

6 자유도 병렬기구 구조물의 순수 병진운동시 자세변화의 수학적 모델과 시뮬레이션

Pose Bias of 6-DoF Parallel Kinematics Structure in Pure Translation Motion: Mathematical Model and Simulation

*아궁 삼수담 사라기¹, #고예조², 오용택³

*Agung. S. Saragih¹, #T. J. Ko(tjko@yu.ac.kr)², Y. T. Oh³

¹ 영남대학교 기계공학과, ² 영남대학교 기계공학과, ³ 영남대학교 기계공학과

Key words : Parallel Kinematics Structure, Inverse kinematics, Forward kinematics, Pose bias

1. 서론

6 자유도 병렬기구 구조물에는 각 자유도를 위한 독립적인 작동 시스템이 없이 변화된 다리 길이의 조합에 의하여 운동이 일어난다. 따라서 움직이는 플랫폼을 제어하기 위해서는 운동계획에 대해 각각의 다리의 길이를 제어해야 하는데 이를 위해서는 역기구학 해석이 필요하다. 역기구학은 직렬구조에서는 구하기가 어려우나 병렬기구에서는 비교적 쉽게 구현이 된다.

그러나 본 연구에서는 오차운동을 평가해보는 것이 목적이기 때문에 순기구학 해석이 필요하며, 이는 반대로 직렬에서는 쉬우나 병렬에서는 매우 어려운 문제이다. 움직이는 platform 원점의 실제적인 위치와 각도는 실제 변화된 다리 길이의 크기에 의해서 얻을 수 있다. 이를 바탕으로 요구하는 중심 위치와 방위, 실제적인 위치와 방위의 비교를 통해서 시스템 상에서의 오차운동을 파악해낼 수가 있다.

2. 역기구학 모델

역기구학 변환을 통해 주어진 병렬기구 구조물의 플랫폼 위치로부터 각 조인트의 위치와 다리의 길이를 계산할 수 있다. 역기구학 변환을 위해서는 다음의 가정을 필요로 한다. 같은 위치에 축들을 통과하는 모든 링크와 조인트들은 완벽하게 조립되어야 한다. 이 가정을 만족하면 각각의 구동 액추에이터 길이를 정밀하게 계산할 수 있다. [1]

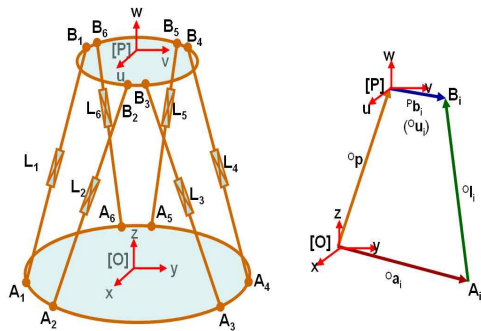


Figure 1. a) Coordinate system and particular orientation of the PKM with identical actuator, b) vector relationship of the actuator i

Fig.1 의 6 자유도를 가지는 병렬기구 구조물의 모식도에서 A 와 B 는 상판과 하판의 조인트이며, L 은 각 링크를 나타낸다. 이런 관계들로부터 다음의 벡터 식을 얻을 수 있다.

$$\overline{L}_i = \overline{OP} + \overline{PB}_i - \overline{OA}_i = {}^o u_i + {}^o p - {}^o a_i \quad \dots\dots\dots(1)$$

Euler 각도변환을 이용하여 상판과 하판 사이의 방위 변환행렬을 다음의 식으로 이끌어 낼 수 있다.

$$R = R_{y\beta} \cdot R_{x\alpha} \cdot R_{z\gamma}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma & -\cos\beta\sin\gamma + \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta \\ \cos\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha \\ -\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta\sin\gamma + \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix}$$

$$\overline{L}_i = [R]^T {}^P b_i + {}^o p - {}^o a_i \quad \dots\dots\dots(2)$$

주어진 값 x, y, z, α , β 와 γ 로부터 ${}^o p$ and $[R]^T$ 를 계산 할 수 있고, ${}^P b_i$ 와 ${}^o a_i$ 는 알고 있는 고정 벡터값이다. 각 구동부의 길이는 다음과 같다.

$$|\overline{L}_i| = \sqrt{L_{i,x}^2 + L_{i,y}^2 + L_{i,z}^2} = \overline{L}_i^T \overline{L}_i \quad \dots\dots\dots(3)$$

3. 순기구학 모델

순기구학 모델은 구동 액추에이터 길이로부터 상판 중심점의 위치와 각도로 변환한다. [2]

6 자유도 정보인 x, y, z, α , β , 와 γ 에 대한 비선형방정식을 풀어야 한다. 이를 위해 반복적 수치해석 방법으로 알려진 뉴턴 램슨법은 식 (4)의 근을 계산하는 일반적인 방법이다.

$$f(\overline{P}) = \overline{O} \quad \dots\dots\dots(4)$$

해를 구하는 반복적인 식의 형태는 식(5)와 같다.

$$\overline{P}_{n+1} = \overline{P}_n - \left[\frac{\partial f(\overline{P}_n)}{\partial \overline{P}_n} \right]^{-1} f(\overline{P}_n) \quad \dots\dots\dots(5)$$

다리의 길이를 알고 있기 때문에 $f_i(\overline{P})$ 는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$f_i(\overline{P}) = \overline{L}_i^T \overline{L}_i - |l_i|^2 \quad \dots\dots\dots(6)$$

여기서,

$$\overline{P} = [x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$f(\overline{P}) = [f_1(\overline{P}) \ f_2(\overline{P}) \ f_3(\overline{P}) \ f_4(\overline{P}) \ f_5(\overline{P}) \ f_6(\overline{P})]^T \quad \dots\dots(8)$$

P 의 요소에 대해 $f_i(\overline{P})$ 의 편미분을 취하면,

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}_{n+1} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}_n - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta} & \frac{\partial f_1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_6}{\partial x} & \frac{\partial f_6}{\partial y} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix}_n \quad \dots\dots(9)$$

해의 마지막 형태는 식(9)와 같다. 여기서, $[\]_n$ 은 \overline{P} , \overline{P}_n 의 이전 함수 값으로 정의되고, $[\]_{n+1}$ 은 \overline{P} , \overline{P}_{n+1} 의 새로운 값으로 정의되며 f_i 는 $f_i(\overline{P})$ 를 뜻한다. 식(9)는 초기조건과 함께 미리 정해 놓은 공차범위 이내로 정확도가 충족될 때 까지 반복한다.

4. 2가지 수학적 모델의 정확도

역기구학 모델(IKM)로부터 계산된 다리의 길이를 순기구학 모델로 다시 변환하여 새로운 위치와 각도 정보를 얻을 수 있다. 이 방법을 통해 두 가지 수학적 모델로부터 상판의 위치와 각도 정보를 비교할 수 있다. IKM 과 FKM 으로부터 얻은 결과값들의 차이는 10^{-14} mm 이하로 높은 정확도를 보였다.

5. 자세변화

두 가지 수학적 모델을 이용하여 플랫폼의 위치 오차와 구조물 오차 사이의 관계를 찾을 수 있다. 민감도 분석으로부터 다리 길이의 오차가 가장 중요한 오차 인자임을 알 수 있었다. [3]

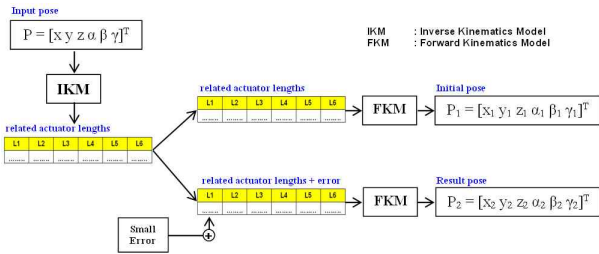


Figure 2. Test flow for bias occurrence in end-effector of PKM pose

위치 경향이 어떻게 발생하는지 관찰하기 위해, 다리 길이에 작은 오차를 포함하여 시뮬레이션 해보았다. 시뮬레이션은 한 개의 다리에 오차를 포함했을 때와 2 개의 다리에 오차를 포함했을 때의 조합으로 하였다. Fig. 2 는 오차 민감도를 평가하기 위한 모식도이다.

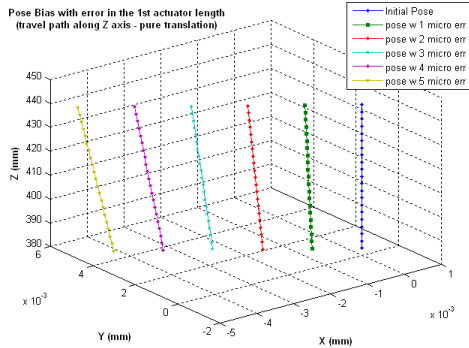


Figure 3. Result of motion simulation of six-legs PKM for pure translation along Z axis with combination single-leg error

Fig. 3 의 시뮬레이션 결과를 통해서 2 가지 형태의 오차 경향을 알 수 있었다. 오차를 포함하지 않는 경우의 위치 경향과 오차를 포함했을 때의 위치 경향을 살펴본 결과 시프팅 현상과 운동 궤도를 따라서 기울기가 증가하는 현상을 볼 수 있었다.

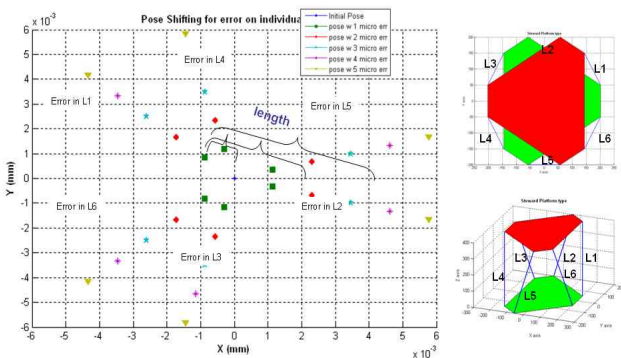
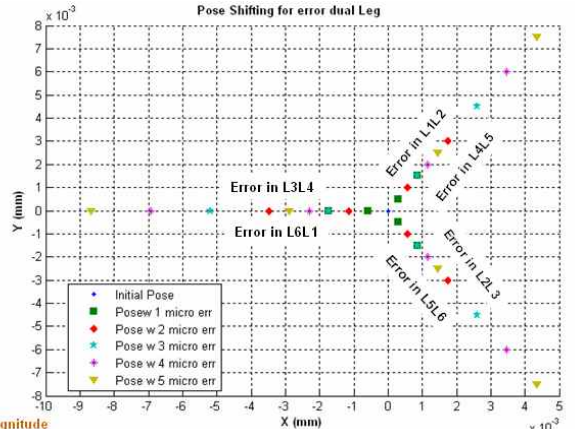


Figure 4. Direction of shifting in pose bias for single-leg error test

시프팅의 크기는 다리 길이에 포함된 오차의 크기와 밀접한 관련이 있다. 한 개의 다리에 오차를 포함했을 경우 시프팅의 크기는 오차의 120%이다. 두 개의 다리에 오차를 포함했을 경우 시프팅의 크기는 한 개의 다리에 오차를 포함했을 때의 50%정도였다. 오차를 포함하고 있는 다리의 구조물은 시프팅의 방향을 결정한다.

각 경로의 모든 초기 위치를 한 그래프에 그리면 방향의 변화량을 알 수 있다. Fig. 4 는 한 개의 다리에 오차를 포함했을 때이고, Fig. 5 는 두 개의 다리에 오차를 포함했을 때 이다.



Magnitude of shifting	1 micro error	2 micro error	3 micro error	4 micro error	5 micro error
L1L2	5.7739E-04	1.1548E-03	1.7322E-03	2.3096E-03	2.8869E-03
L2L3	1.7322E-03	3.4643E-03	5.1965E-03	6.9287E-03	8.6609E-03
L3L4	5.7739E-04	1.1548E-03	1.7322E-03	2.3096E-03	2.8869E-03
L4L5	1.7322E-03	3.4643E-03	5.1965E-03	6.9287E-03	8.6609E-03
L5L6	5.7739E-04	1.1548E-03	1.7322E-03	2.3096E-03	2.8869E-03
L6L1	1.7322E-03	3.4643E-03	5.1965E-03	6.9287E-03	8.6609E-03

Figure 5. Directions of shifting in pose bias for dual-leg error with each shifting magnitude.

위치 경향에서 발생된 오차의 기울기는, Fig 6 에서와 같이 이동 경로를 따라서 증가한다. 모든 오차의 조합이 거의 유사한 경향을 띄고 있다.

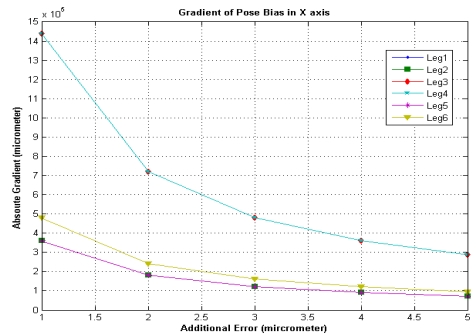


Figure 6. Absolute gradient of pose bias for increasing value of e in single-leg error test on 1st actuator.

6. 결론

2 가지 변환을 통해 완벽한 응답을 가지는 움직임을 시뮬레이션 해보았다. 이와 같은 시뮬레이션을 통해서 각 다리의 작은 오차들로 인한 6 자유도 병렬기구 구조물의 병진 운동에서의 위치경향을 관찰할 수 있었다.

시뮬레이션은 두 가지 형태의 오차 경향을 보여주는데, 오차를 가지는 각 경로의 초기 시작점의 시프팅(shifting) 현상과 운동 궤도를 따라서 기울기가 증가하는 경향을 알 수 있다. 시프팅의 크기(S_0)는 오차 값 e 와 밀접한 연관이 있다. 특히, 이 결과는 오차의 근원을 예상하고 운동에 따라서 오차의 거동을 파악하기 위해서 이용될 수 있다.

참고문헌

1. Weck, M., Staimer, D., On the Accuracy of Parallel Kinematic Machine Tools: Design, Compensation and Calibration, 2nd Chemnitz Parallel Kinematics Seminar, 12.-13.4.2002, pp.73-84.
2. Wang, Y., An Incremental Method for Forward Kinematics of Parallel Manipulators, Proc. Robotics, Automation and Mechatronics conference, IEEE, 1-3.6.2006, Bangkok.
3. J. Song, J. Mou, A near-optimal part setup algorithm for 5-axis machining using a parallel kinematic machine, Intl J of Adv Mfg Tech, Volume 25, pp 130-139, 2004