

# 5축 병렬기구 공작기계의 기구식 수립

## Kinematic Analysis of 5-DOF Parallel Machine Tool

\*고종주<sup>1</sup>, 나승표<sup>2</sup>, #김태정<sup>3</sup>

\*Dongju Ko<sup>1</sup>, Seung Pyo Na<sup>2</sup>, #Taejung Kim(taejungkim@dankook.ac.kr)<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 단국대학교 대학원 기계공학과, <sup>2</sup> 화천기공 기술개발연구소, <sup>3</sup> 단국대학교 기계공학과

Key words : Parallel Machine Tool, Inverse Kinematics

### 1. 서론

병렬로봇은 링크에 가해지는 하중의 분산이 용이해 직렬로봇에 비해 높은 강성을 유지할 수 있다. 이러한 장점을 살려 병렬로봇을 공작기계로 활용하는 데 필요한 기술에 관한 연구가 진행되어 오고 있으며, 몇몇 상용화된 병렬기구 공작기계가 있음은 주지의 사실이다. 병렬기구의 역기구식을 수립하는 작업은 직렬기구의 경우에 비해 매우 간단하며, 정기구식을 수립하는 작업은 그 반대이다. 특히, 기구식을 닫힌 꼴로 수립하는 것은 [1, 2] 로봇의 제어, 운동계획 및 정밀도와 관련되므로 로봇구조의 실용성에 직접적인 영향을 미친다. 한편, 직렬로봇은 방해물을 피해야 하며 능란한 운동을 하는 능력이 병렬로봇에 비해 뛰어나며, 그로인해 상대적으로 넓은 작업공간을 확보할 수 있는 것으로 알려져 있다.

나아가, 병렬기구의 하중 분산 능력과 직렬기구의 운동능력을 선택적으로 취합한 하이브리드형 구조를 공작기계에 적용시킨 사례도 보고된 바 있다.[2] 하이브리드 구조가 두 기계의 장점만을 취하는 것이 이상적이지만, 어떤 측면에서는 두 구조의 단점을 계승할 수도 있다. 본 논문에서 제시하는 하이브리드 구조는 기구식 수립의 용이성 측면에서 앞서 지적한 단점에 노출되는데, 정기구식과 역기구식 모두 닫힌 꼴(closed form)로 표현될 수 없다.

본 논문에서는 기구식이 닫힌 꼴로 표현되지 않는 하이브리드형 공작기계의 역기구식의 해를 찾는 수치해석 기법을 소개한다.

### 2. 대상 기계의 구조

본 논문에서 다루고자 하는 머시닝센터는 병렬부와 직렬부로 구성된 하이브리드 방식이다. 직렬부는 두 개의 구동 관절로 이루어져 있으며 일반적인 A-C축 회전 방식의 5축 직렬기계의 직렬부와 유사하다. 대상 기계의 직렬부는 Fig. 1에 보인 바와 같이 병렬부의 무빙플랫폼(moving platform)에 연결되어 있다. 병렬부의 3개의 다리가 무빙플랫폼과 베이스를 연결하고 있다. 3개의 다리에는 선형 액츄에이터가 부착되어 있는데, Fig. 1에 보인 바와 같이 세 다리 중 대칭을 이루는 것을 1, 3번, 중앙부에 위치한 것을 2번이라 칭하자. 1, 3번 다리는 베이스와 두 개의 회전 관절로 연결되고 무빙플랫폼과는 1개의 회전관절로 연결되며 그 길이가 선형 액츄에이터를 통해 조절 가능하다. 2번 다리는 추가로 자신의 길이 방향에 대한 회전을 포함하고 있다.

대상 기계가 5자유도로 동작하기 위해서는 위에 보인 기구가 다음과 같은 치수상의 특징을 가져야 한다.

- (1) 1번다리와 3번다리만 연결된 상태에서, 공통된 축을 중심으로 무빙플랫폼이 회전한다.
- (2) 1번다리-무빙플랫폼-3번다리로 구성된 기구학적 연쇄가 평면기구를 이룬다.

위와 같은 치수 특성을 만족시키지 못할 경우, 일반적으로 위에 제시한 구조는 3자유도를 가지게 됨을 그루블러의 공식으로부터 쉽게 계산할 수 있으며, 대상 기계가 과구속 되어 있음을 알 수 있다. 위에 제시한 치수상의 특징을 가질 때 대상 기계의 무빙플랫폼이 3자유도의 운동을 하게 되어, 대상 기계가 3자유도

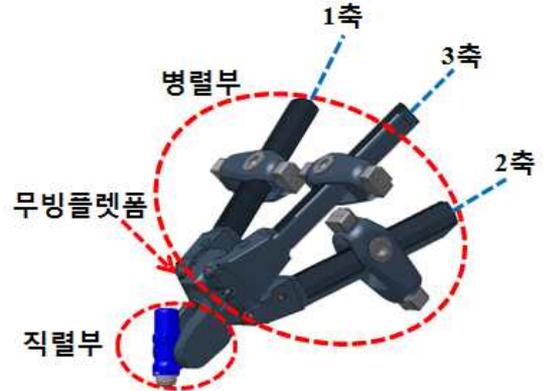


Fig. 1 병렬기구 머시닝센터의 구조

의 병렬부와 2자유도의 직렬부로 이루어진 5축 기계를 구성한다. 직렬부의 모든 관절이 능동관절이어야 하며, 병렬부의 관절 중 다리의 길이를 조절하는 미끄럼 관절을 능동관절로 선택하여 기구식을 수립하고자 한다.

### 3. 역기구식 수립

#### 3-1. 연립 방정식의 수립

병렬기구의 기구식을 수치적으로 해결하기 위해서 적절한 독립변수를 미지수로 설정하여 연립방정식을 수립하여야 한다. Fig. 2-(a)는 기계의 모식도이다. 2번 다리와 직렬부로 구성된 기구학적 연쇄를 형성하는 관절 변수는 Fig. 2-(b)에 보인 바와 같이  $u_2, v_2, q_2, \varphi, w_2, q_4, q_5$ 로 7개이다. 이 7개의 변수가 결정되면 공구의 자세가 정해진다. 원하는 기준점의 위치벡터와 공구의 오리엔테이션을 나타내는 단위벡터가 각각  $\mathbf{r}_{given}$  과  $\mathbf{t}_{given}$  으로 주어졌을 때, 설정된 미지수

$$\mathbf{X} = [u_2, v_2, q_2, \varphi, w_2, q_4, q_5]^T$$

를 찾는 방정식을 수립하면 다음과 같다.

$$\mathbf{r}(\mathbf{X}) = \mathbf{r}_{given} \tag{1}$$

$$\mathbf{t}(\mathbf{X}) = \mathbf{t}_{given} \tag{2}$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{I} = 0 \tag{3}$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{X}) \cdot [\mathbf{r}_0(\mathbf{X}) - \mathbf{a}] = 0 \tag{4}$$

여기서,  $\mathbf{r}$  과  $\mathbf{t}$  는 2번 다리와 직렬부로 구성된 기구학적 연쇄를 직렬로봇으로 간주하였을 때의 정기구식(forward kinematic map)을 구성한다. 직렬 로봇의 정기구식을 수립하는 절차는 잘 알려져 있다.[3] 식 (3)과 (4)는 1번다리-무빙플랫폼-3번다리로 이어지는 평면기구가 Fig.2-(a)에 보인 바와 같이 한 축  $\mathbf{I}$  를 중심으로 회전한다는 조건으로부터 유도되는데, Fig.2에

표시된 벡터들 간의 수직성을 표현하고 있다. 여기서,  $\mathbf{a}$ 는 회전축  $\mathbf{I}$ 상의 한 점이고,  $\mathbf{j}$ 는 무빙플랫폼에 고정되어 있는 단위 벡터로서 평면기구가 위치하는 평면에 수직하여야 하고,  $\mathbf{r}_0$ 는 무빙플랫폼의 중앙에 위치한 점의 위치 벡터로 미지수  $\mathbf{X}$ 의 함수이다.

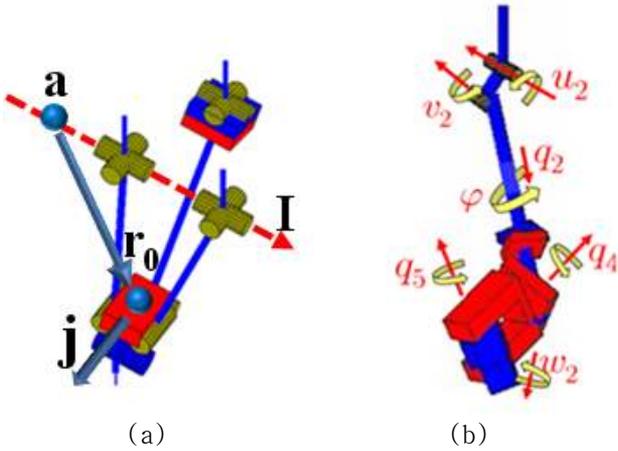


Fig. 2 기계의 모식도

### 3-2. 테일러 전개에 의한 근사

상기 연립방정식 (1~4)는  $\mathbf{F}(\mathbf{X})=0$ 의 꼴로 표현되는 미지수  $\mathbf{X}$ 에 관한 방정식이다. Newton-Raphson 방법을 통한 수치적 해법을 적용하기 위해 테일러 전개를 이용하여 상기 방정식을 아래와 같이 점화식으로 근사시킬 수 있다.

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_n) + \mathbf{J}(\mathbf{X}_n) \cdot (\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n) = 0 \quad (5)$$

여기서,  $\mathbf{J}$ 는 사상  $(\cdot) \rightarrow \mathbf{F}(\cdot)$ 의 자코비 행렬로 아래와 같이 정의된다.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial u_2} & \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial v_2} & \dots \\ \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial u_2} & \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial v_2} & \dots \\ \frac{\partial}{\partial u_2} (\mathbf{j} \cdot \mathbf{I}) & \frac{\partial}{\partial v_2} (\mathbf{j} \cdot \mathbf{I}) & \dots \\ \frac{\partial}{\partial u_2} [\mathbf{j} \cdot (\mathbf{r}_0 - \mathbf{a})] & \frac{\partial}{\partial v_2} [\mathbf{j} \cdot (\mathbf{r}_0 - \mathbf{a})] & \dots \end{bmatrix} \quad (6)$$

### 3-3. 대칭성을 유지한 점화식 수립

식(1~4)에 기술된 연립방정식에서 미지수는 7개, 방정식의 개수는 8개이다. 공구의 오리엔테이션을 나타내는 단위 벡터  $\mathbf{t}$ 의 3개의 성분들 중 2개의 성분만이 독립적이다. 단위 벡터  $\mathbf{t}$ 의 성분 중 종속적으로 결정되는 한 성분에 관한 식을 무시하여 위의 8개의 방정식 중 7개의 방정식만 추출하여 연립방정식 (1~4)의 해를 구할 수 있다. 하지만 방정식의 대칭성을 유지하기 위해 식 (5)의 양변에 자코비 행렬의 전치  $\mathbf{J}^T$ 를 곱하여 얻는 아래의 점화식을 사용하는 것이 편리하다.

$$\mathbf{J}^T(\mathbf{X}_n) \cdot [\mathbf{F}(\mathbf{X}_n) + \mathbf{J}(\mathbf{X}_n) \cdot (\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n)] = 0 \quad (7)$$

즉,

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n - [(\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{F}]_{\mathbf{X}_n} \quad (8)$$

위 점화식을 사용하여 적절한 자세를 초기값으로 삼아 원하는

공구 자세를 만족하는 미지 관절 변수  $\mathbf{X}$ 를 결정할 수 있다. 2번다리에 관련된 관절 변수  $\mathbf{X}$ 를 결정하면 무빙플랫폼의 자세가 결정되고 이로부터 1 및 3번다리의 길이를 쉽게 결정할 수 있다.

### 3-4. 기하학적 미분

식 (7)의 점화식에 의한 반복을 수행하는 과정에는 식 (6)에 제시된 자코비 행렬의 계산이 매 단계마다 요구된다. 자코비 행렬의 각 항은 미지수에 대한 편미분을 포함하는데, 미분을 직접적으로 수행하지 않고 기하학적 추론을 통해 그 값을 계산할 수 있다. 예를 들어 자코비 행렬의 성분  $\partial \mathbf{r} / \partial u_2$ 는  $u_2$ 를 제외한 관절변수를 고정시킨 상태에서  $u_2$ 가 단위 각속도로 변할 때의 공구 축 상의 기준점의 속도,  $\mathbf{u}_2 \times (\mathbf{r} - \mathbf{p}_{u_2})$ 와 같다. 여기서  $\mathbf{u}_2$ 는 관절변수  $u_2$ 의 회전축 방향의 단위 벡터이고,  $\mathbf{p}_{u_2}$ 는 해당 회전축 상의 한 점이다. 이와 같은 방법으로 자코비 행렬의 구성에 필요한 미분을 간단히 계산할 수 있는 공식을 아래에 제시한다.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_2 \times (\mathbf{r} - \mathbf{p}_{u_2}) & \dots \\ \mathbf{u}_2 \times \mathbf{t} & \dots \\ (\mathbf{u}_2 \times \mathbf{j}) \cdot \mathbf{I} & \dots \\ (\mathbf{u}_2 \times \mathbf{j}) \cdot (\mathbf{r}_0 - \mathbf{a}) + \mathbf{j} \cdot [\mathbf{u}_2 \times (\mathbf{r}_0 - \mathbf{p}_{u_2})] & \dots \end{bmatrix}$$

## 4. 결론

공작기계로 사용이 가능한 하이브리드형 기구의 역기구식의 해를 수치적으로 결정하는 다양한 방법 중 한 방법을 제시하였다. 직렬기계의 정기구식을 적절히 활용하고, 과구속된 병렬기구의 기구식을 무빙플랫폼에 부착된 단위 벡터들 간의 관계로 간략히 표현한 것이 이 방법의 장점이다. 강제운동의 부분공간으로 표현되는 5축 공작기계의 공구방위에 관한 방정식을 수학적 대칭성을 유지하며 다루는 기법도 소개하였다.

## 후기

본 연구는 지식경제부의 전략기술개발사업 지원에 의해서 수행되었습니다.

## 참고문헌

1. 변용규, 조형석 "새로운 6자유도 병렬 매니플레이터의 기구학 해석," 대한기계학회논문집, 20(2), 414~430, 1996.
2. Seungkil Son, Teajung Kim, Sanjay E.Sarma and Alexander Slocum, "A hybrid 5-axis CNC milling machine," Precision Engineering, 430~446, 2009.
3. R. M. Murray, Z. Li and S. S. Sastry, "A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation," CRC Press, 1994.