한국소음진동공학회 2009년 추계학술대회논문집, pp.119~123

샘플 통계에 근거한 MEMS 자이로스코프의 설계변수 불확정성이 성능에 미치는 영향 분석 방법

Analysis on Effects of Design Variable Uncertainty on the Performance of MEMS Gyroscope Based on Sample Statistics

김용우* · 유홍희†
Yong Woo Kim and Hong Hee Yoo

Key Words : MEMS(마이크로 기계전기시스템), Gyroscope(자이로스코프), Uncertainty(불확정성), Sample statistics(샘플 통계), Sensitivity(민감도)

ABSTRACT

Recently, a MEMS gyroscope has been broadly fabricated and used due to development of a micromachining. However, there is a difference between the modeling design and the actual product and this difference can lead to the performance variation of a MEMS gyroscope. A classical design method does not exactly estimate the performance of a MEMS gyroscope. Therefore a design process considering the design variable uncertainty has to be employed to design MEMS gyroscope model. In this paper, the equation of motion of a MEMS gyroscope model is obtained to analyze the performance of a MEMS gyroscope and the effects of the design variables on the MEMS gyroscope performance are investigated. Finally the performance of MEMS gyroscope is estimated through a statistical analysis based on sample statistics.

1. 서 론

자이로스코프는 관성체의 각속도를 검출하기 위한 각속도 센서로서 오래 전부터 제작되어 사용되었다. 초기 자이로스코프는 큰 부피와 복잡한 구조로 인해 제작비용이 많이 들고 일반산업이나 가정용 제품의 사용에 한계를 가지고 있었다. 그러나 외부 코리올리 힘에 의한 변화를 측정하여 입력 각속도를 측정하는 진동형 자이로스코프가 개발되고 최근 반도체 기술의 발전을 계기로 본격적으로 소형화 및 저가 MEMS 자이로스코프가 개발 및 생산되어 다양한 분야에 활용되고 있다. 하지만 반도체 기술의 특성상 제조오차가 크게 발생하고 이에 따라 설계변수의 불확정성을 고려한 설계가 요구된다.

일반적으로 전통적인 설계방법에 의하면 시스템의 성능을 만족하는 설계변수의 값은 고정된 하나의 수치로 계산이 된다. 하지만 이것은 설계변수의 불확정성을 고려하지 못하기 때문에 설계대로 제작된 실제 제품의 성능을 제대로 예측할 수 없는 한계를 가진다. 시스템의 제조공정에서 설계사양을 만족하는 설계변수의 값을 정해진 하나의 값으로 일정하게 제작하는 것은 불가능하며 그에 따른 불확정성이 항상 존재하기 때문이다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 최근에는 확률론적 설계방법의 활발히 연구가 이루어 지고 있다.

Hartenberg 등[1]은 최초로 공차에 의한 링크기구의 오차를 고려하였고 Garrett 등[2]은 공차의 영향을 통계적으로 접근하여 알아보았다. 이 후에 Lee 등[3]은 해석적인 방법을 이용하여 효율적인 공차 해석을 수행하였다. 또한 전통적인 통계적 해석 방법으로는 몬테칼로 방법(monte carlo method)이 있다. 이는 통계적인 방법으로 구조적 신뢰성을 구하는 데 광범위하게 적용되었는데, 이 방법은 간단하고 정확하지만 그만큼 많은 해석 시간이 필요한 단점이 있다. 위에서 언급한 확률론적 방법들은 설계변수의 통계적 분포를 항상 정확히 알 수 있다는 가정에 근거하여 시스템의 성능을 해석하였다. 설계변수의 불확정성을 통계적 분포로 나타내고 이것이 시스템의 성능에 미치는 영향을 해석하기 때문에 전통적인 설계방법보다 실제 시스템을 좀 더 정확히 해석할 수 있지만 설계변수 모집단들의 분포를 알고 있다는 가

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : (02) 2220-0446, Fax : (02) 2293-5070
* 한양대학교 기계공학과

정에 근거하여 시스템을 해석하고 설계하기 때문에 그에 따르는 한계를 지닌다. 설계변수의 통계적 분포를 알기 위해서는 제작되는 모든 제품을 조사해야 하는 전수 조사를 수행해야 하지만 시간과 비용의 문제로 인하여 대부분 표본 조사를 실시하여 설계변수들의 통계적 분포를 예측하게 된다. 따라서 설계변수 표본의 정보를 이용하여 시스템 성능 모집단의 통계적인 분포를 예측하는 방법을 적용하여 시스템의 성능을 해석하고 설계에 적용하는 과정이 필요하다.

본 연구에서는 설계변수가 통계적 분포를 가지는 시스템에서 설계변수의 표본에 근거한 시스템의 응답을 예측하는 과정을 MEMS 자이로스코프의 성능 해석에 적용하였다. 이를 위해 설계변수 표본의 정보만이 알려져 있는 경우 설계변수 표본에 근거하여 시스템 성능의 모집단을 통계적으로 예측하는 과정을 설명하였다. 그리고 진동형 MEMS 자이로스코프의 성능을 해석하기 위하여 운동방정식을 유도하였고 설계 사양을 만족하는 설계변수의 평균값을 구하였다. 또한 통계적 분포를 갖는 설계변수의 선정을 위해 성능에 큰 영향을 주는 설계변수를 알아보았다. 그 결과로부터 선정된 설계변수의 통계적 분포를 가정하고 샘플 추출을 수행하여 샘플 통계로부터 MEMS 자이로스코프의 성능을 예측하였으며 그 결과가 주어진 설계사양을 만족하는지 확인하였다.

2. 샘플 통계를 이용한 시스템 성능 해석

2.1 샘플 통계에 근거한 시스템 성능의 예측

설계변수의 불확정성을 고려한 설계를 하기 위해서는 먼저 불확정성이 시스템의 성능에 미치는 영향을 분석해야 한다. 이를 위해서 설계변수의 통계적인 특성(평균, 분산)을 가정하고 시스템 성능의 평균과 분산을 해석하는 산포해석을 수행한다. 일반적인 산포해석의 경우 주어진 설계변수의 평균과 분산이 설계변수 모집단의 통계량이라고 가정하지만 실제로 설계자가 얻을 수 있는 정보는 설계변수 샘플의 평균과 분산이고 따라서 샘플 통계에 근거하여 시스템의 성능을 예측하는 방법이 설계 과정에서 고려되어야 한다.

샘플 통계에 근거한 시스템 성능의 예측 방법은 기존의 민감도를 이용한 산포해석에 설계변수 모집단의 통계량 대신에 샘플 통계량을 적용한 방법이다. 기존의 민감도를 이용한 시스템 성능의 평균과 분산은 다음 식으로 구할 수 있다.[4]

$$Y = g(b_1, b_2, ..., b_n) \tag{1}$$

$$E(Y) = g(\mu_{b_1}, \mu_{b_2}, ..., \mu_{b_n}) \tag{2}$$

$$Var(Y) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial g}{\partial b_i} \right)^2 Var(b_i) \tag{3}$$

여기서 Y 는 시스템의 성능이고 b_i 는 설계변수, Var 은 분산, μ_{b_i} 와 $E(Y)$ 는 각각 설계변수와 시스템 성능의 평균이다. 샘플의 통계량으로 시스템 성능을 예측하기 위해 μ_{b_i} 와 $Var(b_i)$ 를 샘플의 평균과 분산으로 대체하고 이것으로부터 구간추정을 수행한다. 그 과정은 Fig.1 에 나타나 있다.

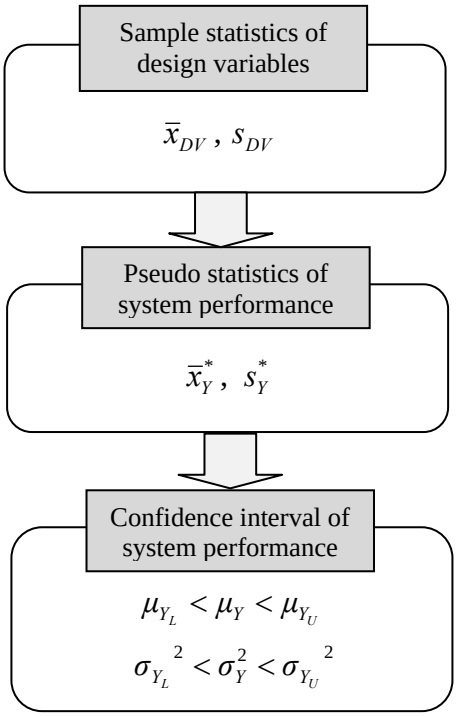

Fig. 1 Procedure of performance estimation

2.2 설계 과정에 적용

앞 절에서 설명한 시스템 성능의 예측방법을 설계 과정에 적용하여 설계자는 원하는 성능 범위를 가지는 설계변수 샘플의 통계량을 제시할 수 있고 제조 과정에서 샘플링을 통해 확인할 수 있다. 먼저 결정론적 설계방법으로 설계목표를 만족하는 설계변수의 값을 구한다. 그 값은 설계변수의 평균이 되고 제작 공정을 고려하여 설계변수의 분산을 가정한다. 그러면 설계변수는 평균과 분산을 가지는 분포를 나타내게 되며 산포해석을 통해 시스템 성능의 통계적 특성을 구할 수 있다. 하지만 공정에서 제작된 모든 제품을 조사할 수 없으므로 샘플링을 통해 유한개의 샘플을 추출하고 이들의 평균과 분산을 이용하여 시스템의 성능을 추정하여 원하는 설계목표를 만족하는지 확인한다. 만약 설계목표를 만족한다면 설계변

수의 통계적인 분포가 적절하게 가정이 된 것이고 설계목표를 만족하지 않는다면 설계변수의 분포를 조절하여 설계목표를 만족하도록 하는 통계량을 구한다.

3. MEMS 자이로스코프

3.1 MEMS 자이로스코프의 원리

본 논문에서는 Fig. 2 과 같은 진동형 MEMS 자이로스코프 모델을 가지고 해석을 수행하였다. 진동형 MEMS 자이로스코프는 일반적으로 대칭형 구조를 가지며 두 강체가 구동 방향과 감지 방향으로 진동하는 운동을 한다. Fig. 3 에서 보는 바와 같이 외부 강체와 내부 강체가 비연성 구조를 가지며 성능을 높이기 위해 구동 방향과 감지 방향의 고유진동수가 일치하도록 설계를 한다. 진동형 MEMS 자이로스코프의 민감도는 구동 방향 및 감지 방향 변위와 직접적으로 관련이 있고 따라서 구동 방향 고유진동수로 가진 시켜 구동 방향 변위를 증가시킴으로써 민감도를 높일 수 있다. 구동 방향으로 진동하는 동안 외부에 입력각속도가 가해지면 구동방향의 수직방향으로 코리올리 힘이 작용을 하고 이 힘이

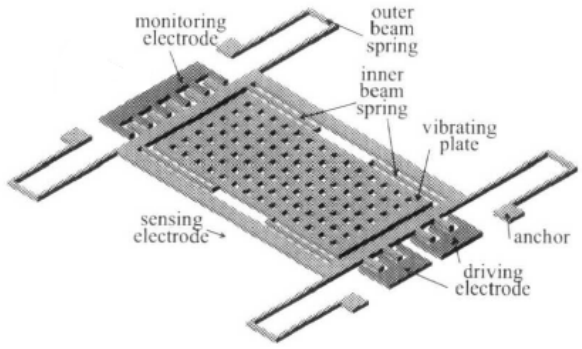

Fig. 2 Vibrating MEMS gyroscope

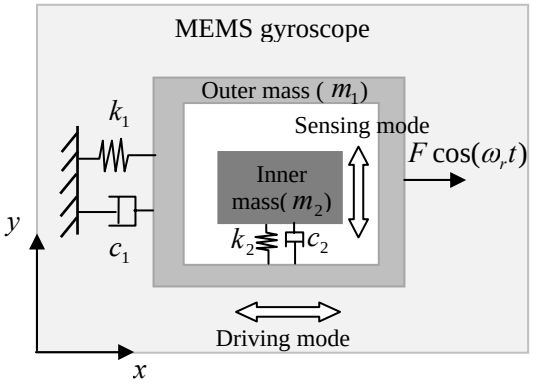

Fig. 3 Schematic diagram of vibrating MEMS gyroscope

내부 질량을 감지방향으로 가진 시키게 되는데 이때 코리올리 힘은 입력각속도에 비례하기 때문에 감지방향 변위를 측정하여 코리올리 힘을 계산하면 입력 각속도의 크기를 측정할 수 있다.

3.2 운동방정식 유도

MEMS 자이로스코프의 성능을 해석하기 위해 운동방정식을 유도하였으며 그 모델은 Fig. 3 에 나타나 있다. MEMS 자이로스코프의 구동방향은 x 방향이고 감지방향은 y 방향이다. 외부 강체는 자이로스코프 기판에 스프링으로 연결되어 x 방향으로 운동하고 내부 강체는 외부 강체와 스프링으로 연결되어 y 방향으로 운동을 할 수 있다. 외부 강체에 $F\cos(\omega_r t)$ 의 가진력이 주어진다면 운동방정식은 다음 식과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}&(m_1+m_2)\ddot{x}+c_1\dot{x}+k_1x=F\cos(\omega_r t)\\&m_2\ddot{y}+c_2\dot{y}+k_2y=0\end{aligned} \tag{4}$$

위 식에서 보는 바와 같이 외부 각속도가 주어지지 않는다면 구동방향의 진동만 발생을 하게 되고 감지방향의 운동에는 영향을 미치지 않는다. 따라서 외부 각속도가 검출되지 않는다. 여기에 z 방향으로 Ω 의 일정한 크기를 가진 외부 각속도가 주어진다면 운동방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}&(m_1+m_2)\ddot{x}+c_1\dot{x}+k_1x-2m_2\Omega\dot{y}=F\cos(\omega_r t)\\&m_2\ddot{y}+c_2\dot{y}+k_2y+2m_2\Omega\dot{x}=0\end{aligned} \tag{5}$$

외부 각속도는 코리올리 힘을 y 방향으로 발생시키며 이것이 내부 강체를 감지방향으로 진동하게 한다. 여기서 내부 강체의 감지방향의 변위를 구하면 코리올리 힘을 알 수 있고 입력 각속도의 크기를 구할 수 있다.

3.3 MEMS 자이로스코프의 성능

자이로스코프의 성능은 두 가지로 나타낼 수 있다. 하나는 자이로스코프의 민감도이고 다른 하나는 자이로스코프의 측정 범위이다. 민감도는 입력각속도의 변화에 대한 감지 방향 응답의 크기로 나타낼 수 있으며 민감도의 크기가 큰 것이 좋은 성능을 가진다고 할 수 있다. 측정 범위는 입력 각속도의 변화에 따른 감지 방향 응답의 크기가 선형적으로 변화하는 구간이고 측정 범위가 넓을수록 측정할 수 있는 입력 각속도의 범위가 크기 때문에 성능을 판단

하는 기준이 된다. 이러한 성능에 큰 영향을 미치는 것은 구동 방향 고유진동수(f_1)와 감지 방향 고유진동수(f_2)의 차이(Δf)이다. 민감도를 크게 하기 위해 보통은 두 모드의 고유진동수가 같도록 설계해야 하지만 측정범위를 고려하여 민감도의 최소 크기를 만족하는 범위 내에서 약간의 차이를 갖도록 설계변수를 조절하는 것이 필요하다. 따라서 설계변수들이 각 모드의 고유진동수에 미치는 영향을 파악하고 Δf 에 따라 성능이 어떻게 달라지는지 해석하였다.

4. 수치해석

4.1 설계 사양을 만족하는 설계변수

본 연구에 사용된 MEMS 자이로스코프의 설계사양과 설계변수 수치 값들이 Table 1 과 Table 2 에 나타나있다. 이 수치들은 각 설계변수들의 평균값을 나타낸 것이고 이 때 MEMS 자이로스코프의 구동 방향 고유진동수(f_1)와 감지 방향 고유진동수(f_2)는 7833Hz 로 일치하였다. 설계 사양을 만족하기 위해 구동 방향 고유진동수와 감지 방향 고유진동수의 차이(Δf)를 변화시키면서 민감도와 측정 범위를 얻었다. 그 결과는 Fig. 4 와 Fig. 5 에 각각 나타내었다. 결과로부터 주어진 설계사양에 따라 민감도를 만족하는 Δf 의 최대값과 측정 범위를 만족하는 Δf 의 최소값을 구하면 각각 141.11Hz 와 36.47Hz 이고 Δf 의 최대값과 최소값의 평균값인 88.79Hz 을 만족하는 설계변수를 구하여 Table 3 에 정리하였다.

Table 1 Specification of the MEMS gyroscope

Parameter	Performance
Sensitivity	2nm/rad/s
Measurement range	10rad/s

Table 2 Numerical data of the MEMS gyroscope

Design Variables	Numerical Data(mean)
m_1	$38.94\mu g$
m_2	$28.86\mu g$
c_1	$1.112\times10^{-6}\,kg/s$
c_2	$4.788\times10^{-6}\,kg/s$
k_1	$164.26N/m$
k_2	$69.92N/m$

4.2 설계변수가 고유진동수에 미치는 영향 분석

설계변수의 통계적 분포가 성능에 미치는 영향을 파악하기 위하여 앞 절에서 사용된 설계변수의 평균값을 -10% ~ 10% 로 변화시키면서 두 모드의 고유진동수 변화를 확인하였다. 그 결과는 Fig. 6 에 나타내었고 각각 설계변수의 변화에 따른 고유진동수의 변화가 나타나있다. 이 결과로부터 m_1, m_2, k_1, k_2 가 각 고유진동수에 큰 영향을 미치므로 성능에도 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있지만 c_1 과 c_2 는 주어진 범위 내에서 변화할 때 MEMS 자이로스코프의 성능에 미치는 영향이 상대적으로 매우 작을 것으로 판단된다. 따라서 본 논문에서는 처음에 주어진 설계변수 중에서 c_1 과 c_2 를 제외한 나머지 설계변수인 m_1, m_2, k_1, k_2 에 통계적인 분포를 가정하고 산포 해석을 수행하여 성능의 통계적 분포를 예측해 보았다.

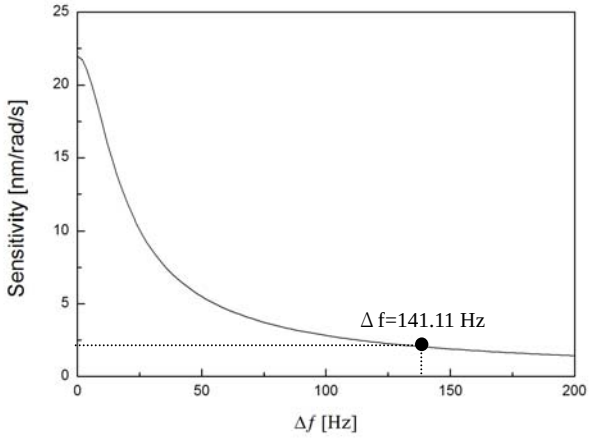

Fig. 4 Sensitivity vs. difference of natural frequencies

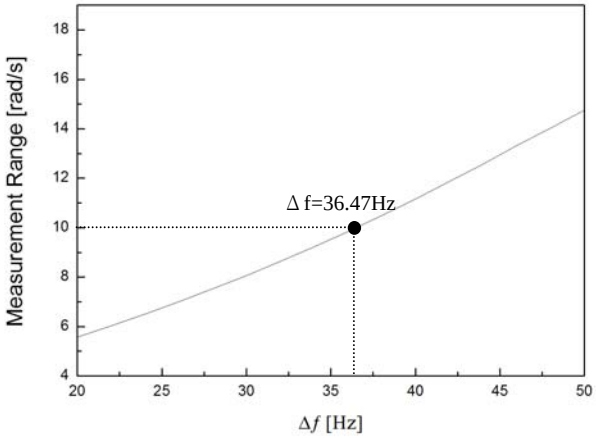

Fig. 5 Measurement range vs. difference of natural frequencies

Table 3 Numerical data of the MEMS gyroscope

Design Variables	Numerical Data(mean)
m_1	$38.94\mu g$
m_2	$28.86\mu g$
c_1	$1.112\times10^{-6}\,kg/s$
c_2	$4.788\times10^{-6}\,kg/s$
k_1	$164.26N/m$
k_2	$71.51N/m$

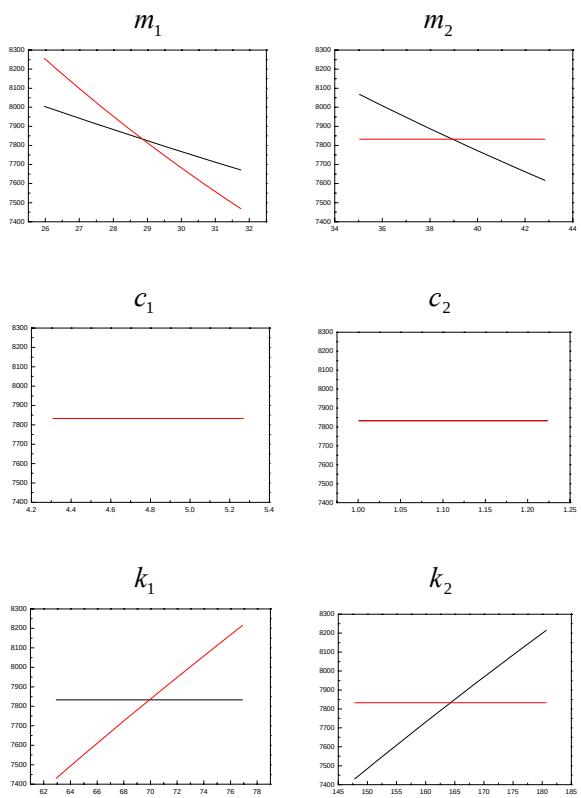

Fig. 6 Effect of each design variable on Δf

4.3 설계변수 표본의 통계량을 이용한 성능 예측

설계변수가 통계적 분포에 따른 성능의 범위를 예측하기 위해 설계변수의 분포는 평균이 Table 3 에 정리된 수치들이고 표준편차는 평균값의 0.1%를 가지는 정규분포라고 가정한다. 이 때 분포를 가지는 설계변수는 앞 절의 결과로부터 m_1, m_2, k_1, k_2 로 정해지고 분포는 다음 식과 같다.

$$m_1 \sim N(38.94, 0.03894^2) \quad (6)$$

$$m_2 \sim N(28.86, 0.02886^2) \quad (7)$$

$$k_1 \sim N(164.26, 0.16426^2) \quad (8)$$

$$k_2 \sim N(71.51, 0.07151^2) \quad (9)$$

위 분포를 가지는 모집단에서 크기가 100 인 샘플을 추출한 후 2 장에서 소개한 과정에서 신뢰도 99%를 적용하여 샘플 통계로부터 성능의 통계적 분포를 예측해 보았다. 그 결과는 Table 4 에 나타나 있다.

Table 4 Estimation results of performance

Parameter	Mean		Standard deviation	
	Min.	Max.	Min.	Max.
Sensitivity	3.187	3.312	0.2058	0.2974
Measurement range	25.29	26.42	1.8461	2.6687

5. 결 론

MEMS 자이로스코프 성능의 통계적 분포를 예측하기 위해 운동방정식을 유도하였고 그것으로부터 설계사양을 만족하는 설계변수의 평균값을 구하였다. 그리고 평균값을 기준으로 설계변수의 분포를 가정하고 설계변수 샘플의 통계량으로 성능의 분포를 통계적 해석 기법을 적용하여 예측하였다. 성능의 통계적인 예측 결과로부터 주어진 설계변수의 분포는 설계자가 원하는 설계 목표를 만족시켜 주었다.

후 기

이 논문은 2009 년도 2 단계 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었습니다.

참 고 문 헌

(1) Hartenberg, R. S. and Denavit, J., 1964, Kinematic Synthesis of Linkages, McGraw-Hill, New York.

(2) Garret, R. E. and Hall, A. S., 1969, " Effect of Tolerance and Clearance in Linkage Design," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 91, pp. 198~202.

(3) Lee, S. J. and Gilmore, B. J., 1991, " The Determination of the Probabilistic Properties of Velocities and Accelerations in Kinematic Chains with Uncertainty," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 113, pp. 84~90.

(4) Choi, D. H., 2005, " Statistical Tolerance Analysis and Modal Analysis of Multibody Systems," Hanyang University, Ph. D. Thesis.