \frac{\pi E R h}{(1 - \nu^2) L} \left( q_{nu}^T K_{uu}^k q_{nu} + q_{nv}^T K_{vv}^k q_{nv} + q_{nw}^T K_{ww}^k q_{nw} + 2q_{nu}^T K_{uv}^k q_{nv} + 2q_{nu}^T K_{uw}^k q_{nw} + 2q_{nv}^T K_{vw}^k q_{nw} \right) \quad (5)$$

† 교신저자; kwakm\*

E-mail : kwakm@dongguk.edu

Tel : (02) 2260-3705, Fax : (02) 2263-9379

\* 국방과학연구소

### 3. 유체의 운동에너지와 탄성에너지

유한한 길이의 실린더형 셸 구조물이 수중에 놓이는 경우를 해석적으로 풀기 위해서는 일반적으로 탄성 실린더 셸의 양옆에 무한 길이의 단단한 실린더가 놓여있는 것으로 가정 한다. 이 경우의 유체의 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_{jn} = \frac{1}{2} \rho_f R L^2 \pi \dot{q}_{nw}^T M_{jn} \dot{q}_{nw} \quad (6)$$

여기서

$$(M_{jn})_{ij} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{-K_n(\bar{\xi})}{(-\bar{\xi} K_{n+1}(\bar{\xi}) + n K_n(\bar{\xi}))} \quad (7)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \Phi_{wi}(\eta) \Phi_{wj}(\bar{\eta}) \cos \xi(x - \bar{\eta}) d\bar{\eta} d\eta d\bar{\xi}$$

### 4. 고유진동 해석 및 실험

수중에 몰입된 보강 실린더 셸에 대해 앞에서 유도한 운동에너지와 탄성에너지를 이용하면 운동방정식을 유도할 수 있다.

실험을 위해 그림 1 과 같이 링 스티프너로 보강된 실린더형 알루미늄 셸을 제작하였다. 실제 실험의 경우 밀폐를 위해 셸의 양단에 지지원판을 부착하였다. 알루미늄 셸의 두께는 2mm, 내경은 300mm, 길이는 700mm 이다. 106mm 간격으로 두께 5mm, 높이 2mm 의 링 스티프너가 배열되어 있다. 본 연구에 사용한 알루미늄의 물성치는  $\rho = 2770 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $E = 70 \text{ GPa}$  이다.

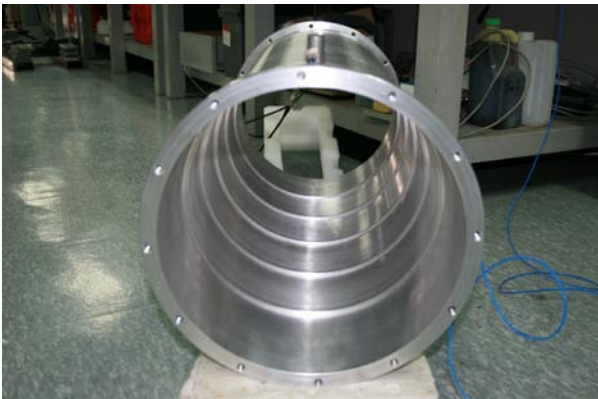


Fig. 1. Ring-stiffened aluminum cylindrical shell

수치해석을 수행한 결과 고유진동수가 458 Hz (4,1), 485 Hz (3,1), 593 Hz (5,1), 754 Hz (2,1), 815Hz(6,1)로 나타났다. 여기서 괄호 안의 숫자는 원주방향 n 값과 그 원주방향모드에서의 차수를 나타낸다.

실린더 셸 구조물에 가속도계를 부착하고 충격 해머를 이용해 진동 시험을 수행하였다. 진동시험에 의해 얻어진 주파수 응답 곡선은 그림 2 와 같다. 그림 2 로부터 구한 고유진동수 값은 476, 506, 710, 866, 1064 Hz 이다. 앞의 이론값과 비교하였을 때 조금 차이가 있는데, 양단의 플랜지와 원판이 완벽한 Shear Diaphragm 경계조건을 형성하지 못하는 것에서 비롯되는 것으로 판단된다.

보강 실린더 셸이 수중에 몰입될 경우에 수치계산을 수행한 결과 165Hz(3,1), 172Hz(4,1), 232Hz(2,1), 241Hz(5,1), 355Hz(6,1)로 나타났다. 공기중에 비해 큰 폭으로 고유진동수가 감소됨을 알 수 있다.

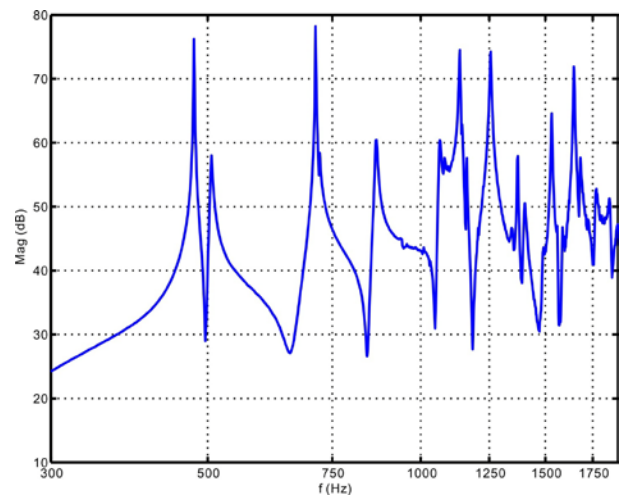


Fig. 2. Frequency Response Curve in Air

### 5. 결론 및 토의

본 연구에서는 보강 실린더형 셸 구조물이 수중에 몰수되는 경우에 대한 동적 모델링 방법을 토의하였다. 본 연구에서는 셸 자체의 운동에너지와 탄성에너지, 보강 스티프너의 운동에너지와 탄성에너지, 구조물의 진동과 연성된 유체의 운동 에너지를 유도하고 이를 결합하여 총 운동에너지와 탄성에너지를 유도하였다. 운동방정식을 바탕으로 공기 중 고유진동수를 계산하고 실험결과와 비교하였다. 차후 유체의 영향을 고려한 경우의 고유진동 특성을 실험할 예정이다.

### 후 기

본 연구는 국방과학연구소가 지원하는 수중운동체 특화 연구센터의 수중/구조진동 연구실의 지원으로 이루어졌다. 관계자 여러분께 감사드립니다.