

155mm 추진장약 포구속도의 확률분포 특성 연구

박성호* · 박노석* · 최병두* · 김재훈**

A Study on Statistical Distribution of Muzzle Velocity of 155mm Propelling Charge

Sungho Park* · Noseok Park* · Beongdoo Choi* · Jaehoon Kim**

ABSTRACT

The aim of the study was to investigate the statistical distribution of muzzle velocity of 155mm propelling charge K676 which is for the use of K9, a korean 155mm self-propelled artillery. A plenty of muzzle velocity data were collected from lot assessment test of propelling charge. The muzzle velocity of each test round is compensated by reference round. In the present work, the detailed statistical analysis of the muzzle velocity data is carried out using probability models including normal, Weibull 2-parameter and Weibull 3-parameter distributions. The results of goodness of fit test showed that the normal distribution described more appropriately the experimentally measured muzzle velocity data and the Weibull distribution is also applicable. The coefficient of variation showed that the mass production capability of each propelling charge lot has been maintained.

초 록

본 논문에서 155mm 자주포 K9에 사용되는 추진장약 K676의 포구속도 확률분포에 관하여 분석하였다. K676 추진장약의 로트별 수락시험으로 얻어진 포구속도 자료를 분석하였으며 각 시험탄의 포구속도는 기준탄의 사격결과 값으로 보정하였다. 최근까지 수행된 사격시험으로 얻어진 모든 시험값에 대하여 적합도 검정을 하였으며, 정규분포, 2모수 와이블분포 및 3모수 와이블분포 중 정규분포가 가장 적합한 확률분포임을 확인하였고 와이블분포도 충분히 활용할 만하다. 변동계수로부터 추진장약의 양산능력이 균일하게 유지되고 있음을 알 수 있다.

Key Words: Statistical distribution(확률분포), Muzzle Velocity(포구속도), Propelling Charge(추진장약), Normal distribution(정규분포), Weibull distribution(와이블분포), Goodness of Fit(적합도)

1. 서 론

* 국방과학연구소 종합시험단 2부
** 충남대학교 기계설계공학과
연락처, E-mail: kimjhoon@cnu.ac.kr

국방과학연구소 종합시험단에서는 155mm 자주포에 사용되는 K676 추진장약의 양산품 수락 시험을 수행하고 있다. 추진장약의 성능이 국방규격서에서 요구하는 기준을 만족하는지 여부를

판단하기 위하여 포구속도와 약실압력을 계측한다. 사격시험시 발생하는 비표준요소에 의하여 발생하는 변동(화포간변동, 일간변동, 기상변화 등)은 기준탄을 사격하여 계측된 값으로 보정하기 때문에 본 연구에서 획득된 모든 포구속도 계측값은 추진장약의 성능편차를 대표한다고 간주할 수 있다. 일반적으로 포구속도와 같은 계량값의 확률분포는 정규분포를 따르는 것으로 알려져 있으나 실제로 어떠한 확률분포가 가장 적합한지에 대한 실험적 연구는 전무하다. 본 연구를 통하여 연속확률분포로 많은 분야에서 활용되고 있는 확률분포인 정규분포와 와이블분포에 대한 적합도 검정을 통하여 K676 추진장약의 포구속도를 가장 적합하게 기술하는 확률분포를 결정하였다.

2. 시험 및 분석방법

2.1 기준추진장약

기준추진장약은 탄약의 사격시험 시 비표준조건(포신수명, 대기온도, 습도 등)에 의하여 발생하는 오차에 의한 포구속도의 변동을 보정하기 위한 표준이 되는 탄약으로, 양산탄약 로트간 품질수준을 동일하게 유지할 수 있다[1].

2.2 시험용 추진장약 및 시험방법

본 논문은 1998년 국과연에서 개발한 155mm 자주포 K9에서 항력감소고폭탄 K307(HEBB)을 사격할 때 사용되는 K676 추진장약의 포구속도 분포에 관한 연구이다. K676 추진장약은 6호 추진장약으로 3호장약(모듈장약) 2개로 구성되어 있다. KM30A1 (19공) 추진제로 이루어져 있으며 규격서에서 요구하는 기준포구속도는 928.0 m/s, 약실압력은 55,000 psi 이하이다.

포구속도는 도플러방식인 MVRS-700을 이용하여 측정하였다. 각 시험로트의 성능이 수락기준을 만족하는지 여부를 국방규격서[2]에 규정된 방법으로 시험하였으며, 사격전 추진장약을 환경 챔버에서 21℃로 24시간 이상 온도처리하였다.

2.3 분석방법

최근까지 국방과학연구소에서 수행한 K676 추진장약 최종확인시험의 상온시험 결과를 상용통계분석 S/W인 Weibull++7을 이용하여 분석하였다. 정규분포, 2모수 와이블분포 및 3모수 와이블분포에 대하여 각각 3가지 통계적 파라미터 추정법인 RRX, RRY 및 MLE 방법으로 통계적 파라미터를 추정하였으며 각각의 경우에 대응하는 적합도 검정결과를 얻었다. 적합도 검정결과와 확률지로부터 가장 적합한 확률분포를 결정하였으며, 추정된 통계적 파라미터로부터 모평균, 모표준편차 및 변동계수를 추정하였다.

3. 관련이론

3.1 연속확률분포

정규분포(Normal distribution 또는 Gaussian distribution)와 와이블분포(Weibull distribution)은 대표적인 연속확률분포이다. 정규분포는 표본을 통한 통계적 추정 및 가설검정이론의 기본이 되며, 와이블분포는 고장수명분석에 주로 활용된다. 확률분포는 확률밀도함수(PDF, probability density function)으로 표현되며, 정규분포는 평균과 표준편차로, 와이블분포는 η (척도모수, scale parameter), β (형상모수, shape parameter or slope) 및 γ (위치모수, location parameter)의 3모수로 모양과 위치가 결정된다. 와이블분포는 3모수 와이블분포라고도 부르며 $\gamma = 0$ 인 경우 2모수 와이블분포라고 부른다. 확률밀도함수를 적분하면 누적분포함수(CDF, cumulative distribution function)를 얻을 수 있다[3]. 정규분포와 3모수 와이블분포의 확률밀도함수는 각각 Eq. 1과 Eq. 2와 같다. 변동계수(Coefficient of variation)는 표준편차를 평균으로 나눈 것으로 확률분포의 퍼짐(dispersion)을 정규화하여 나타낸 무차원값이다. 와이블분포에서 변동계수는 Eq. 3의 MTTF(mean time to failures) 또는 MTBF(mean time between failures)값을 평균으로 하여 Eq. 4로 표현되는 표준편차값을 나눈 Eq. 5와 같이 표현되며 Γ 는 감마함수이다[4,5].

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad -\infty < x < +\infty \quad (1)$$

$$f(x; \beta, \eta, \gamma) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (2)$$

여기서 $(f(x; \beta, \eta, \gamma) \geq 0, \quad x \geq 0, \quad \text{또는} \quad \gamma, \beta \geq 0, \eta \geq 0, \quad -\infty \leq \eta \leq \infty)$

$$MTTF \text{ or } MTBF = E[X] = \gamma + \eta\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \quad (3)$$

$$S.D. = \sqrt{Var[X]} = \eta \sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)\right]^2} \quad (4)$$

$$C.V. = \frac{\sqrt{Var[X]}}{E[X]} = \frac{\eta \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right]^2}}{\eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} \quad (5)$$

3.2 통계적 파라미터의 추정[6]

통계적 파라미터의 추정법으로 최소자승법(least square principle)과 최우추정법(MLE, maximum likelihood estimation)이 많이 사용된다.

최소자승법은 데이터의 순서쌍으로부터 데이터와 회귀선 사이의 차이를 최소화하는 추정법으로, 회귀선을 $y = a + bx$ 로 가정하는 Y에 대한 랭크회귀(RRY, rank regression on Y)와 회귀선을 $x = a + by$ 로 가정하는 X에 대한 랭크회귀(RRX, rank regression on X) 방법이 있다. MLE 추정법은 Likelihood function(L) 또는 Log-likelihood function(Λ)이 최대값이 되는 통계적 파라미터 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ 를 추정하는 방법이다. 일반적으로 계산의 용이성을 고려하여 Λ 를 최대로 하는 방법을 사용한다.

3.3 순위법의 적용

데이터의 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ 에서 y_i 가 주어지지 않는다면 회귀식을 구할 수 없다. 정규분포나 와이블분포에서 통계적 파라미터를 구하기 위하여 최소자승법을 적용할 때 일반적으로 y_i 를 메디안 순위법(MR, median rank)으로 구한다. 본 논문에서도 메디안 순위법으로 통계적 파라미터를 추정하였다. 그러나, MLE 추정법은 독립변수만 고려하므로 순위법을 적용하지 않는다.

3.4 적합도 검정(Goodness of fit test)[7]

확률분포의 적합도를 검정하기 위하여 Weibull++7에서 제공하는 4가지 검정방법인 modified K-S(Kolmogorov-Smirnov)법, L-K법, 상관계수의 이용, 확률지의 이용을 모두 사용하였다.

Modified K-S법은 $D_{crit.} < D_{max}$ 인 확률을 결정하는 방법이다. D_{max} 값은 누적분포함수 $F(x)$ 와 ECDF(empirical cumulative distribution function)인 $G(x)$ 간 차이의 최대값으로 정의된다. K-S법으로 검정할 때 데이터의 수(N)가 많으면, $D_{crit.}$ 가 작아짐에 따라 $P(D_{crit.} < D_{max})$ 가 커진다. $P(D_{crit.} < D_{max})$ 가 100%에 가까운 값일수록 해당 확률분포가 데이터에 적합하지 않은 분포인 것으로 검정한다. L-K법은 MLE법과 동일하며, Log-likelihood function(Λ)값이 클수록 통계적으로 가장 적합한 것으로 검정한다. 상관계수(correlation coefficient) ρ 는 최소자승법에서 MR과 데이터 간 선형관계의 강도를 설명해 주는 척도가 된다. 상관계수는 $-1 < \rho < 1$ 의 값을 가지며 $|\rho| \rightarrow 1$ 이면 선형관계가 강하므로 해당 확률분포와 데이터가 적합한 것으로 검정한다. 예외적으로 MLE법에서는 독립변수만으로 적합도 검정을 수행하므로 상관계수를 적용할 필요가 없다. 확률지를 이용하는 방법은 데이터와 회귀선의 적합도를 육안으로 확인할 수 있는 쉽고 간편한 방법이다.

3. 분석결과

Table 1은 Weibull++7으로 추진장악의 포구속도값을 분석한 결과이다. Weibull++7 S/W는 2모수 와이블분포에서 형상모수(β)값이 50이상의 값일 경우 MLE를 구할 수 없기 때문에 Table 1에서 MLE법에 대한 값이 없다. 정규분포는 평균(Shape parameter)과 표준편차(Scale parameter)로, 와이블분포는 Eq. 3 ~ Eq. 4의 MTTF값과 표준편차로 변동계수(C.V.)값을 추정하였다.

적합도 검정결과는 Modified K-S값은 3모수 와이블분포가, L-K값과 상관계수는 정규분포가

가장 적합함을 보여준다. 각 확률분포의 확률지에 타점한 그림은 Fig. 1 ~ Fig. 4와 같다. 확률지의 가로축은 포구속도이며, 세로축은 메디안 순위법으로 구한 누적확률이다. 3모수 와이블분포 확률지인 Figure 4에서 adjusted points는 unadjusted points에서 위치모수(γ) 만큼 평행이동한 점들이다. 확률지로부터 정규분포가 가장 적합함을 확인할 수 있다. Bikramjit Basu 등[8]은 취성재료의 강도분포에 관한 논문에서 재료의 강도값은 항상 양의 값을 가지므로 음의 값을 매우 높은 확률값으로 취할 수 있는 정규분포를 사용하지 않을 것을 추천하였다. 또한, 와이블분포와 정규분포는 다른 확률분포와 달리 매우 유사한 적합도를 보이며, 특히 재료의 강도자료가 평균값을 중심으로 대칭으로 분포할 경우 와이블분포가 좋은 적합도를 보인다고 주장하였다. 본 논문의 포구속도에 관한 확률분포 또한 와이블분포도 정규분포와 마찬가지로 높은 적합도를 보이고 있다. 따라서, 추진장약의 포구속도 확률분포도 와이블분포로 적합시킬 수 있으며 특히, 저장수명과 관련된 포구속도값의 통계분석시 와이블분포가 가지는 여러 가지 장점을 이용할 수 있을 것으로 판단된다.

정규분포의 RRY법에 의한 통계적 파라미터의 추정결과 K676 추진장약의 모평균은 928.4 m/s (기준 : 928.0 m/s), 모표준편차는 2.27 m/s이며, 변동계수는 0.0024이다. 와이블분포로 추정된 변동계수 또한 0.0024~0.0025로 정규분포와 동일하다.

4. 결 론

155mm K9 자주포용 K676 추진장약 포구속도는 정규분포로 가장 잘 적합시킬 수 있으며 와이블분포의 적용도 적합하다.

정규분포로 추정된 파라미터로부터 포구속도의 모평균과 모표준편차를 추정하였다. 추정된 값은 기준값보다 0.4m/s 높으나 변동계수값이

매우 낮은 것으로 볼 때 기준추진장약에 의하여 양산되는 추진장약의 각 로트의 품질이 잘 관리되고 있음을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1. 조연식, "기준탄 선정 시험절차," 국과연 기술보고서 DSTC-319-000375, 2000
2. 국방-1320-3008, "155mm K676 추진장약 충전, 결합 및 포장," 국방규격서, 1999
3. Miloslav Nosal, Eva-Marie Nosal, "Three-Parameter Weibull Generator for Replacing Missing Observations," 2003 Stats Proceedings, 2003
4. Maha Alqam, Richard M. Bennett, Abdul-Hamid Zureick, "Three-parameter vs. two-parameter Weibull distribution for pultruded composite material properties," Composite Structures Vol. 58, 2002, pp. 497-503
5. Y. Lei, "Evaluation of three methods for estimation the Weibull distribution parameters of Chinese pine," Journal of Forest Science Vol. 54, 2008, pp. 566-571
6. Weibull++7 User's manual, Reliasofy Inc., 2008
7. Ki-Weon Kang, Seung-Kee Koh, Doo-Kie Kim, Ki-Joo Kim, "Assessment of the statistical distribution of flexural strength of woven-fabric laminates with impact-induced damage," Composite Structures Vol. 90, 2009, pp. 60-66
8. Bikramjit Basu, Devesh Tiwari, Debasis Kundu, Rajesh Prasad, "Is Weibull distribution the most appropriate statistical strength distribution for brittle materials?," Ceramics International 35, 2009, pp.237-246

Table 1. Results of Statistical Analysis

Distributions	Analysis Methods	Parameter estimation			Goodness of fit			Estimation of MTTF, S.D. and C.V.		
		Shape ($\hat{\mu}$ or $\hat{\beta}$)	Scale ($\hat{\sigma}$ or $\hat{\eta}$)	Location ($\hat{\gamma}$)	K-S test (%)	L-K Value	$\hat{\rho}$ (%)	$E(X)$	$\sqrt{V(X)}$	C.V
Normal distribution	RRX	928.4281	2.2536	-	88.1956	-1099.2996	99.67	928.4281	2.2536	0.0024
	RRY	928.4281	2.2687	-	88.0849	-1099.3323	99.67	928.4281	2.2687	0.0024
	MLE	928.4281	2.2522	-	88.2017	-1099.2987	-	928.4281	2.2522	0.0024
Weibull 2p distribution	RRX	532.7345	929.4279	-	93.1504	-1153.9768	98.36	928.4241	2.2327	0.0024
	RRY	515.4087	929.4616	-	90.6996	-1142.5532	98.36	928.4241	2.2307	0.0025
	MLE	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Weibull 3p distribution	RRX	8.8216	17.3633	911.9980	24.6802	-1106.0114	99.64	928.4254	2.2240	0.0024
	RRY	8.8216	17.3633	911.9980	24.6802	-1106.0114	99.64	928.4254	2.2240	0.0024
	MLE	8.8618	17.3944	911.9980	60.2980	-1102.9980	-	928.4583	2.2190	0.0024

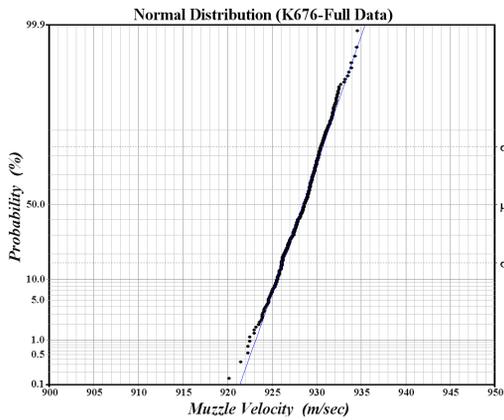


Fig. 1. Normal distribution plot

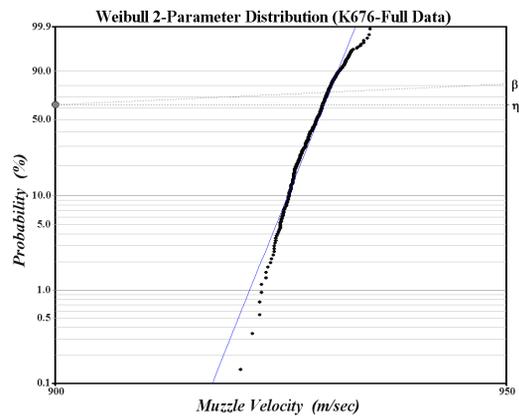


Fig. 2. Weibull 2-p distribution plot

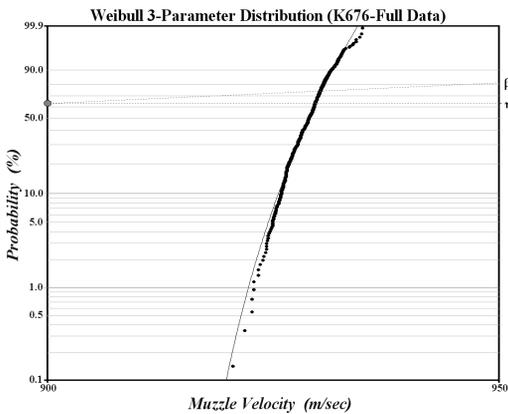


Fig. 3. Weibull 3-p distribution plot
(Range : 900 ~ 950)

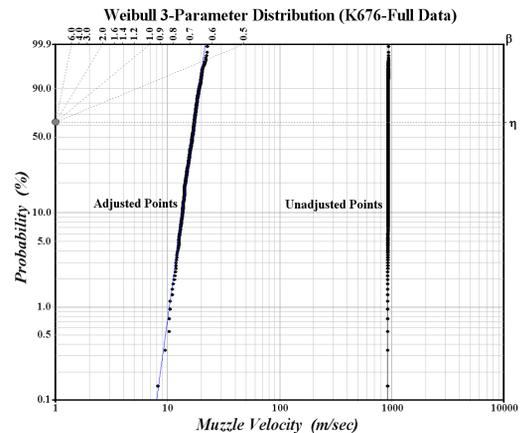


Fig. 4. Weibull 3-p distribution plot
(Range : 1 ~ 10000)